Por favor: resolver cada problema en hojas separadas e indicar el nombre en todas ellas.

$\boxed{1}$ *(2.5 puntos)* Una partícula A de momento angular orbital $\ell_A = 1$ se desintegra en dos partículas en una reacción

$$A \to B + C$$

donde se conserva el *momento angular orbital total*. Las partículas no tienen espín. Si se sabe que la partícula B tiene momento angular $\ell_B = 1$, se pide:

(a) Indicar qué momentos angulares puede tener la partícula C.

(b) Indicar cuáles son los posibles autovalores $\hbar m_A$ de L_z para la partícula A. Si en particular se sabe que A está en el estado con m_A máximo y se mide el L_z de la partícula B con resultado $m_B = 0$, ¿cuál es el estado de C inmediatamente luego de la medición?

(c) Para todos los momentos angulares de C encontrados en el primer inciso, y para todo posible valor de m_A, hallar la probabilidad de que B tenga proyección mínima.

$\boxed{2}$ *(3 puntos)* Considere un oscilador armónico tridimensional colocado en un campo magnético uniforme $\mathbf{B} = B\hat{z}$. Defina $\omega_L = -qB/(2m)$ y elija el gauge $\mathbf{A} = -\mathbf{r} \times \mathbf{B}/2$.

(a) Muestre que el hamiltoniano del sistema, $H = \dfrac{(\mathbf{p} - q\mathbf{A})^2}{2m} + \dfrac{1}{2}m\omega^2\mathbf{r}^2$, tiene un término lineal en ω_L (término paramagnético) y uno cuadrático en ω_L (término diamagnético).

(b) Hallar los niveles de energía en forma exacta (ayuda: es conveniente definir $a_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_x \pm i a_y)$, donde a_x, a_y son los operadores de destrucción asociados a los modos en x e y).

(c) Considere el primer nivel excitado de este sistema cuando $B = 0$. Estudie a primer orden en ω_L/ω cómo se desdobla el nivel por la presencia de $\mathbf{B}$ (**efecto Zeeman**).

$\boxed{3}$ *(2 puntos)* Considere un potencial dado por

$$V(r) = \begin{cases} 0 & r > r_0 \\ -V_0/r & r < r_0 \end{cases} .$$

(a) Grafique $V(r)$ cualitativamente y compárelo con el potencial de Coulomb $-\dfrac{V_0}{r}$.

(b) Calcule la sección eficaz diferencial de scattering para una partícula de energía E y masa m en la aproximación de Born.

(c) Analizar la dependencia de la sección eficaz diferencial con V_0, E y m.

$\boxed{4}$ *(2.5 puntos)* Decidir si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justificar.

(a) La función de onda de un estado con $j = 1$ formado mediante el acoplamiento de dos partículas con espín 0 provenientes de orbitales p, resulta antisimétrica ante el intercambio de las partículas.

(b) El término de interacción de Darwin $W_D = \dfrac{\pi e^2\hbar^2}{2m^2c^2}\delta(\mathbf{r})$ remueve la degeneración del nivel $2p$ del átomo de Hidrógeno H_0.

(c) Cierto estado $|\phi\rangle$ es autovector simultáneo de los operadores de paridad y momento lineal. Entonces, el valor de expectación del momento lineal en dicho estado es nulo.

Algunas expresiones que podrían resultar útiles (o no...)

(a) **Oscilador armónico unidimensional**

i- Operador de destrucción: $a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x + \frac{i}{m\omega}p\right)$.

(b) **Átomo de Hidrógeno**

i- Energías del átomo de Hidrógeno H_0: $E_n = -\frac{E_I}{n^2}$, con $E_I = \frac{me^4}{2\hbar^2}$.

ii- Autoestados de $H_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - \frac{e^2}{r}$: $\psi_{n,\ell,m}(\mathbf{r}) = C_{n\ell}\, r^\ell e^{-r/(na_0)} L^{2\ell+1}_{n-\ell-1}\left(\frac{2r}{na_0}\right) Y_{\ell m}(\theta,\varphi)$, siendo $a_0 = \frac{\hbar^2}{me^2}$, $C_{n\ell}$ una constante de normalización y $L^{2\ell+1}_{n-\ell-1}\left(\frac{2r}{na_0}\right)$ polinomios.

(c) **Algunas integrales**

i- Si $f(\mathbf{r}) = f(r)$ (depende sólo del módulo de $\mathbf{r}$) entonces

$$\int d^3\mathbf{r}\, e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} f(r) = \frac{4\pi}{|\mathbf{k}|}\int_0^{+\infty} dr\, r\, \mathrm{sen}\,(|\mathbf{k}|r)\, f(r)\,.$$

(d) **Tabla de coeficientes de Clebsch-Gordan**