“Why is it that particles with half-integral spin are Fermi particles whose amplitudes add with the minus sign, whereas particles with integral spin are Bose particles whose amplitudes add with the positive sign? We apologize for the fact that we cannot give you an elementary explanation.”
- R. Feynman.

---

1 Construya los estados posibles de varias partículas en cada uno de los siguientes casos:

(a) Dos bosones de espín 1.

(b) Tres bosones de espín 1.

(c) Dos fermiones de espín 7/2.

2 Dos partículas distinguibles de espín 1 sin impulso angular orbital pueden tener $j = 0$, $j = 1$, o $j = 2$. Suponga ahora que las partículas son idénticas. ¿Qué restricciones se obtienen?

3 Dos fermiones idénticos de espín 1/2 se mueven en una dimensión bajo el efecto de un potencial de pozo infinito

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{para } x < 0, x > L \\ 0 & \text{para } 0 \leq x \leq L\ . \end{cases}$$

(a) Escriba la función de onda y la energía del estado fundamental cuando las dos partículas se encuentran en un triplete de espín.

(b) Repita (a) cuando las partículas se encuentran en el singlete de espín.

(c) Suponga ahora que las dos partículas interactúan mutuamente mediante un potencial de corto alcance que puede ser aproximado por

$$V = -\lambda\delta(x_1 - x_2)\ ,$$

con $\lambda > 0$. Asumiendo que la teoría de perturbaciones es válida para este potencial, discuta que pasa con los niveles de energía obtenidos en (a) y (b).

4 Dos electrones se mueven en una dimensión sometidos a un potencial de la forma

$$V(x) = V_0[\delta(x - a) + \delta(x + a)]\ ,$$

donde $V_0 > 0$.

(a) Resuelva el problema considerando a los electrones indistinguibles.

(b) Considere ahora un potencial de interacción repulsivo entre ambos electrones, de la forma

$$W(x_1, x_2) = -V_0\delta(x_1 - x_2)\ .$$

Resuelva el problema a primer orden en la perturbación W analizando las características de la contribución debida a la antisimetrización de la función de onda (término de intecambio).

5 Se tiene un hamiltoniano h con tres niveles de energía 0, $\hbar\omega$, y $2\hbar\omega$. La única degeneración que tienen estos niveles es debida al espín.

(a) Se colocan tres partículas de espín 1/2 que no interactúan entre sí. El hamiltoniano del sistema de tres fermiones es $H = h(1) + h(2) + h(3)$, donde los números indican las variables de configuración de cada partícula. Halle todos los autovalores y autovectores de H especificando el grado de degeneración de los niveles.

(b) Repita el cálculo para un conjunto de tres bosones de espín 0.

$\boxed{6}$ Considere dos partículas en una dirección interactuando a través del Hamiltoniano

$$H = \frac{p_1^2}{2m} + \frac{p_2^2}{2m} + \alpha\,(x_1 - x_2)^2 \,.$$

Encuentre los estados de energía definida posibles cuando

(a) Las partículas son distinguibles.

(b) Las partículas son muones.

(c) Las partículas son bosones W^+.

$\boxed{7}$ Dos partículas idénticas, de espín 1/2 y masa m están confinadas dentro de un pozo unidimensional infinito de lado L.

(a) Encontrar el nivel fundamental y los dos primeros niveles excitados, sus energía y correspondientes degeneraciones.

(b) Se agrega una interacción

$$W = -\eta\delta\,(x_1 - x_2)\,\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2\,,$$

donde η es una constante y los subíndices 1 y 2 denotan que la magnitud corresponde a la partícula 1 o 2, respectivamente. Calcular las correcciones para la energía de los niveles hallados en el inciso anterior a primer orden en η.

(c) ¿Qué condición hay que imponer sobre los parámetros del problema para que la aproximación a primer orden sea aceptable?

$\boxed{8}$ Decidir si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justificar.

(a) Los estados con $\mathbf{S}^2$ máximo para un sistema de tres partículas idénticas de espín 1/2 son simétricos ante el intercambio de las variables de espín.

(b) Para dos partículas de espín s, el cociente entre el número de estados simétricos y el número de estados antisimétricos es $(s+1)/2$.