Saludos. Para que completen sus notas de la práctica de hoy. Quería confirmarles que el resultado que había quedado en suspenso para el ángulo de reflexión en el problema del espejo, hecho por el camino largo de la transformación de ida y vuelta de los cuadrivectores, estaba bien. Lo que sucedió es que no supe leerlo. Habíamos llegado a lo siguiente:

$$k_{\mathrm{r}}^{\mu} = \frac{\omega_{\mathrm{r}}}{c}\left(1, \frac{\sin\theta_{\mathrm{i}}/\gamma^2}{1-2\beta\cos\theta_{\mathrm{i}}+\beta^2}, 0, \frac{-\cos\theta_{\mathrm{i}}\,(1+\beta^2)+2\beta}{1-2\beta\cos\theta_{\mathrm{i}}+\beta^2}\right), \tag{1}$$

de donde leí (correctamente) que

$$\cos\theta_{\mathrm{r}} = \frac{-\cos\theta_{\mathrm{i}}\,(1+\beta^2)+2\beta}{1-2\beta\cos\theta_{\mathrm{i}}+\beta^2}. \tag{2}$$

Al aplicar la identidad trigonométrica

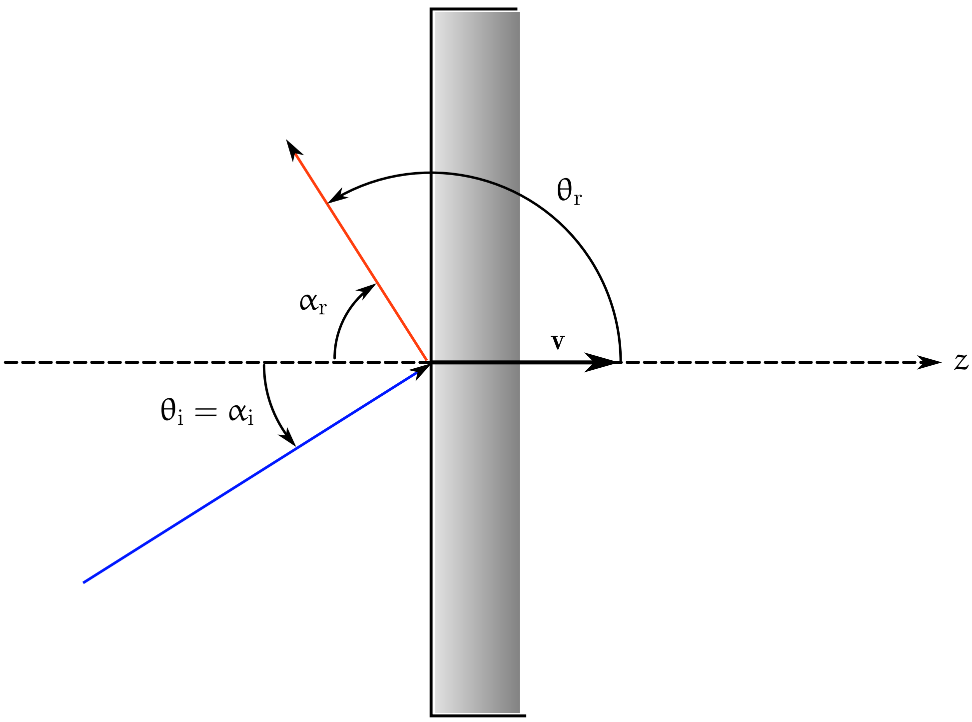
$$\tan\frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos x}{1+\cos x}}, \tag{3}$$

obtuvimos

$$\tan\frac{\theta_{\mathrm{r}}}{2} = \frac{1-\beta}{1+\beta}\cot\frac{\theta_{\mathrm{i}}}{2}. \tag{4}$$

Esto nos desconcertó, porque esperábamos una relación de proporcionalidad entre las tangentes, no entre tangente y cotangente. Lo que estaba mal era el dibujo en el pizarrón. El ángulo $\theta_{\mathrm{r}}$ dibujado en el pizarrón no era el ángulo que forma $\mathbf{k}_{\mathrm{r}}$ con el versor $\hat{z}$, sino el que forma con la normal al espejo, que era $-\hat{z}$.

La confusión se origina en que hay dos convenciones distintas para llamar a los ángulos. En el cuadrivector, la componente $z$ nos da el ángulo entre $\mathbf{k}_{\mathrm{r}}$ y $+\hat{z}$. En el problema de reflexión, el ángulo $\theta_{\mathrm{r}}$ es el ángulo que forma $\mathbf{k}_{\mathrm{r}}$ con la normal al espejo, que era $-\hat{z}$. Tendríamos que haber usado símbolos distintos para cada ángulo. En el caso de la onda incidente no hay problema, porque ambas definiciones coinciden.



Si llamamos $\alpha_{\mathrm{r}}$ al ángulo de reflexión según la convención de los problemas de ondas e interfases, y reservamos $\theta_{\mathrm{r}}$ para el ángulo formado con la dirección $z$ positiva, entonces se verifica que $\alpha_{\mathrm{r}} = \pi - \theta_{\mathrm{r}}$ y

$$\tan\frac{\theta_{\mathrm{r}}}{2} = \cot\frac{\alpha_{\mathrm{r}}}{2}. \tag{5}$$

Finalmente, la relación (4) se lee como

$$\tan\frac{\alpha_{\mathrm{r}}}{2} = \frac{1+\beta}{1-\beta}\tan\frac{\theta_{\mathrm{i}}}{2}, \tag{6}$$

que es el resultado esperado: una proporcionalidad entre la las tangentes, con un factor de proporcionalidad que es mayor que $1$ cuando el espejo huye, lo que significa que la onda se refleja más rasante al espejo de lo que incide.

Dejo mi renuncia a vuestra disposición, sinior director.