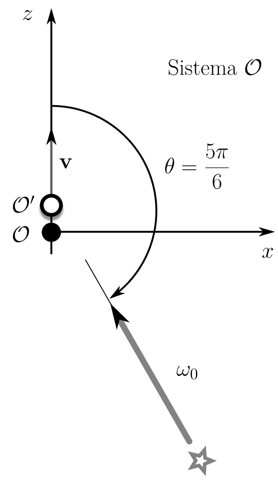
Por favor: resolver cada problema en hojas separadas e indicar el nombre en todas ellas.

$\boxed{1}$ *(2 puntos)* Considerar el problema de una interfase plana entre dos dieléctricos con permitividades ϵ_1, μ_1 y ϵ_2, μ_2 (todas positivas), respectivamente y tales que $\epsilon_1\mu_1 = \epsilon_2\mu_2$. Una onda plana monocromática incide sobre la interfase desde el medio 1, formando un ángulo i con la normal a la superficie y con el campo magnético perpendicular al plano de incidencia.

(a) Probar que la onda refractada mantiene la misma dirección de la onda incidente, y que su amplitud se atenúa por un factor independiente del ángulo de incidencia i. ¿Qué relación debe cumplirse para que la amplitud de la onda reflejada sea igual a la de la transmitida?

(b) Demostrar explícitamente que la energía se conserva (es suficiente demostrar la conservación en promedio temporal).

$\boxed{2}$ *(3 puntos)* El observador $\mathcal{O}'$ se mueve con velocidad relativa $\mathbf{v}$ respecto de $\mathcal{O}$, cuyo último domicilio declarado es el planeta Tierra. Ambos observadores eligen su eje z en la dirección de $\mathbf{v}$, de modo que, según $\mathcal{O}$, la velocidad de $\mathcal{O}'$ es igual a $v\hat{e}_z$, con $v > 0$. En cierto instante, los dos observadores prácticamente coinciden en el mismo punto del espacio. En ese momento, los dos reciben luz proveniente de una misma estrella muy lejana, de nombre Betelgeuse. Vista desde la Tierra, Betelgeuse tiene un característico color anaranjado, $\lambda_0 = 600$ nm; a todos los efectos prácticos puede considerarse una fuente monocromática, con la correspondiente frecuencia $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$, según $\mathcal{O}$. El observador $\mathcal{O}$ ve la estrella en $\varphi = 0$ y $\theta = 5\pi/6$, como muestra la figura.



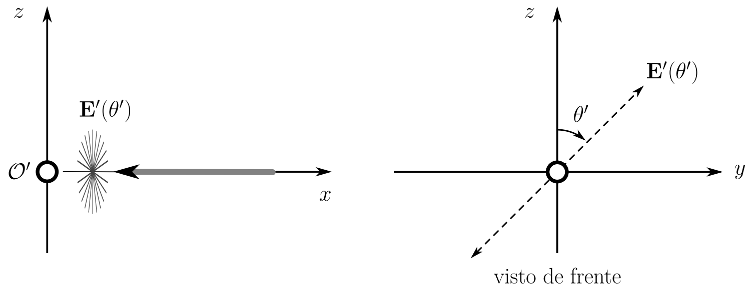
(a) ¿En qué dirección ve la estrella $\mathcal{O}'$?

(b) Si ω' es la frecuencia vista por $\mathcal{O}'$, **graficar** ω'/ω_0 en función de $\beta = v/c$, para β entre 0 y 1. Indicar la posición del mínimo y el valor de ω'/ω_0 en ese punto.

(c) Asuma que las longitudes de onda visibles son las comprendidas entre 400 nm y 800 nm. Es decir, $\omega_{\text{max}} = \frac{3}{2}\omega_0$ y $\omega_{\text{min}} = \frac{3}{4}\omega_0$. Suponiendo que el observador $\mathcal{O}'$ acelera sucesivamente desde velocidad $v = 0$ hasta una velocidad arbitrariamente próxima a la de la luz, ¿para qué rango de velocidades es capaz de ver la estrella? Calcular la secuencia de valores de β para los cuales la estrella desaparece o aparece en el cielo de $\mathcal{O}'$.

(d) Encontrar las direcciones, en su propio sistema, en las que $\mathcal{O}'$ ve la secuencia de desapariciones y apariciones de la estrella a medida que acelera.

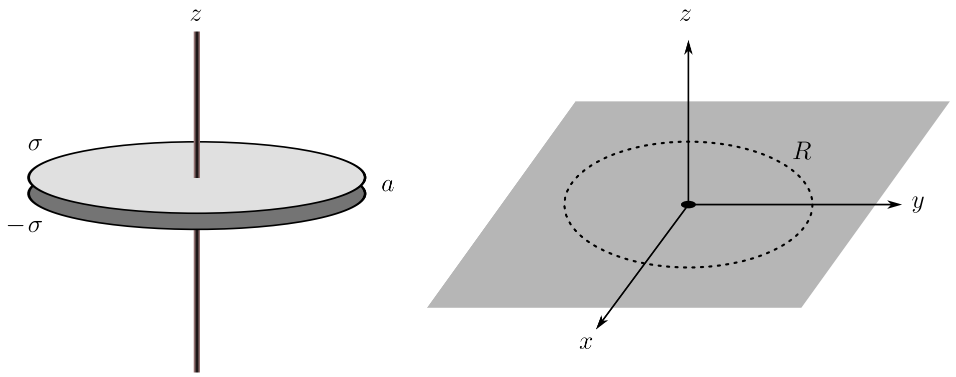
(e) Cada observador usa un polarizador lineal para medir la *intensidad* $I = |\mathbf{E}|^2$ en función del ángulo de polarización. El observador en la Tierra mide que la intensidad es una constante I_0 que no depende de la polarización. Encontrar la intensidad en función del ángulo de polarización (definido como muestra la figura en la siguiente página) que mide el observador $\mathcal{O}'$ cuando la luz de la estrella le llega desde la dirección x.



3 *(3 puntos)* Dos discos de radio a están cargados uniformemente en superficie con densidades σ y $-\sigma$, respectivamente. Los discos están en el plano xy, centrados en el origen, uno sobre el otro a una distancia despreciable y pueden rotar de manera independiente alrededor del eje z. Inicialmente están en reposo. Desde $t = 0$ hasta $t = T$ se aplican sobre los discos torques de sentidos opuestos, pero de la misma magnitud:

$$\tau(t) = \tau_0 \operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi t}{T}\right) ,$$

de modo que los discos giran siempre con velocidades angulares opuestas entre sí. El momento de inercia de los discos es I. Despreciar el torque debido a los campos inducidos.



(a) Encontrar los campos de radiación $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ y $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ hasta el primer orden no nulo en el desarrollo multipolar.

(b) Considerar un punto sobre el eje x a una distancia R del origen. Graficar el campo eléctrico de radiación y la intensidad por ángulo sólido en función del tiempo.

(c) Considerar un círculo de radio R en el plano xy centrado en el origen. Graficar en varias viñetas los campos de radiación $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$ sobre el círculo, de manera de representar cualitativamente su evolución para todo $t > 0$.

(d) Fijado $t > 0$, indicar la región en el plano xy en donde la intensidad de la radiación es distinta de cero.

(e) Calcular la energía total radiada por los discos.

4 *(2 puntos)* Decidir si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justificar.

(a) Una esfera de radio R, con carga total Q distribuida uniformemente en volumen, se encuentra fija con su centro a una distancia $d > R$ de un plano infinito conductor conectado a tierra. La fuerza entre la esfera y el plano es entonces igual a la fuerza de Coulomb entre dos cargas de valor Q y signos opuestos, que se encuentran separadas por una distancia $2d$.

(b) En el problema usual de ondas planas y dos medios separados por una superficie plana, es imposible encontrar una solución no trivial que involucre únicamente dos ondas, una en cada medio.

(c) En un sistema de referencia inercial S, el campo eléctrico forma un ángulo $\theta = \frac{\pi}{3}$ con el campo magnético y se tiene $|\mathbf{B}| = 2|\mathbf{E}|$. Entonces, es posible hallar otro sistema inercial S' donde el campo magnético sea paralelo al eléctrico y resulte $|\mathbf{B}'| = 3|\mathbf{E}'|$, con $|\mathbf{E}'| = |\mathbf{E}|/\sqrt{3}$.