

Segundo parcial de Física Teórica 3

3/7/2017

Problema 1

Considere un un gas de N electrones atrapados en una trampa armónica d -dimensional de frecuencia angular ω , sobre el que actúa un campo magnético uniforme de módulo B . Las energías monoparticulares son pues las del oscilador armónico en d dimensiones más un término $\mp\mu B$, donde μ es el momento magnético del electrón y el signo $- (+)$ corresponde a que el espín se oriente paralelo (antiparalelo) al campo. El sistema se encuentra a temperatura 0.

- ¿Qué condición debe satisfacer B para que todos los espines estén orientados paralelamente al campo?
- Calcule la energía de Fermi en el caso $B = 0$.
- Calcule la susceptibilidad magnética del gas. Discuta su resultado.

Ayuda: según cómo afronte el problema le será útil saber que el volumen de una esfera de radio 1 en un espacio de $2d$ dimensiones es $\pi^d/d!$, o bien que $(m+k)!/m! \simeq m^k$ cuando $m \gg k$.

Problema 2

Considere un gas de partículas idénticas de spin 0 y masa m contenido en un recipiente cilíndrico de altura L , en presencia del campo gravitatorio terrestre.

- Calcule la función de partición grancanónica del sistema en términos de sus variables naturales y la función $g_{5/2}$.
- Pruebe que la temperatura crítica satisface $T_c > T_c^0$, donde T_c^0 es la temperatura crítica en ausencia de gravedad. Discuta cualitativamente por qué es así.
- Suponiendo que $mgL \ll kT_c^0$, donde g es la aceleración de la gravedad, calcule la temperatura crítica en términos de T_c^0 , incluyendo la primera corrección debida al campo gravitatorio.

Ayuda: $g_{3/2}(e^{-\alpha}) \simeq \zeta(3/2) - 2\sqrt{\pi\alpha}$ para $\alpha \ll 1$.

Problema 3

Considere una cadena de Ising unidimensional, cerrada, sin campo magnético, formada por N espines y con constante de acoplo adimensional $\beta J = K$.

- Si l es un divisor de N , pruebe que los espines ubicados en las posiciones $l, 2l, \dots, N$ (es decir, las posiciones múltiplos de l) se comportan como una nueva cadena de Ising con constante de acoplo adimensional K' dada por

$$\tanh K' = (\tanh K)^l.$$

Ayuda: escriba las probabilidades en términos de la matriz de transferencia. Va a tener que calcular sus autovalores.

(b) Encuentre los puntos fijos y estudie su estabilidad.