Termo avanzada
Guía 7: Ciclo de Otto cuántico

El ciclo de Otto más sencillo

El motor

Sustancia de trabajo: qubit con hamiltoniano

$$H = E|1\rangle\langle 1|,$$

donde $|1\rangle$ estado fijo y E controlada externamente. Base de autoestados: $|1\rangle$ y $|0\rangle \perp |1\rangle$ (tiene energía 0).

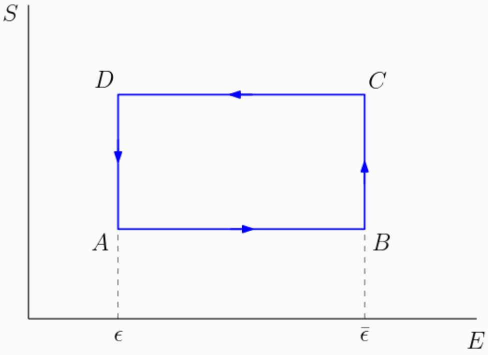
Dos reservorios, a temperaturas T y $\bar{T} > T$.

El ciclo

- **Compresión adiabática**. El motor parte del equilibrio con el reservorio T y con $E = \epsilon$ (estado A); se lo aísla del reservorio y se varía E hasta alcanzar el valor final $\bar{\epsilon} > \epsilon$ (estado B).
- **Calentamiento isocórico**. Se pone al motor en contacto con el reservorio $\bar{T}$ y se deja que equilibre manteniendo $E = \bar{\epsilon}$ fijo (estado C).
- **Expansión adiabática**. Se aísla el motor del reservorio y se varía E hasta volver al valor ϵ (estado D).
- **Enfriamiento isocórico**. Se pone al motor en contacto con el reservorio T y se deja que equilibre manteniendo $E = \epsilon$ fijo (estado A).

El ciclo

Tramos adiabáticos $\Rightarrow$ Evolución unitaria $\Rightarrow$ Entropía de vN constante.



Evolución en los tramos adiabáticos

- Evolución de una matriz densidad cualquiera

$$\left.\begin{array}{l}\rho(t) = \sum_i p_i|\psi_i(t)\rangle\langle\psi_i(t)| \\ |\dot{\psi}_i(t)\rangle = -iH(t)|\psi_i(t)\rangle\end{array}\right\} \Rightarrow \dot{\rho}(t) = -i[H(t), \rho(t)]$$

- En nuestro caso, $H(t) = E(t)|1\rangle\langle 1| \Rightarrow [H(t), H(t')] = 0$

$$\Rightarrow \rho(t) = \rho(0) = \frac{e^{-\beta H(0)}}{Z} \text{ es solución}$$

$\Rightarrow$ **La matriz densidad se mantiene constante en los tramos adiabáticos.**

Estados A, B, C y D

$$\rho_A = \frac{1}{1+e^{-\beta\epsilon}} \left(|0\rangle\langle 0| + e^{-\beta\epsilon}|1\rangle\langle 1|\right) = \rho_B$$

$$\rho_C = \frac{1}{1+e^{-\bar{\beta}\bar{\epsilon}}} \left(|0\rangle\langle 0| + e^{-\bar{\beta}\bar{\epsilon}}|1\rangle\langle 1|\right) = \rho_D$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = \mathrm{Tr}(\rho_A H_A - \rho_B H_B)$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = \mathrm{Tr}[\rho_A(H_A - H_B)]$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = (\epsilon - \bar{\epsilon})\,\mathrm{Tr}(\rho_A|1\rangle\langle 1|)$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = (\epsilon - \bar{\epsilon})\langle 1|\rho_A|1\rangle$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = (\epsilon - \bar{\epsilon})\frac{e^{-\beta\epsilon}}{1 + e^{-\beta\epsilon}}$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = \frac{\epsilon - \bar{\epsilon}}{e^{\beta\epsilon} + 1}$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = \frac{\epsilon - \bar{\epsilon}}{e^{\beta\epsilon} + 1}$$

- Calor absorbido en el tramo BC:

$$Q_{BC} = \mathrm{Tr}(\rho_C H_C - \rho_B H_B)$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = \frac{\epsilon - \bar{\epsilon}}{e^{\beta\epsilon} + 1}$$

- Calor absorbido en el tramo BC:

$$Q_{BC} = \mathrm{Tr}[(\rho_C - \rho_B)H_B]$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = \frac{\epsilon - \bar{\epsilon}}{e^{\beta\epsilon} + 1}$$

- Calor absorbido en el tramo BC:

$$Q_{BC} = \bar{\epsilon}\,\mathrm{Tr}[(\rho_C - \rho_B)|1\rangle\langle 1|]$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = \frac{\epsilon - \bar{\epsilon}}{e^{\beta\epsilon} + 1}$$

- Calor absorbido en el tramo BC:

$$Q_{BC} = \bar{\epsilon}\langle 1|(\rho_C - \rho_B)|1\rangle$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = \frac{\epsilon - \bar{\epsilon}}{e^{\beta\epsilon} + 1}$$

- Calor absorbido en el tramo BC:

$$Q_{BC} = \bar{\epsilon}\left(\frac{e^{-\bar{\beta}\bar{\epsilon}}}{1 + e^{-\bar{\beta}\bar{\epsilon}}} - \frac{e^{-\beta\epsilon}}{1 + e^{-\beta\epsilon}}\right)$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = \frac{\epsilon - \bar{\epsilon}}{e^{\beta\epsilon} + 1}$$

- Calor absorbido en el tramo BC:

$$Q_{BC} = \bar{\epsilon}\left(\frac{1}{e^{\bar{\beta}\bar{\epsilon}} + 1} - \frac{1}{e^{\beta\epsilon} + 1}\right)$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = \frac{\epsilon - \bar{\epsilon}}{e^{\beta\epsilon} + 1}$$

- Calor absorbido en el tramo BC:

$$Q_{BC} = \bar{\epsilon}\left(\frac{1}{e^{\bar{\beta}\bar{\epsilon}} + 1} - \frac{1}{e^{\beta\epsilon} + 1}\right)$$

- Trabajo entregado en el tramo CD:

$$W_{CD} = \frac{\bar{\epsilon} - \epsilon}{e^{\bar{\beta}\bar{\epsilon}} + 1}$$

Trabajo y calor

- Trabajo entregado en el tramo AB:

$$W_{AB} = \frac{\epsilon - \bar{\epsilon}}{e^{\beta\epsilon} + 1}$$

- Calor absorbido en el tramo BC:

$$Q_{BC} = \bar{\epsilon}\left(\frac{1}{e^{\bar{\beta}\bar{\epsilon}} + 1} - \frac{1}{e^{\beta\epsilon} + 1}\right)$$

- Trabajo entregado en el tramo CD:

$$W_{CD} = \frac{\bar{\epsilon} - \epsilon}{e^{\bar{\beta}\bar{\epsilon}} + 1}$$

- Calor absorbido en el tramo DA:

$$Q_{DA} = \epsilon\left(\frac{1}{e^{\beta\epsilon} + 1} - \frac{1}{e^{\bar{\beta}\bar{\epsilon}} + 1}\right)$$

Trabajo total y eficiencia

- Trabajo total:

$$W = W_{AB} + W_{CD} = (\bar{\epsilon} - \epsilon)\left(\frac{1}{e^{\bar{\beta}\bar{\epsilon}} + 1} - \frac{1}{e^{\beta\epsilon} + 1}\right)$$

$$W \geq 0 \iff \bar{\beta}\bar{\epsilon} \leq \beta\epsilon \iff \epsilon/\bar{\epsilon} \geq T/\bar{T}$$

- Eficiencia:

$$\eta = \frac{W}{Q_{BC}} = 1 - \frac{\epsilon}{\bar{\epsilon}} \leq 1 - \frac{T}{\bar{T}}$$

Fenómenos más cuánticos

1. Squeezing

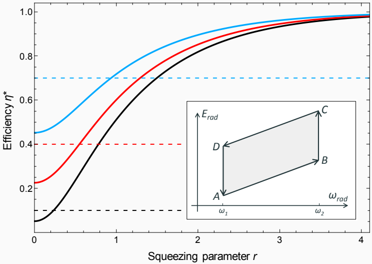
Squeezing

Oscilador armónico $\Rightarrow$ Operador de squeezing $U = e^{r[a^2-(a^\dagger)^2]/2}$

$$(\Delta x)_{U|n\rangle} = e^{-r}(\Delta x)_{|n\rangle} \qquad (\Delta p)_{U|n\rangle} = e^{r}(\Delta p)_{|n\rangle}$$

Squeezing y eficiencia

Roßnagel et al, 2014: si el reservorio caliente no está en el estado térmico $\rho_{\bar{T}}$ sino en el estado $U\rho_{\bar{T}}U^\dagger$, entonces al ponerlo en contacto con el qubit éste equilibra "a temperatura mayor a $\bar{T}$" $\Rightarrow$ La eficiencia puede superar a Carnot.



Verificado experimentalmente (**Klaers et al, 2017**)

2. Trabajo y entrelazamiento

Sistema y estado inicial

Sistema: dos qubits, A y B, con hamiltoniano $H = 0$.

Estado inicial: estado puro maximalmente entrelazado $\Leftrightarrow$ $\rho_A = \rho_B = \mathbb{1}/2$.

"Casi" violación de la segunda ley

$\exists$ proceso en el que

- El sistema interactúa con un único reservorio
- Cada qubit termina en el mismo estado en el que empezó ($\rho_A = \rho_B = \mathbb{1}/2$)
- El sistema entrega trabajo

El proceso

- Subimos la energía de los estados desocupados $\Rightarrow W = 0$.
- Ponemos al sistema en contacto con el reservorio y dejamos que equilibre $\Rightarrow$ Los estados excitados se ocupan $\Rightarrow$ El sistema adquiere energía.
- Separamos del reservorio y bajamos la energía de los estados excitados hasta volver a $H = 0 \Rightarrow$ El sistema devuelve la energía que adquirió en forma de trabajo.
- Volvemos a poner en contacto con el reservorio $\Rightarrow$ Estado final $\rho = \mathbb{1}/4 \Rightarrow \rho_A = \rho_B = \mathbb{1}/2$.

Referencias

- Squeezing teórico: Roßnagel et al, Physical Review Letters 2014

  https://arxiv.org/abs/1308.5935

- Squeezing experimental: Klaers et al, Physical Review X 2017

  https://arxiv.org/abs/1703.10024https://arxiv.org/abs/1703.10024

- Borrado de una memoria cuántica: Del Río et al, Nature 2013

  https://arxiv.org/abs/1009.1630