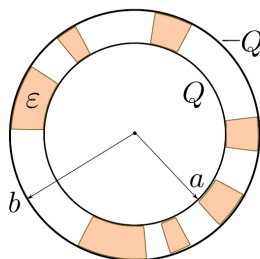


Por favor: resolver cada problema en hojas separadas e indicar el nombre en todas ellas.

- 1 (2.5 puntos) Se tiene una densidad volumétrica de carga dada por $\rho(\mathbf{r}) = \lambda [\delta(x)\delta(z) + \delta(y)\delta(z)]$, donde λ es una constante con unidades de carga por unidad de longitud.
- Caracterizar la distribución de carga y dibujarla esquemáticamente.
 - Hallar el potencial eléctrico en todo el espacio utilizando el método de separación de variables en coordenadas cartesianas.
- 2 (2.5 puntos) Las esferas de la figura tienen radios a y b , son conductoras y están aisladas. El espacio entre ellas está parcialmente ocupado por un dieléctrico de permitividad ϵ . Sólo una fracción x del volumen entre las esferas está ocupado por el dieléctrico. Los espacios vacíos empiezan en una esfera y terminan en la otra, no son uniformes sino que se extienden por trechos al azar, pero se caracterizan por tener sus paredes orientadas según la dirección radial. Sobre la esfera de radio a se deposita una carga libre Q , y sobre la de radio b una carga libre $-Q$. Sólo se conocen los valores totales de estas cargas, no cómo se distribuyen.
- ¿Cuánto vale el campo eléctrico para $r > b$ y $r < a$?
 - Demostrar que un campo eléctrico con simetría esférica es compatible con las condiciones de contorno sobre todas las interfases.
 - Encuentre los campos $\mathbf{E}$ y $\mathbf{D}$ en la región entre las dos esferas.



- 3 (3 puntos) Un cilindro de radio a y longitud L está orientado según la dirección z , con sus tapas en $z = \pm L/2$, y está caracterizado por una densidad de magnetización uniforme $\mathbf{M} = M \hat{z}$.
- ¿Cómo se verá el campo magnético muy lejos del imán? Escribir explícitamente su expresión.
 - Hallar el campo magnético exacto en el exterior del imán.
- 4 (2 puntos) Decida si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justifique su respuesta.
- Considere la ecuación de Poisson en dos dimensiones espaciales (por ejemplo, para un sistema restringido al plano xy). $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \ln \left[\frac{r^2 r'^2 + b^2 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}{b^2 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} \right]$ es la función de Green con condiciones de Dirichlet sobre un anillo de radio b , para el problema fuera del anillo ($\mathbf{r}$ y $\mathbf{r}'$ son los vectores posición sobre el plano y r y r' sus respectivos módulos).
 - El momento dipolar de una distribución de carga neutra no depende del origen de coordenadas.

Algunas relaciones que pueden ser útiles (o no...)

- Algunas funciones especiales:

$$Y_{lm}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\varphi} \text{ (armónicos esféricos).}$$

$$P_l^m(x) = \frac{(-1)^m}{2^l l!} (1-x^2)^{m/2} \frac{d^{l+m}}{dx^{l+m}} (x^2-1)^l \text{ (polinomios asociados de Legendre).}$$

$$P_l(x) \doteq P_l^0(x) \text{ (polinomios de Legendre).}$$

$$J_\nu(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^\nu \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j! \Gamma(j+\nu+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^j \text{ (función de Bessel de orden } \nu \text{ del primer tipo).}$$

- Algunas relaciones de ortogonalidad:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi e^{im\varphi} e^{-im'\varphi} = 2\pi \delta_{m,m'} \text{ (m, m' enteros).}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{ikx} e^{-ik'x} = 2\pi \delta(k-k') \text{ (k, k' reales).}$$

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta \sin\theta Y_{l'm'}(\theta, \varphi) Y_{lm}^*(\theta, \varphi) = \delta_{l,l'} \delta_{m,m'}.$$

$$\int_{-1}^1 dx P_{l'}^m(x) P_l^m(x) = \frac{2}{2l+1} \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \delta_{l,l'}.$$

$$\int_{-1}^1 dx P_{l'}(x) P_l(x) = \frac{2}{2l+1} \delta_{l,l'}.$$

$$\int_0^a d\rho \rho J_\nu\left(\frac{x_{\nu n}}{a}\rho\right) J_\nu\left(\frac{x_{\nu n'}}{a}\rho\right) = \delta_{n,n'} \frac{a^2 J_{|\nu|+1}^2(x_{\nu n'})}{2} \text{ (} x_{\nu n} \text{ es la raíz n-ésima de } J_\nu \text{).}$$

$$\int_0^{+\infty} d\rho \rho J_\nu(k\rho) J_\nu(k'\rho) = \frac{1}{k} \delta(k-k') \text{ (k, k' reales).}$$

- Misceláneas:

$$I'_\nu(x) K_\nu(x) - I_\nu(x) K'_\nu(x) = \frac{1}{x}.$$