Física Teórica 2

Primer cuatrimestre de 2019

Guía 12: Partículas Idénticas

P1 Construya los estados posibles de partículas idénticas en cada uno de los siguientes casos:

(a) Dos bosones de spin 1.

(b) Dos fermiones de spin 1/2.

(c) Tres bosones de spin 1.

(d) Tres fermiones de spin 1/2.

P2 Dos partículas distinguibles de spin 1 sin impulso angular orbital pueden tener momento angular total $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{S}_1 + \boldsymbol{S}_2$ con $j = 0$, $j = 1$, o $j = 2$. Si ahora en cambio las partículas son idénticas, ¿qué restricciones se obtienen sobre los valores de j posibles?

P3 N partículas idénticas de spin 1/2 están sometidas a un potencial de oscilador armónico unidimensional.

(a) ¿Cuál es la energía del estado fundamental?
(Sugerencia: considere primero el caso N par y luego el impar).

(b) Suponga $N = 2$. Escriba el estado del sistema correspondiente al estado fundamental. ¿Existe alguna restricción para el valor del spin total del sistema? Interprete físicamente.

P4 Dos fermiones idénticos de spin 1/2 se encuentran dentro de un pozo potencial infinito

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } 0 \leq x \leq L \\ \infty & \text{en otro caso} \end{cases} .$$

(a) Escriba el vector de estado y la energía del estado de menor energía compatible con que las dos partículas se encuentran en un triplete de spin.

(b) Repita (a) cuando las partículas se encuentran en el singlete de spin.

Ayuda: recuerde que los autoestados del pozo infinito son $\{|n\rangle, n \in \mathbb{N}\}$, con

$$H|n\rangle = \frac{\pi^2\hbar^2 n^2}{2mL^2}|n\rangle, \quad n \in \mathbb{N},$$

y funciones de onda

$$\langle x|n\rangle = \psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right).$$

P5 Considere tres partículas idénticas de spin 1 que interactúan débilmente.

(a) Suponga que se sabe que la parte espacial del estado es simétrica respecto del intercambio de cualquier par de partículas. Construya entonces, si es posible, los estados de spin normalizados en los siguientes tres casos:

(i) Las tres partículas están en el estado $m = +\hbar$.

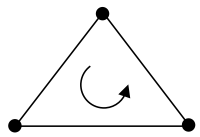
(ii) Dos de ellas están en el estado $m = +\hbar$ y la otra en $m = 0$.

(iii) Las tres están en diferentes estados de spin.

¿Cuál es el spin total en cada caso?

(b) Resuelva el mismo problema cuando la parte espacial es antisimétrica ante el intercambio de cualquier par de partículas.

P6 Tres partículas idénticas de spin 0 están situadas en los vértices de un triángulo equilátero (ver figura). El eje z es perpendicular al plano del triángulo y pasa por su centro. Todo el sistema puede rotar libremente alrededor de dicho eje. Obtenga restricciones para los valores posibles de J_z.



P7 Se tiene un Hamiltoniano h de una partícula con tres niveles de energía 0, $\hbar\omega$, y $2\hbar\omega$. La única degeneración que tienen estos niveles es debida al spin.

(a) Se colocan tres partículas de spin 1/2 que no interactúan entre sí. El Hamiltoniano del sistema de tres fermiones es $H = h(1) + h(2) + h(3)$, donde los números indican las variables de configuración de cada partícula. Halle todos los autovalores y autovectores de H, especificando el grado de degeneración de los niveles.

(b) Repita el cálculo para un conjunto de tres bosones de spin 0.

P8 Considere cuatro partículas no interactuantes que están descriptas por el Hamiltoniano

$$H = h(1) + h(2) + h(3) + h(4), \quad \text{donde} \quad h(i) = \frac{p_i^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x_i^2}{2}.$$

(a) Si las partículas son distinguibles, halle los autoestados y energías del sistema. ¿Cuál es la degeneración de los tres estados de menor energía?

(b) Si las partículas son indistinguibles de spin 0, ¿cuáles son los posibles estados físicos y cuál es la degeneración de las energías?

(c) ¿Cuál es el estado fundamental y su degeneración si las partículas tienen spin 1/2?