Termo avanzada
Guía 8: Termodinámica de agujeros negros

Agujeros negros

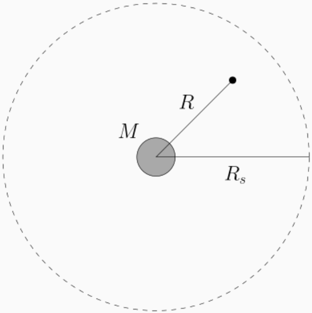
Radio de Schwarzschild

Radio de Schwarzschild de una estrella de masa M

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

Para el sol, $R_s \simeq 3$ km $\ll R_\odot$

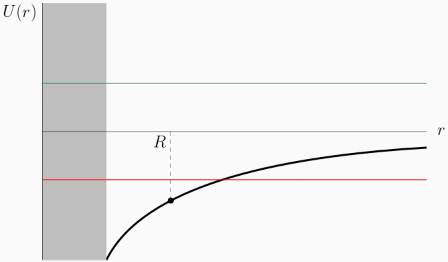
Cuerpos compactos



La partícula no puede escapar al infinito.

Cuerpos compactos

Energía potencial gravitatoria $U(r) = -GMm/r$



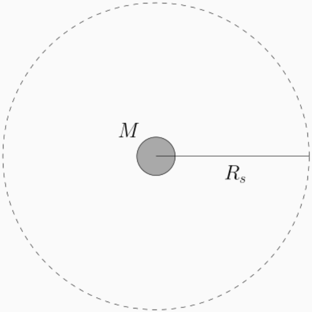
Para escapar, la partícula necesita como mínimo $E = 0$

$$0 = E = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} > \sqrt{\frac{2GM}{R_s}} = c$$

$\Rightarrow$ No puede escapar.

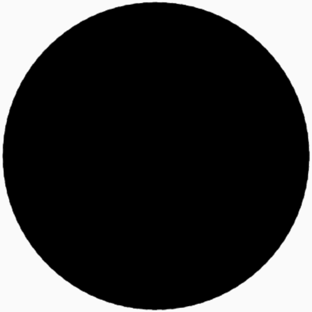
Agujeros negros

Si una estrella tiene radio menor a R_s, entonces nada de lo que quede adentro de la bola de radio R_s podrá escapar al infinito.



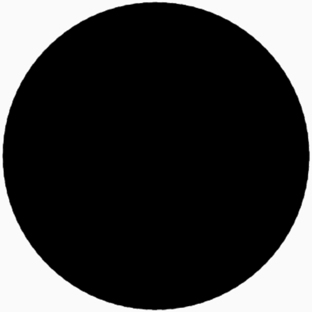
Agujeros negros

Si una estrella tiene radio menor a R_s, entonces nada de lo que quede adentro de la bola de radio R_s podrá escapar al infinito.



Agujeros negros

Si una estrella tiene radio menor a R_s, entonces nada de lo que quede adentro de la bola de radio R_s podrá escapar al infinito.



A esa bola la llamamos **agujero negro**, y a su superficie **horizonte de eventos**.

Podemos creerle al análisis newtoniano?

Para estudiar cosas que se mueven muy rápido en presencia de gravedad, hay que combinar gravedad con relatividad especial $\Rightarrow$ Relatividad general.

Pero en relatividad general la conclusión es la misma, incluso más fuerte.

Agujeros negros en RG

Si una estrella tiene radio menor a R_s, entonces la bola de radio R_s es un agujero negro.

- Nada de lo que queda adentro del agujero negro puede escapar **al exterior** (no sólo al infinito), ni siquiera si hay un cohete que lo propulsa.
- Todo lo que queda adentro (estrella incluida) termina colapsando a un solo punto (singularidad).
- El colapso gravitatorio es genérico para estrellas con suficiente masa.
- Además del agujero negro que describimos (Schwarzschild) hay otros agujeros negros estacionarios (rotantes).

Unidades planckianas

- Longitud de Planck

$$l_P = \sqrt{\hbar G/c^3} \sim 10^{-35} \text{ m}$$

- Tiempo de Planck

$$t_P = \sqrt{\hbar G/c^5} \sim 10^{-44} \text{ s}$$

- Masa de Planck

$$m_p = \sqrt{\hbar c/G} \sim 10 \ \mu\text{g}$$

Usaremos unidades planckianas $l_p = t_p = m_p = 1$ ($\Leftrightarrow \hbar = c = G = 1$).
También elegimos la unidad de temperatura de forma que $k = 1$.

Analogía con termodinámica

Los BHs no tienen pelo

Teorema de no pelo (Israel, Carter, Hawking...): un agujero negro estacionario está unívocamente caracterizado por su masa y momento angular. Toda la otra información de la estrella que lo formó se pierde.

Análogo a los estados de equilibrio en termodinámica: unívocamente caracterizados por energía y volumen.

Las 4 leyes de la mecánica de BHs

4 teoremas sobre agujeros negros estacionarios que son análogos a las leyes de la termo (Bardeen, Carter, Hawking '73).

Ley 0. La gravedad de superficie κ (módulo del campo gravitatorio en el horizonte) es constante en todo el horizonte.

Schwarzschild:

$$\kappa = \frac{M}{R_s^2} = \frac{M}{(2M)^2} = \frac{1}{4M} \quad \text{constante} \checkmark$$

Las 4 leyes de la mecánica de BHs

4 teoremas sobre agujeros negros estacionarios que son análogos a las leyes de la termo (Bardeen, Carter, Hawking '73).

Ley 1. Ante pequeñas variaciones de la masa M y el momento angular J,

$$dM = \frac{\kappa}{8\pi} dA + \Omega dJ$$

Schwarzschild: $J = 0$, $A = 4\pi R_s^2 = 16\pi M^2 \Rightarrow dA = 32\pi M dM$

$$\Rightarrow \frac{\kappa}{8\pi} dA = \frac{1}{8\pi} \frac{1}{4M} 32\pi M dM = dM \checkmark$$

Las 4 leyes de la mecánica de BHs

4 teoremas sobre agujeros negros estacionarios que son análogos a las leyes de la termo (Bardeen, Carter, Hawking '73).

Ley 2 (*teorema del área de Hawking*). En todo proceso, $\Delta A \geq 0$.

Schwarzschild: lanzamos un objeto al agujero negro $\Rightarrow$ aumenta su masa $\Rightarrow$ aumenta su área $\checkmark$

Las 4 leyes de la mecánica de BHs

4 teoremas sobre agujeros negros estacionarios que son análogos a las leyes de la termo (Bardeen, Carter, Hawking '73).

Ley 3. Imposible llegar a $\kappa = 0$ con una cantidad finita de recursos.

Schwarzschild: $\kappa = 1/4M \Rightarrow$ Para llegar a $\kappa = 0$ tenemos que darle masa infinita $\checkmark$

Analogía con la termodinámica

Estos teoremas son análogos a las leyes de la termodinámica si asignamos a los agujeros negros una entropía

$$S = \alpha A$$

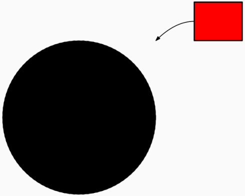
y una temperatura

$$T = \frac{\kappa}{8\pi\alpha},$$

con α alguna constante.

Más que una analogía

Bekenstein, años 70

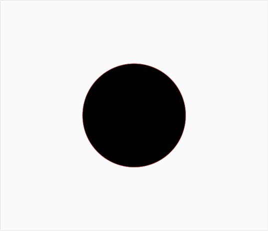


- La entropía afuera del BH disminuye.
- Pero esto es raro: para un observador afuera del BH, aumenta la incertidumbre sobre el estado del universo.
- Quizá $S_{BH} = \alpha A$ dé cuenta de esa incertidumbre, y se cumpla

$$\Delta(S_{BH} + S) \geq 0$$

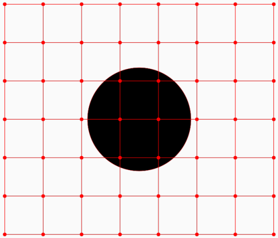
(**segunda ley generalizada**)

Radiación de Hawking



- En ausencia de cargas, clásicamente diríamos que el campo electromagnético es 0.
- Pero el campo electromagnético es cuántico $\Rightarrow$ Lo más que podemos decir es que está en el vacío (estado fundamental).
- El campo cumple la ecuación de ondas $\Rightarrow$ Es un sistema de osciladores acoplados.

Radiación de Hawking



- En el estado fundamental, los osciladores adentro del BH están entrelazados con los de afuera.
- Pero el observador afuera no ve lo que hay adentro $\Rightarrow$ ve un estado mixto.
- **Hawking '74:** ese estado corresponde a un flujo de radiación de cuerpo negro proveniente del BH, con temperatura $T = \kappa/2\pi$.

Temperatura y entropía de BHs

- Antes habíamos visto que las leyes de la mecánica de los BHs son análogas a las de la termodinámica con $S = \alpha A$, $T = \kappa/8\pi\alpha$.
- Ahora vemos que esta temperatura es real, y vale

$$T = \frac{\kappa}{2\pi}$$

- Eso sugiere que S también es real. El valor de T fija $\alpha = 1/4$

$$\Rightarrow S = \frac{A}{4}$$

Algunos números

Schwarzschild: $\kappa = 1/(4M)$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{1}{8\pi M} = \frac{m_P^2 c^2}{8\pi M k} = \frac{\hbar c^3}{8\pi G M k}$$

Si $M = M_\odot$, $T \sim 10^{-8}$ K $\ll T_{CMB} \sim 3$ K $\Rightarrow$ Indetectable.

Evaporación de BHs

- Si el agujero negro radía, tiene que ir perdiendo energía, i.e., masa (**evaporación del BH**).
- Ley de Stefan-Boltzmann: potencia radiada por unidad de superficie $\propto T^4$.
- Schwarzschild $T \propto 1/M \Rightarrow$ Cuanta menos masa tiene, mayor es su temperatura $\Rightarrow$ El proceso de evaporación es acelerado $\Rightarrow$ El BH desaparece en un tiempo finito.

Preguntas abiertas

Interpretación de la entropía

La entropía debería contar el número de microestados compatibles con el agujero negro. Qué son esos microestados?

- Bekenstein: por el teorema de no pelo, un mismo agujero negro puede provenir de muchas configuraciones iniciales distintas. Los microestados podrían ser esas configuraciones.
- Pero la radiación de Hawking tiene naturaleza cuántica $\Rightarrow$ Hoy se cree que la entropía cuenta microestados de **gravedad cuántica**.

Paradoja de la información

Arrancamos con un sistema cuántico de muchas partículas en un **estado puro**. El sistema colapsa y forma un agujero negro. El agujero negro radía y termina evaporándose, dejando sólo la radiación, que está en un **estado mixto**.

Pero la evolución de puro a mixto está prohibida por la mecánica cuántica! Qué está fallando?

Referencias

- Un paper de Robert Wald sobre la historia de Bekenstein y sus descubrimientos https://arxiv.org/abs/1805.02302
- Uno de los papers donde Bekenstein expuso sus ideas http://www.cbpf.br/~cirto/MecEstNaoExten_HTML/AULAS/Aula_12/Bekenstein_(Black_Holes_And_Entropy)_BPRD_1973%5D.pdf
- Un video de Gaston Giribet con una introducción a la radiación de Hawking https://youtu.be/lIpLD_GPme8