1 **Cronómetros a cero**. Encontrar las amplitudes de las ondas reflejadas y transmitidas en el problema de una interfase entre dos dieléctricos (μ, ϵ, y μ', ϵ') para incidencia TM y TE. Registrar el tiempo. Repetir una vez por día. Discontinuar si los síntomas persisten luego de 2 semanas.

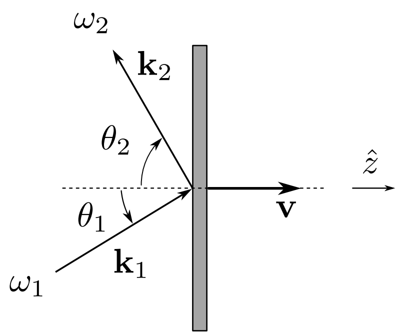
2 Una interfase plana se mueve con velocidad constante. La interfase está definida por la ecuación $z = vt$. La región $z < vt$ corresponde al vacío. Del otro lado, moviéndose también a velocidad $\mathbf{v} = v\,\hat{z}$, hay un medio lineal, isótropo y homogéneo, pero no interesa definirlo ni se va a usar para nada. Podría también ser un conductor ideal o un espejo en movimiento. Supongan que incide una onda desde el vacío, con número de onda $\mathbf{k}_1$ (real) y frecuencia ω_1. Pueden tomar, por ejemplo,

$$\mathbf{k}_1 = \cos\theta_1\,\hat{z} + \mathrm{sen}\theta_1\,\hat{x},$$

de manera que todo transcurre en el plano xz. La onda es verdaderamente incidente si $\cos\theta_1 > 0$ y $\omega_1 > 0$. Ahora, procediendo a imagen y semejanza de lo hecho para la interfase en reposo, en donde la igualdad de las frecuencias y de las proyecciones de los números de onda se obtenía pidiendo la cancelación de los términos que dependían del tiempo y de la posición sobre la interfase, su misión es encontrar la frecuencia ω_2 (que no va a ser igual a ω_1) y el número de onda $\mathbf{k}_2$ de la onda reflejada, en particular la relación entre el ángulo de incidencia y el reflejado. Recordar, de paso, que lo convencional es escribir

$$\mathbf{k}_2 = -\cos\theta_2\,\hat{z} + \mathrm{sen}\theta_2\,\hat{x},$$

como muestra la figura:



Notar que este problema es análogo al de partículas que chocan de manera elástica contra una pared en movimiento. No hay nada intrínsecamente nuevo.

3 **Problema de las dos interfases**. Una lámina dieléctrica de permitividad ϵ_2 y espesor d separa dos medios semiinfinitos que tienen permitividades ϵ_1 y ϵ_3 ($\mu = 1$ en todo el espacio). Una onda plana de amplitud $\mathbf{E}_i$ incide sobre la interfase que separa los medios 1 y 2, formando un ángulo θ con la normal.

(a) Considere por separado los casos TE y TM. Escriba el sistema de ecuaciones que determina todos los campos. Preste atención a las fases que sobreviven luego de eliminar las dependencias temporales y espaciales sobre cada interfase. Resuelva las ecuaciones para los campos. Descanse unos minutos.

(b) Método alternativo y mucho más práctico: primero, notar que en la segunda interfase el problema involucra sólo tres ondas, de manera que las amplitudes están relacionadas por los coeficientes de transmisión y reflexión usuales, T_{23} y R_{23}. Eso elimina dos incógnitas de un plumazo (pero atención a las fases). En la primera interfase descomponga el problema como la superposición de dos problemas de tres ondas, con una onda incidente a cada lado de la interfase. ¡Haga un dibujo, diantres! Eso da, sin ningún trabajo, dos ecuaciones. La solución es inmediata y vale tanto para incidencia TM como TE. En particular, demuestre que el campo reflejado hacia el primer medio y el transmitido hacia el tercero tienen las siguientes amplitudes respecto del campo incidente:

$$\frac{E_r}{E_i} = \frac{R_{12} + R_{23} e^{2i\alpha}}{1 + R_{12} R_{23}\, e^{2i\alpha}}, \qquad \frac{E_t}{E_i} = \frac{T_{12} T_{23} e^{i\alpha}}{1 + R_{12} R_{23}\, e^{2i\alpha}},$$

donde R_{ij} y T_{ij} son los coeficientes de reflexión y transmisión para una sola interfase y $\alpha = n_2 \cos\theta' \omega d/c$, siendo θ' el coseno del ángulo que forman con la normal los vectores de onda en el segundo medio. (Puede ser útil saber que: $T_{ij}T_{ji} = 1 - R_{ij}^2$ y que $R_{ij} = -R_{ji}$.)

(c) Para $\theta = 0$, calcule el **promedio temporal** de los vectores de Poynting en los tres medios. Verifique que son iguales.

(d) Para $\theta = 0$, qué condición deben cumplir d y los ϵ_i para que no haya onda reflejada en el medio 1.

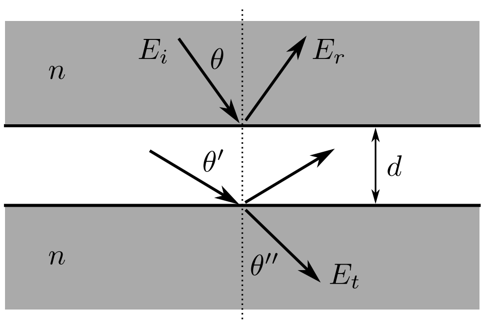
4 **Reflexión total interna**. Sobre una superficie dieléctrico−vacío, incide desde el dieléctrico (índice n real, $\mu = 1$) una onda plana linealmente polarizada con polarización TM, con un ángulo mayor que el ángulo crítico.

(a) Encontrar el vector de onda de la onda transmitida. Escribir explícitamente la parte real y la parte imaginaria del vector de onda. ¿En qué dirección se propaga la onda transmitida? ¿En qué dirección se atenúa? ¿Cuál es la longitud típica de atenuación?

(b) Mostrar que en la zona de vacío no hay, en promedio, flujo del vector de Poynting en la dirección normal.

(c) Si la onda en la situación anterior incidiera además con el ángulo de Brewster, no habría tampoco onda reflejada. ¿Es esto posible?

5 **Reflexión total interna frustrada**. Considerar de nuevo el problema de las dos interfases, donde ahora el primer y el tercer medio tienen índice de refracción $n > 1$ y el medio central tiene $n' = 1$, como muestra la figura. En todo el espacio es $\mu = 1$. Suponer que la onda incidente es de tipo TE y que incide con un ángulo θ mayor (pero no muy próximo) al ángulo crítico entre el dieléctrico y el vacío. Notar que la figura es convencional: el vector de onda en la capa intermedia va tener parte real e imaginaria, y el ángulo θ' no puede en realidad dibujarse.



(a) ¿Cuánto vale θ''?

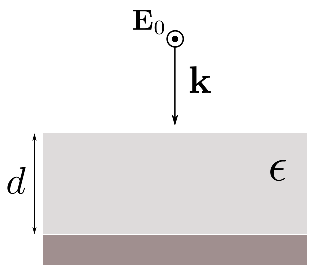
(b) Hallar la amplitud de la onda reflejada en el primer medio y la de la onda transmitida en el tercero.

(c) Verificar que para $d = 0$ y $d \to \infty$ se recuperan los resultados previsibles. ¿Cuál es la escala de longitud con la que debe compararse d para saber si el problema puede aproximarse por alguno de esos dos casos?

(d) Encontrar el comportamiento de la amplitud de la onda transmitida cuando d es próximo a cero y cuando $d \to \infty$. Es decir, diga cómo tiende la amplitud a los valores límite del ítem anterior.

(e) Usando esas expresiones, encuentre en cada caso el valor medio de la componente normal del vector de Poynting en el tercer medio.

$\boxed{6}$ Una onda plana linealmente polarizada incide en forma normal sobre un espejo (lo que quiere decir que da lo mismo considerar que es TE o TM). El espejo está compuesto por una lámina dieléctrica de espesor d depositada sobre un conductor ideal, como muestra la figura (recordar: campos nulos dentro del conductor ideal). El dieléctrico tiene $\mu = 1$ y permitividad ϵ real. Plantee las condiciones de contorno y resuelva los campos en todo el espacio. Independientemente, verifique su solución usando los resultados del problema 3 a través de algún límite adecuado.



$\boxed{7}$ **Reflexión y transmisión en un buen conductor**. Considerar el problema de incidencia de una onda plana sobre una interfase vacío−conductor óhmico. El conductor ocupa el semiespacio $0 < z$. Asumir que $\epsilon = \mu = 1$ en todo el espacio, y que la conductividad σ del conductor es independiente de la frecuencia. Asimismo, asumir que $\omega \ll \sigma$, de modo que la corriente de desplazamiento en el conductor puede despreciarse. La onda incide desde el vacío con un ángulo θ.

(a) Teniendo en cuenta todas las aproximaciones señaladas, encontrar la relación de dispersión $k(\omega)$ en el conductor.

(b) Encontrar el **vector** de onda en el conductor, eligiendo la solución que es apropiada para la región $0 < z$. Escribir explícitamente la parte real y la parte imaginaria del vector de onda. ¿En qué dirección se propaga la onda transmitida? ¿En qué dirección se atenúa? ¿Cuál es la longitud típica de atenuación? ¿Qué pasa con la dirección de propagación a medida que el espesor pelicular $\delta \to 0$?

(c) Encontrar las amplitudes (complejas) de las ondas reflejadas y transmitidas. Estudiar el límite $\delta \to 0$. Considerar los casos TE y TM.

(d) Demostrar que para un buen conductor, en el caso de incidencia normal, el coeficiente de reflexión es aproximadamente $r \approx 1 - 2\delta\omega/c$.

(e) Calcular la longitud de atenuación en cobre para una frecuencia de 60 Hz ($\sigma \approx 5 \times 10^{17}$ s^{-1}), y para ondas de radio de 100 kHz en agua de mar ($\sigma \approx 5 \times 10^{10}$ s^{-1}).

$\boxed{8}$ **Presión de radiación.**

(a) Hallar la presión de radiación producida por una onda plana que incide normalmente desde el vacío sobre un conductor perfecto. Verificar que es igual a la densidad de energía de la onda.

(b) Demostrar que la densidad de energía y la presión ejercida son también iguales en el caso en que la onda incide normalmente sobre una superficie totalmente absorbente.

(c) ¿Qué radio debe tener una esfera hecha de un material con densidad 1 g cm^{-3}, que absorbe toda la luz que le llega, para que la presión de radiación de la luz solar compense la atracción gravitatoria del Sol? Aproximar la potencia de la radiación solar por $P = 4 \times 10^{26}$ W.

9 Decidir si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justificar.

(a) En el problema usual de ondas planas y dos medios separados por una superficie plana, es imposible encontrar una solución no trivial que involucre únicamente dos ondas, una en cada medio.

(b) A cada lado de una lámina de un conductor ideal inicialmente en reposo, hay una fuente muy lejana de ondas planas monocromáticas linealmente polarizadas, de amplitudes $\mathbf{E}_{\text{mal}}$ y $\mathbf{E}_{\text{bien}} = 2\mathbf{E}_{\text{mal}}$, y frecuencias ω_{mal} y $\omega_{\text{bien}} = \omega_{\text{mal}}/8$, respectivamente, todo medido en el sistema fijo a la Tierra Media. El espejo se acelera hasta velocidades arbitrariamente próximas a c en el sentido opuesto a la fuente para la cual el producto $\omega|\mathbf{E}|^2$ es más grande.