Por favor: resolver cada problema en hojas separadas e indicar el nombre en todas ellas.

1 *(2.5 puntos)* **Breakthrough Starshot** es un proyecto que pretende desarrollar una flota de micronaves espaciales para explorar Alfa Centauri. Se planea que las micronaves porten una *vela de fotones*, consistente en una gran superficie compuesta por una o varias láminas reflectantes muy ligeras, capaces de aprovechar la presión de las ondas electromagnéticas (EM) para impulsarse.

(a) Suponiendo que la vela es un conductor perfecto, hallar la presión (en promedio temporal) ejercida por una onda EM cuyo campo eléctrico es $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0\, e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t}$. Suponer incidencia normal..

(b) Estimar el tiempo necesario para que una micronave de masa m y y vela de área A alcance la velocidad $c/5$ si es acelerada desde velocidad cero por la presión calculada en (a) (tratar a la nave como si fuera puntual). *Ayuda: para las velocidades v involucradas resulta $\beta^2 \ll \beta$, con $\beta = v/c$.*

(c) Generalizar el resultado del inciso (a) para el caso en que la incidencia no es normal.

2 *(2.5 puntos)* Un cilindro circular infinito está cargado uniformemente en volumen. Calcular los campos en un sistema de referencia que se mueve con velocidad constante paralela al cilindro:

(a) a partir de las distribuciones de carga y corriente en el nuevo sistema;

(b) por transformación directa de los campos.

3 *(2 puntos)* Una partícula de masa m y carga q está sujeta a un resorte de constante elástica k. A $t = 0$ se la aparta una distancia x_0 de su posición de equilibrio y se la suelta instantáneamente. En dicha situación, la partícula realiza un movimiento oscilatorio unidimensional en la dirección x.

(a) Hallar la energía irradiada en un período de oscilación (suponer que es suficientemente pequeña como para considerar que la trayectoria no se ve afectada y que el movimiento es no relativista).

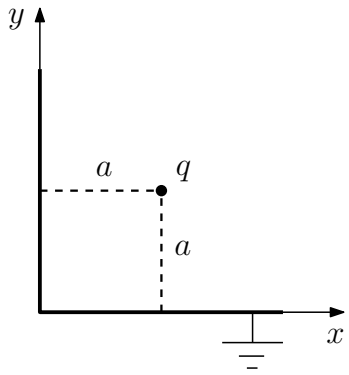
(b) Calcular el campo eléctrico de radiación en un punto $\mathbf{r}$, con $|\mathbf{r}| = d \gg x_0$, al orden más bajo no trivial en $\beta = v/c$, siendo v la velocidad de la partícula, en función del tiempo.

4 *(3 puntos)* Decidir si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justificar.

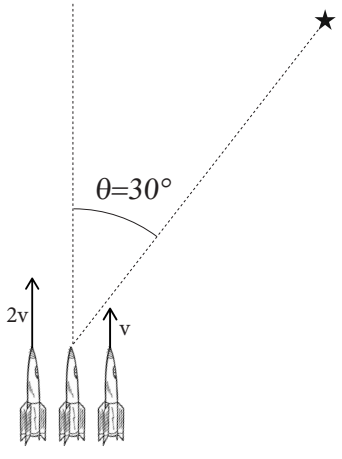
(a) En la situación de la figura, la fuerza ejercida por el conjunto de paredes semi-infinitas conductoras conectadas a tierra sobre la carga q es $\mathbf{F} = \frac{(1-2\sqrt{2})q^2}{8\sqrt{2}a^2}(\hat{e}_x + \hat{e}_y)$.

(b) Dos medios con índices de refracción iguales se encuentran separados por una interfase plana. En dicha situación, la intensidad de una onda EM plana transmitida de uno de los medios hacia el otro no depende del ángulo de incidencia.

(c) Tres auxiliares ubicados en el mismo punto del espacio que viajan con distintas velocidades en sus naves espaciales, ven luz proveniente de una estrella (ver figura). Ludmila, en reposo, ve la estrella de color rojo ($700nm$) mientras que Lucas, que se mueve a velocidad $\mathbf{v}$, la ve de color naranja ($600nm$). Entonces, Nicolás, cuya velocidad es $2\mathbf{v}$, ve la estrella de color verde ($500nm$).



(a) Figura del problema 4(a)



(b) Figura del problema 4(c)

Algunas relaciones que pueden ser útiles (o no...)

- Relaciones de Fresnel para modos TE (onda incide desde el medio con índice n con ángulo i):

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2n\cos(i)}{n\cos(i) + \frac{\mu}{\mu'}\sqrt{n'^2 - n^2\text{sen}^2(i)}} \quad , \quad \frac{E_r}{E_i} = \frac{n\cos(i) - \frac{\mu}{\mu'}\sqrt{n'^2 - n^2\text{sen}^2(i)}}{n\cos(i) + \frac{\mu}{\mu'}\sqrt{n'^2 - n^2\text{sen}^2(i)}} \, .$$

- Relaciones de Fresnel para modos TM (onda incide desde el medio con índice n con ángulo i):

$$\frac{E_t}{E_i} = \frac{2nn'\cos(i)}{\frac{\mu}{\mu'}n'^2\cos(i) + n\sqrt{n'^2 - n^2\text{sen}^2(i)}} \quad , \quad \frac{E_r}{E_i} = \frac{\frac{\mu}{\mu'}n'^2\cos(i) - n\sqrt{n'^2 - n^2\text{sen}^2(i)}}{\frac{\mu}{\mu'}n'^2\cos(i) + n\sqrt{n'^2 - n^2\text{sen}^2(i)}} \, .$$

- Vector de Poynting:

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}\mathbf{E}\times\mathbf{H} \, .$$

- Transformación de Lorentz de un cuadrivector $(A^\mu) = \left(A^0, \mathbf{A}\right)$:

$$\begin{aligned} A'^0 &= \gamma\left(A^0 - \mathbf{A}_\parallel\cdot\boldsymbol{\beta}\right) \, , \\ \mathbf{A}'_\parallel &= \gamma\left(\mathbf{A}_\parallel - A^0\boldsymbol{\beta}\right) \, , \\ \mathbf{A}'_\perp &= \mathbf{A}_\perp \, . \end{aligned}$$

- Transformación de Lorentz de los campos:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}'_\parallel &= \mathbf{E}_\parallel \, , \quad \mathbf{B}'_\parallel = \mathbf{B}_\parallel \, , \\ \mathbf{E}'_\perp &= \gamma\left(\mathbf{E}_\perp + \boldsymbol{\beta}\times\mathbf{B}\right) \, , \\ \mathbf{B}'_\perp &= \gamma\left(\mathbf{B}_\perp - \boldsymbol{\beta}\times\mathbf{E}\right) \, . \end{aligned}$$

- Fórmula de Larmor (no relativista) para partícula de carga q y aceleración $\mathbf{a}$:

$$P = \frac{2q^2\mathbf{a}^2}{3c^3} \, .$$

- Los primeros términos del desarrollo multipolar del campo de radiación para fuentes acotadas:

$$\mathbf{E}_{\text{rad.}}\left(\mathbf{R}, t\right) = \frac{1}{c^2R}\hat{e}_R\times\left[\hat{e}_R\times\ddot{\mathbf{p}} + \ddot{\mathbf{m}} + \frac{1}{6c}\hat{e}_R\times\left(\dddot{\mathrm{Q}}\,\hat{e}_R\right)\right]_{t-\frac{R}{c}} \, ,$$

  donde

$$\mathbf{p} = \sum_i q_i\mathbf{r}_i \, ,$$

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2c}\sum_i q_i\mathbf{r}_i\times\mathbf{v}_i \, ,$$

$$Q_{ij} = \sum_l q_l\left[3(\mathbf{r}_l)_i(\mathbf{r}_l)_j - \delta_{ij}\mathbf{r}_l^2\right] \, .$$

- Misceláneas:

$$\int dx\, \cos^2(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{4}\text{sen}(2x) \, ,$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \, .$$