Segundo Parcial – Física Teórica 3

2do Cuatrimestre de 2016

NB: Resuelva cada problema en hojas separadas. Justifique su respuesta.

Problema 1 Considere un gas de electrones en el límite ultrarrelativista confinados en una caja de volumen V y a temperatura T. En este caso la energía de una partícula está relacionada con su impulso mediante $\varepsilon(p) = cp$.

a) Calcule la densidad de estado de los electrones $D(\varepsilon)$ en ese límite.

b) Calcule la compresibilidad isotérmica $\kappa_T = -\left(V \frac{dP}{dV}\Big|_{N,T}\right)^{-1}$ en función de T y z, y muestre que a $T = 0$, $\kappa_T^{-1} \propto n\,\varepsilon_F$.

c) Encuentre la presión del gas en el límite de alta degeneración ($T \ll T_F$) en función de T y ε_F.

Problema 2 Considere un gas ideal de Bose con spin 1 en dos dimensiones y a temperatura T. Las partículas están atrapadas en un potencial armónico de la forma $V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$ y además se aplica un campo magnético $H(> 0)$. Los estados de partículas independientes tienen entonces 3 números cuánticos n_x, n_y y s con energías:

$$\varepsilon_{n_x,n_y,s} = \hbar\omega(1 + n_x + n_y) + Hm_0 s \qquad \text{con} \qquad m_0 > 0$$

a) Escribir la ecuación para el número medio de partículas N en función de T y la fugacidad z. Expresar el resultado en términos de funciones g_ν.

b) Diga, justificando su respuesta, si puede existir un condensado de Bose-Einstein, y en ese caso encuentre el número de partículas crítico $N_c(T)$ para que así suceda en el caso $Hm_0 \gg \hbar\omega$.

c) Calcule el número de partículas condensadas $N_0(N)$ para una T fija.

Problema 3 Considere una red cuadrada bidimensional con $N \gg 1$ sitios. En cada sitio hay un spin que puede tener proyecciones $s_i = -1, 0, 1$. El hamiltoniano es del tipo Ising con interacción ferromagnética a primeros vecinos de constante $J_1 > 0$ y sin campo magnético externo.

a) Escriba el hamiltoniano del sistema en términos de los spines en cada sitio s_i.

b) Realice una aproximación de campo medio y encuentre el hamiltoniano aproximado de un sitio y la ecuación que determina $\langle s_i \rangle$ a temperatura T. Justifique.

c) Encuentre la temperatura crítica y grafique cualitativamente la magnetización espontánea en función de T.

Preguntas Teóricas

a) Sean φ_1, φ_2, y φ_3 funciones de onda de partícula independiente. ¿Como sería la función de onda explícita de 3 partículas fermiónicas apropiadamente simetrizada?

b) Sea un sistema de fermiones no interactuantes a $T \simeq 0$. Grafique la población media de los "niveles". Explique.

c) Grafique la presión y C_v para fermiones y bosones no interactuantes y compare con el gas ideal clásico.

d) ¿Es la condensación de Bose una transición de fase? Comente.

e) Sea la aproximación de Bragg-Williams. ¿Cómo es la energía libre de Helmholtz en función de L ?. ¿Cómo se modifica si se aplica un campo externo?

f) Parámetro de orden en Ising.