

Formación y evolución de burbujas de Quark Matter

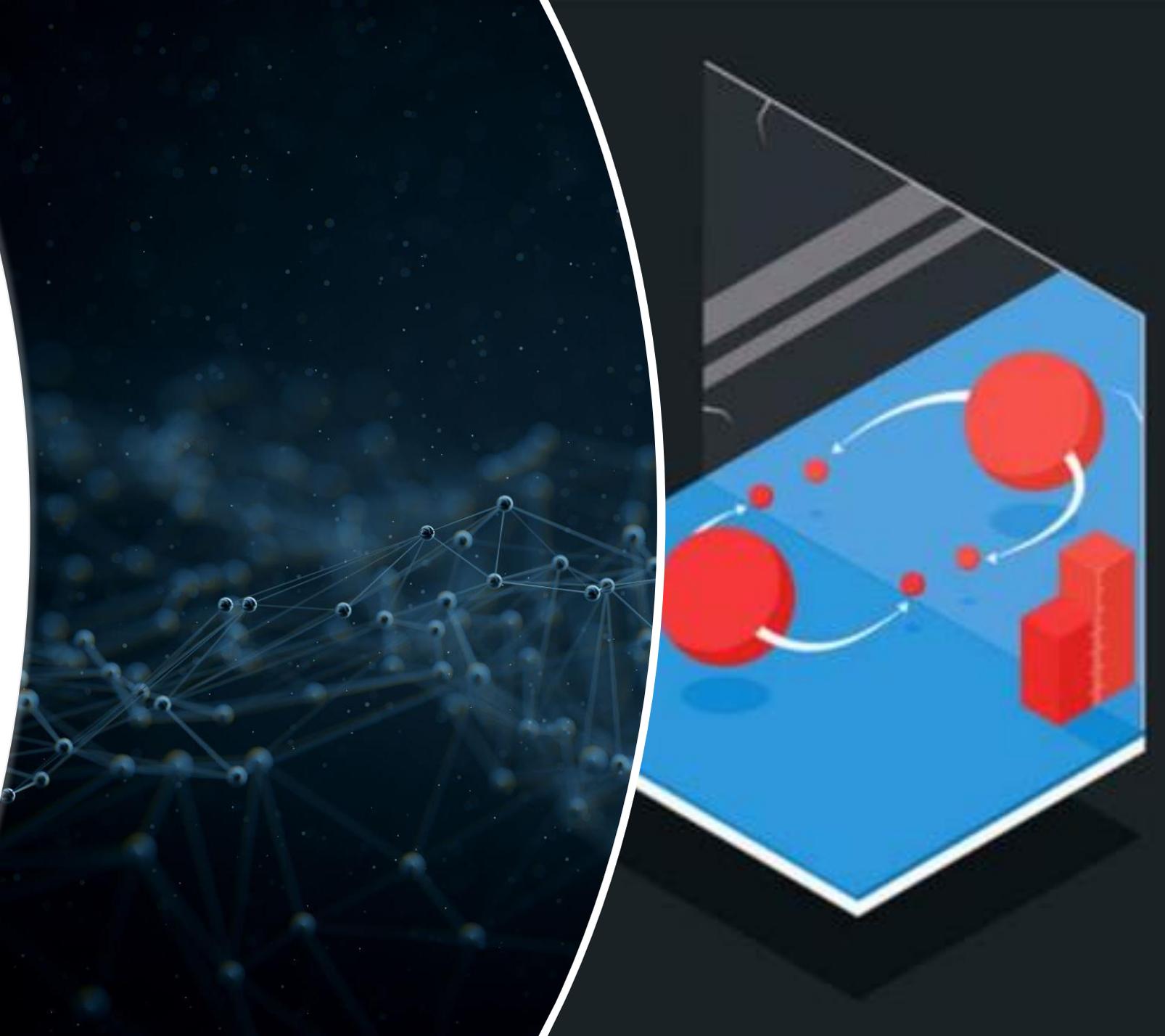


Temas Avanzados de
Termodinámica - 2ºc 2020

Alejandro Morano

Motivaciones

- Un problema importante en cosmología y física de partículas es comprender si el universo actual es simétrico o asimétrico en cuanto a las cantidades de materia/ antimateria. O si se encuentran separadas es escalas muy grandes.
- Como también la naturaleza de la Materia Oscura



Principales Ideas

- Hay dos propuestas como candidatos para materia oscura, las cuales involucran quark matter.

Por el tipo de transición de fase

Durante el enfriamiento y expansión del universo, cuando la temperatura alcanzó $T \sim 150$ MeV. Se presume que la transición hacia el confinamiento de los quarks podría haber sido de primer orden y haber sobrevivido hasta hoy burbujas de quark matter o quark-gluon plasma. En este límite por la alta temperatura, los quarks interactúan débilmente y puede ser descrito en la aproximación de un gas ideal

(Witten 1984)

Por defectos topológicos

Otro mecanismo de creación de burbujas es que en la transición de fase, sin importar el orden. A causa de defectos topológicos relacionado con axiones, generan paredes de dominio con una carga bariónica no nula. Estas partículas son propuestas para resolver el problema de violación de CP.

- Xunyu Liang and Ariel Zhitnitsky
<https://arxiv.org/pdf/1606.00435.pdf>

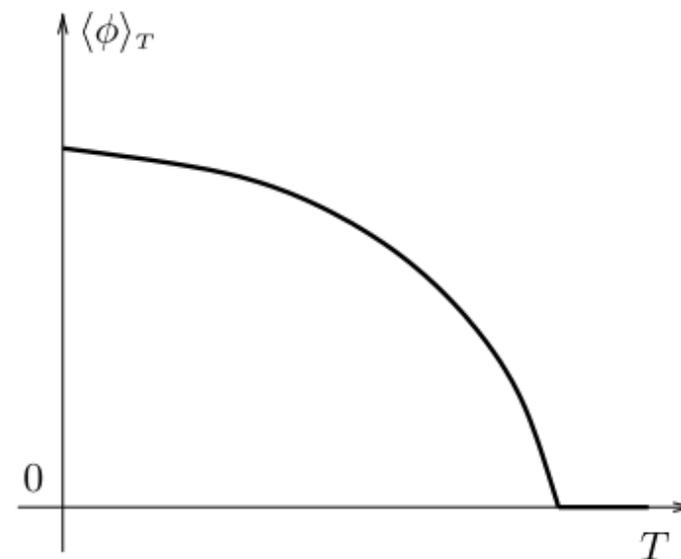
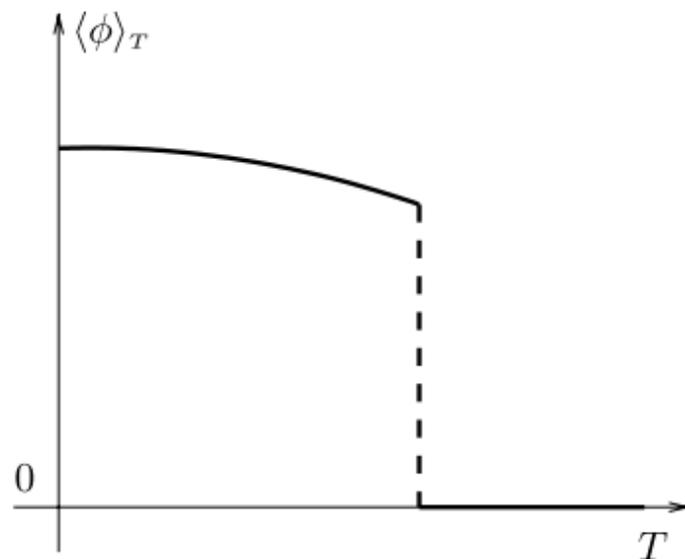
Transiciones de fase

Las más comunes son de

- Primer orden
- Segundo orden

Tipos de transición de fase

Las transiciones de fase ocurren cuando alguna cantidad cambia en forma discontinua.



De manera muy simplificada las de primer orden tiene una discontinuidad en el parámetro relevante de la transición y en las de segundo este cambia de forma continua

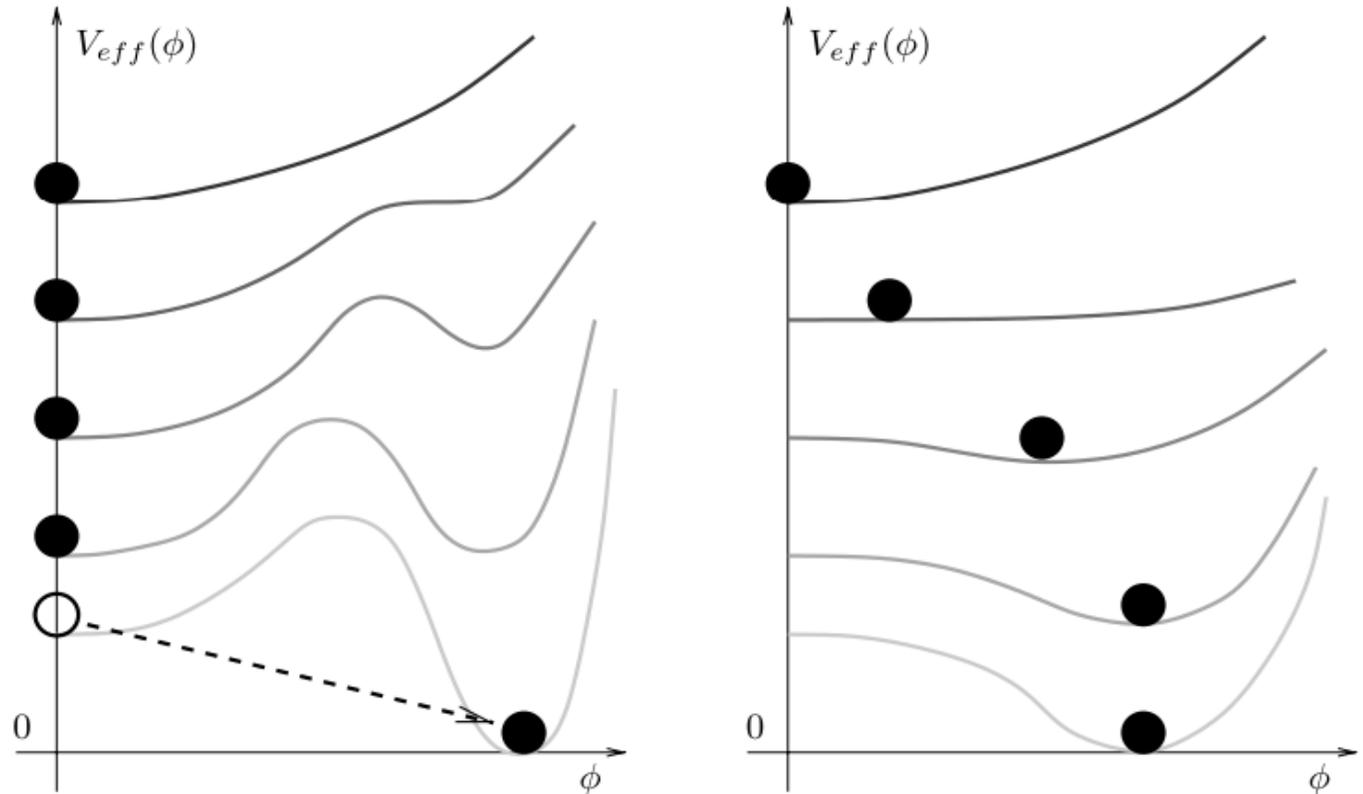
Tipos de transición de fase

Las de primer orden tienen un cambio abrupto en el valor medio del parámetro de orden, mientras que la de segundo orden cambia suavemente con la temperatura

Transiciones de fase

Las más comunes son de

- Primer orden
- Segundo orden



Las de primer orden no pueden ocurrir homogéneamente en todo el espacio

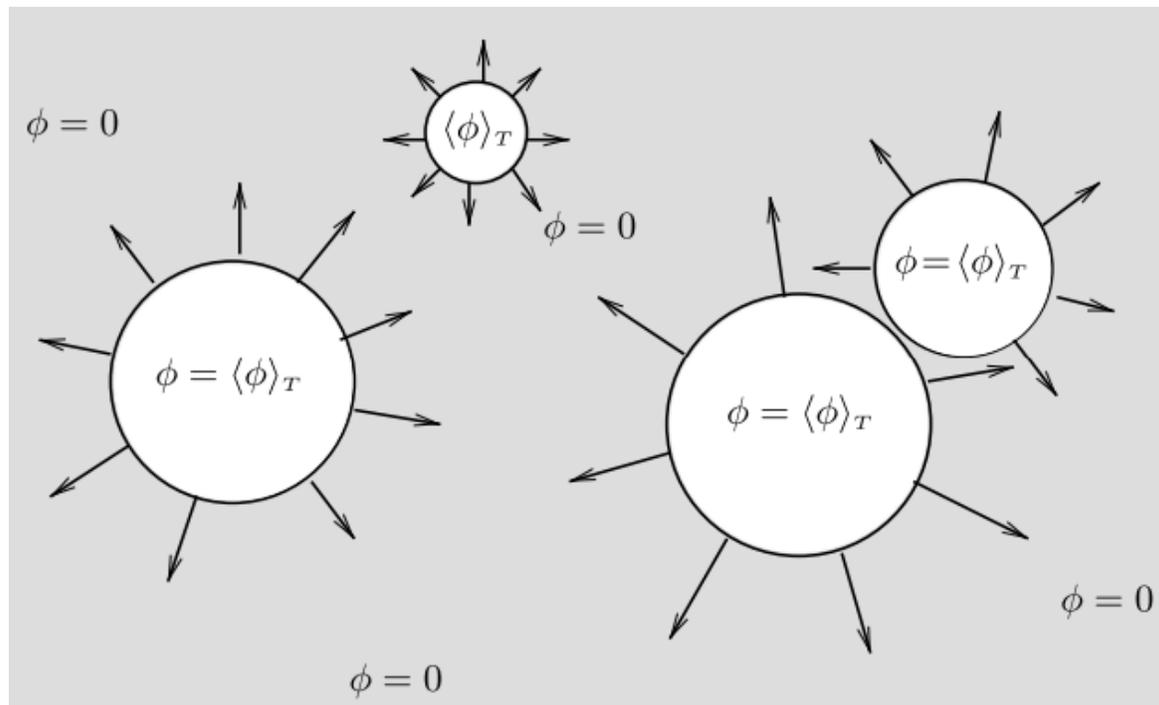
Transiciones de fase

Las más comunes son de

- Primer orden
- Segundo orden

Tipos de transición de fase

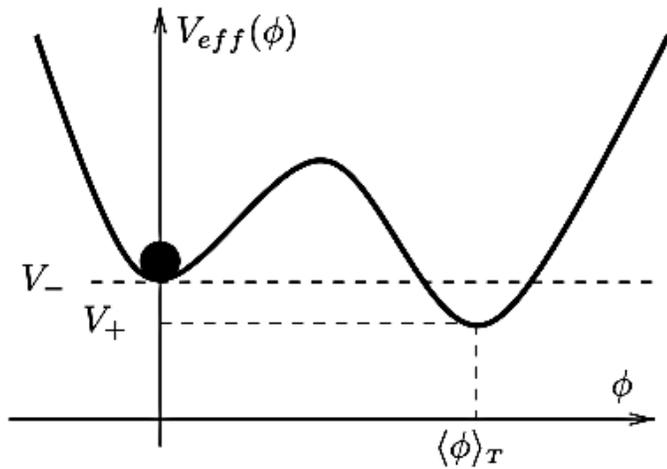
La transición sucede por nucleación espontánea de la nueva fase, que pueden ocurrir por fluctuaciones térmicas.



Veamos algún modelo de nucleación y como describir las paredes de dominio.

Teoría clásica de nucleación

- Cualitativamente la formación de burbujas

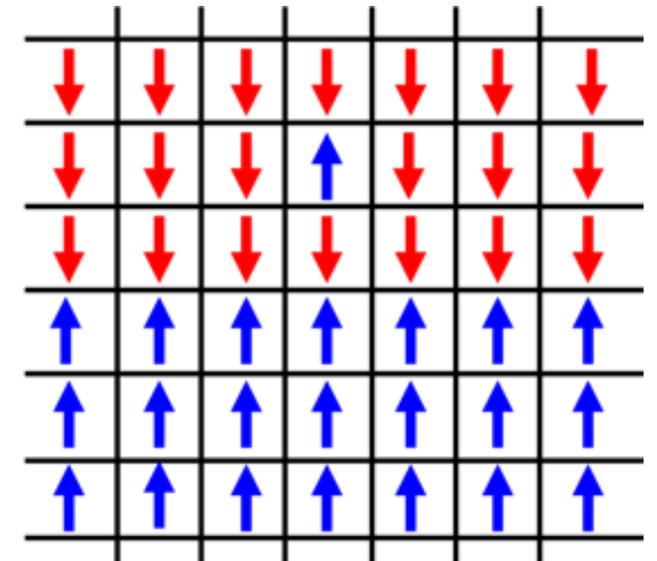


Modelo de Ising

En particular este modelo es más sencillo discutir la transición, para luego pasar a una teoría de campos.

Imaginemos una red de Ising con N spines, en el cual prendemos un campo magnético H , a una temperatura por debajo de la T_c , donde casi todos los spines apuntan en la dirección de H , digamos hacia arriba. Luego si lentamente cambiamos la dirección del campo, es posible preparar al sistema en un estado inestable

El problema consiste en explicar cómo el sistema decae a un estado más estable



Teoría clásica de nucleación

Modelo de Ising

Para esta preparación la típica configuración consiste en pequeñas burbujas de spines hacia abajo en un fondo de spines hacia arriba

Para una distancia típica lo suficientemente grande podemos considerar a las burbujas como un gas no interactuante. La cantidad de burbujas de tamaño l está dado por un factor un factor de Boltzmann

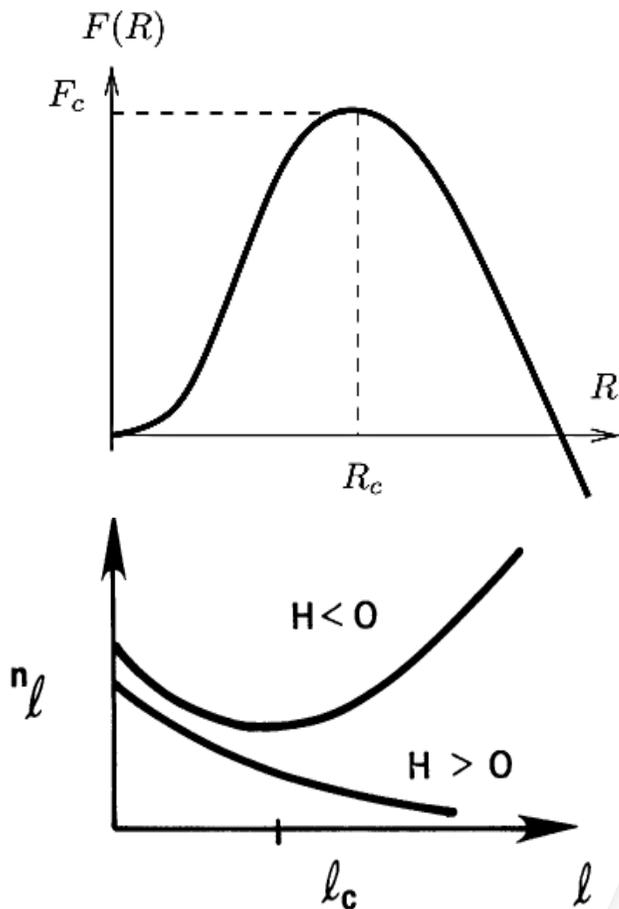
$$n_l = N e^{-\beta \varepsilon_l}$$

Donde ε_l es la energía libre de formación de la burbuja.

$$\varepsilon_l = -2Hl + \sigma l^{(d-1)/d}$$

La cantidad de spines críticos l_c se obtiene en el mínimo de la energía libre

$$l_c = \left(\frac{(d-1)\sigma}{2dH} \right)^d$$



Teoría clásica de nucleación

Teoría de Becker-Döring

Este es un modelo para describir la formación de estas burbujas o clusters. Nos sirve para entender las ideas básicas de nucleación

El punto de partida es una ecuación cinética de $n(t)$. La suposición básica es que la evolución se debe solo al mecanismo de evaporación-condensación

$$\frac{\partial n_l(t)}{\partial t} = J_{l-1} - J_l$$

$$J_l = R_l n_l(t) - R'_{l+1} n_{l+1}(t)$$

Donde J_l es el rate por unidad de volumen del crecimiento de la burbuja, de l a un tamaño $l + 1$.

Teoría clásica de nucleación

Teoría de Becker-Döring

Si requerimos que la distribución de equilibrio n_l sea una solución independiente del tiempo. Entonces encontramos una relación entre los coeficientes R_l y R'_l

$$R_l n_l = R'_{l+1} n_{l+1} \quad \text{con} \quad n_l = N e^{-\beta \varepsilon_l}$$

$$R_l e^{-\beta \varepsilon_l} = R'_{l+1} e^{-\beta \varepsilon_{l+1}}$$

Tratando a l como una variable continua, todas las diferencias entre cantidades evaluadas una en l y la otra en $l + 1$, se convierten en derivas respecto de l .

Así obtenemos de

$$\frac{\partial n_l(t)}{\partial t} = J_{l-1} - J_l$$

Teoría clásica de nucleación

Teoría de Becker-Döring

Podemos escribir $\partial n_l / \partial t$, tomando a l como una variable continua

$$\frac{\partial n_l(t)}{\partial t} = -\frac{\partial J_l}{\partial l} = \frac{\partial}{\partial l} \left[\beta R_l \frac{\partial \varepsilon}{\partial l} n(t) + R_l \frac{\partial}{\partial l} n(t) \right]$$

$$\frac{\partial n_l(t)}{\partial t} = J_{l-1} - J_l$$

Esta es una ecuación de Fokker-Planck, con un coeficiente R_l dependiente de l

Podemos interpretar esta teoría como un proceso estocástico

La teoría no da una descripción para R_l , pero la suposición habitual es que depende de la superficie de la burbuja, en tres dimensiones $R \propto l^{3/2}$. También hay otros modelos.

Teoría clásica de nucleación

Teoría de Becker-Döring

$$\frac{\partial n_1(t)}{\partial t} = -\frac{\partial J_l}{\partial l} = \frac{\partial}{\partial l} \left[\beta R_l \frac{\partial \varepsilon}{\partial l} n(t) + R_l \frac{\partial}{\partial l} n(t) \right]$$

La cantidad J_l es simplemente una corriente en una ecuación de continuidad

La solución $J_l = 0$ corresponde a la solución de equilibrio, sin embargo una teoría de nucleación es una teoría fuera del equilibrio

La solución de estado estacionario es $J_l = I = cte$. La constante I es el Rate de Nucleación y mide la producción de burbujas de radio mayor al crítico en el estado estacionario, no de equilibrio

Teoría clásica de nucleación

$$\frac{\partial n_l(t)}{\partial t} = - \frac{\partial J_l}{\partial l}$$

Teoría de Becker-Döring

Para resolver esta ecuación Becker y Döring utilizaron la siguiente condiciones de contorno

$$\begin{array}{ll} n_l^s \rightarrow n_l & n_l^s \rightarrow 0 \\ l \rightarrow 0 & l \rightarrow \infty \end{array}$$

Estas condiciones describen un estado estacionario con una fuente de burbujas con $l = 0$. Además una burbuja mas grande que l_c es removida por el sistema

La situación estacionaria es completamente análoga al cálculo de efecto túnel del movimiento Browniano de una partícula a través de una barrera de potencial. La barrera de potencial es ε_l y su máximo está en l_c

Este resultado es apenas una buena aproximación ya que, por ejemplo en un sistema gas-líquido la formación de gotas cambia la saturación del gas, lo cual cambia el potencial químico μ corriéndolo del crítico.

Teoría clásica de nucleación

$$\frac{\partial n_1(t)}{\partial t} = - \frac{\partial J_l}{\partial l}$$

Teoría de Becker-Döring

Para campos H pequeños, es posible hacer una expansión alrededor de l_c

El resultado al que llegaron Becker y Döring

$$I = I_0 e^{-\beta \varepsilon_{l_c}} \quad I_0 = C R_c \left(\frac{\beta \varepsilon_{l_c}''}{2} \right)^{1/2}$$

La cantidad ε_{l_c} es una energía de activación, la energía de formación de burbujas críticas

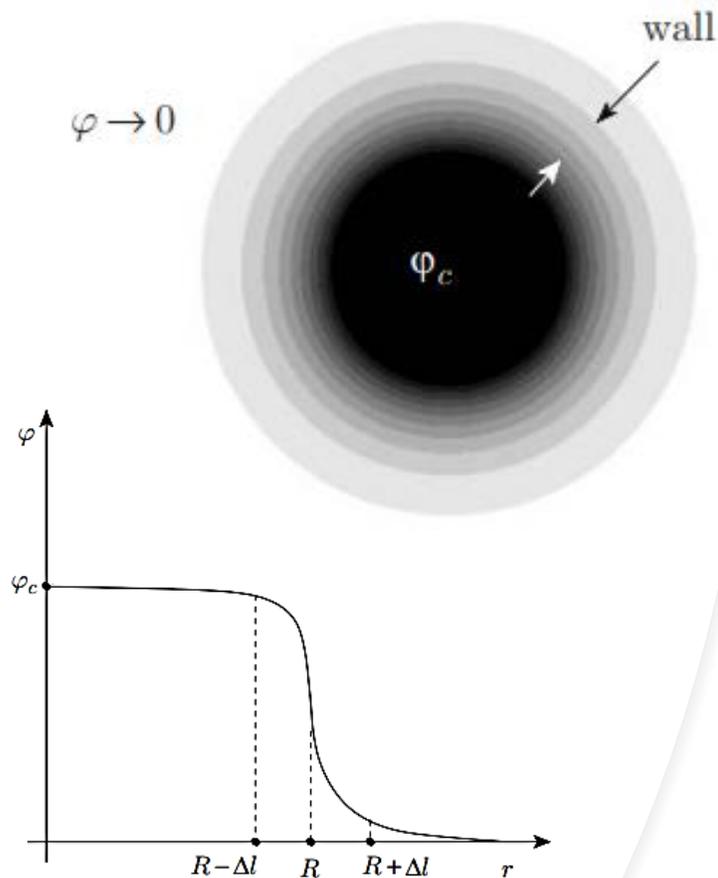
I_0 es el pre-factor del rate de nucleación

Depende fuertemente del factor exponencial

Aunque es una solución aproximada, tiene amplia aplicación en áreas que involucren nucleación homogénea

Teoría de Campos

Formación de paredes de dominio



Energía libre de grano grueso

En este caso, como ejemplo y para ver el amplio uso de las teorías, pensemos en el caso de una aleación binaria.

También se puede describir como un modelo de Ising, donde la variable es la concentración de uno de los componentes $c_i = \pm 1$.

Un estado microscópico de este sistema está dado por una configuración específica $\{c_i\}$.

La probabilidad de encontrar el ensamble en ese estado es

$$P\{c_i\} = e^{-\beta H\{c_i\}} Z^{-1}$$

Dividiendo la red en celdas mas grandes es posible introducir una concentración promedio

$$c_\alpha = V^{-1} \sum_{i \in \alpha} c_i$$

Teoría de Campos Formación de paredes de dominio

Energía libre de grano grueso

Podemos definir un funcional de la energía libre de Helmholtz $F\{c_i\}$.

$$e^{-\beta F\{c_\alpha\}} \equiv \sum'_{\{c_i\}} e^{-\beta H\{c_i\}}$$

Donde sumamos sobre todas la posibles configuraciones consistentes con C_α .

Sin embargo, uno no realiza la suma, si no que asume la energía libre. Un caso típico es la energía libre de Ginzburg-Landau

$$F\{c(x)\} = \int d^3r \left\{ \frac{1}{2} |\nabla c|^2 - \frac{r}{2} c^2 + \frac{u}{4} c^4 - \mu c \right\}$$

Teoría de Campos Formación de paredes de dominio

Energía libre de grano grueso

Podemos usarlo para otro tipo de campo, de forma general

$$F\{\psi(x)\} = \int d^3x \left\{ \frac{1}{2} |\nabla\psi|^2 - \frac{r}{2} \psi^2 + \frac{u}{4} \psi^4 - H\psi \right\}$$

Donde podemos generalizarlo a cualquier campo de interés $\psi(\vec{r})$ en la transición y H es el parámetro conjugado o campo de orden

Ahora para cualquier sistema podemos calcular mediante integrales de caminos

$$Z(H) = \int \mathcal{D}\psi(x) e^{-\beta F\{\psi\}}$$

$$\langle \psi(x) \rangle = Z^{-1} \int \mathcal{D}\psi(x) \psi(x) e^{-\beta F\{\psi\}}$$

Teoría de Campos Formación de paredes de dominio

Energía libre de grano grueso

Estamos describiendo un campo sometido a un potencial de la forma

$$V(\psi) = -\frac{1}{2}r \psi^2 + \frac{u}{4}\psi^4 - H\psi$$

Este potencial tiene dos mínimos para $H > 0$. Que describen ψ_+ la fase estable y ψ_- la fase inestable. Mientras que si cambiamos la dirección del campo $H < 0$, las solución inestable y la estable se invierten

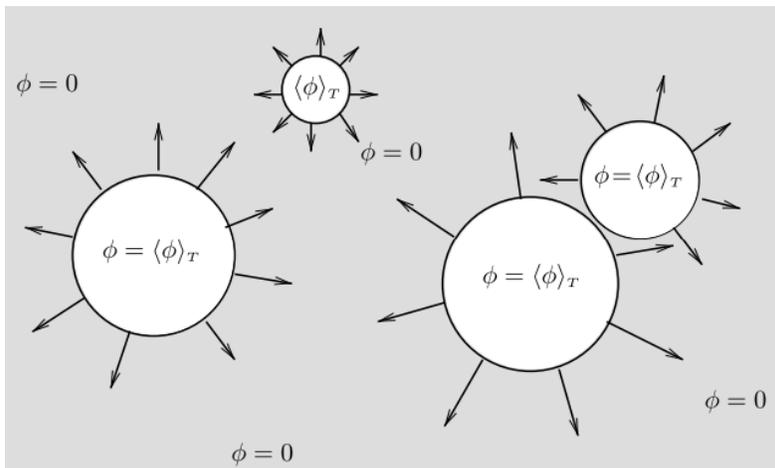
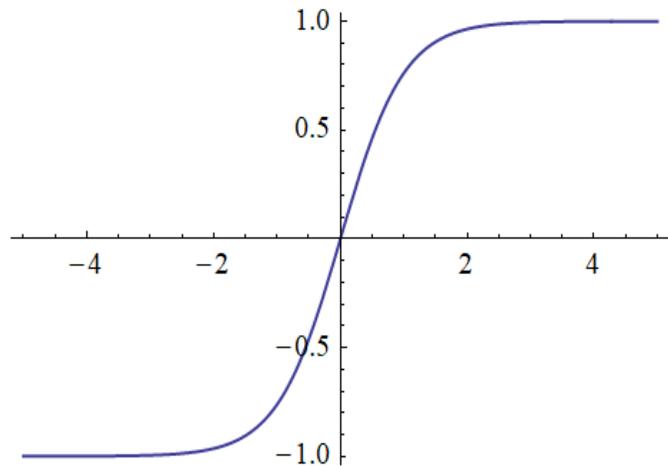
El máximo y el mínimo de la fusión de partición es entonces las ecuaciones de Euler-Lagrange para el potencial de

$$\frac{\delta F\{\psi\}}{\delta\psi(\vec{r})} = -\nabla^2\psi(\vec{r}) + \frac{\partial V(\psi)}{\partial\psi(x)} = 0$$

$$\nabla^2\psi(x) = -r \psi(x) + u \psi^3(x) - H$$

Teoría de Campos

Formación de paredes de dominio



Energía libre de grano grueso

Las soluciones espacialmente uniformes son los mínimos del potencial $\psi_{\pm}(H)$. En el límite que $H \rightarrow 0^{\pm}$, las soluciones son $\pm\psi_s$, con $\psi_s = \sqrt{r/u}$. Tienen la misma energía

(También para campos con otros potenciales)

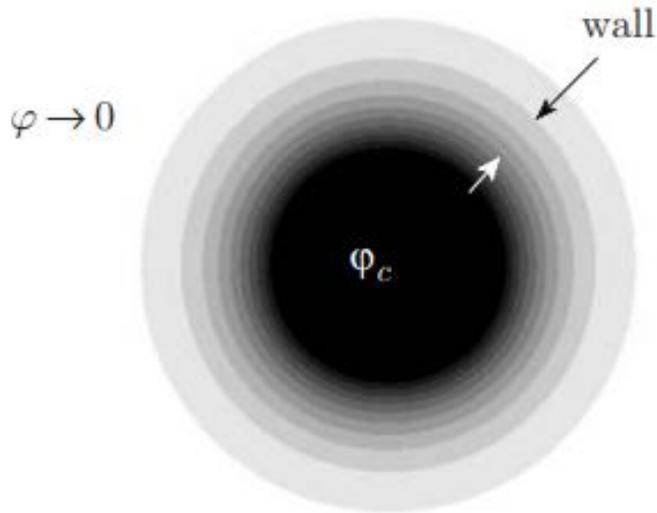
Una solución de interés es la solución donde ψ solo depende de **una coordenada espacial z** , esto describe como cambia el campo al pasar entre dominios en equilibrio.

$$\psi(z) = \sqrt{r/u} \tanh \left[\frac{\sqrt{2}(z-z_0)}{\xi} \right]$$

Bajo el mismo mecanismo el campo de la axion genera las paredes de dominio las cuales genera burbujas

También podemos describir como antes la nucleación calculando la energía libre de una burbuja de una fase inestable en un baño estable, calcular su radio crítico, para luego en la ecuación de Fokker-Planck encontrar una solución estacionaria

Dinámica de las Burbujas



Carga bariónica

Volviendo a el enfriamiento del universo donde, tenemos quark gluon plasma y una pared de dominio entre axiones

Michael McNeil Forbes and Ariel R. Zhitnitsky

<https://arxiv.org/pdf/hep-ph/0008315.pdf>

La ecuación de movimiento de los fermiones sobre la solución de la pared de dominio de la acción se puede deducir del siguiente Lagrangiano.

$$\mathcal{L} = i\bar{\Psi}[\gamma^\mu \partial_\mu - m e^{i[\theta(z) - \phi(z)]\gamma_5} - \mu\gamma_0]\Psi$$

Donde $\theta(z)$ y $\phi(z)$ describen las soluciones asintóticas del campo de la axion. Las soluciones de Ψ tienen grados de libertad en la pared y tienen un número bariónico

$$N = \int d^3x \bar{\Psi}\gamma_0\Psi$$

Xunyu Liang and Ariel Zhitnitsky

<https://arxiv.org/pdf/1606.00435.pdf>

Dinámica de las Burbujas

$$\begin{aligned}
 I_0 &\sim \frac{-1}{m^3\pi^2} \left[2T^3 \text{Li}_3(-e^{-\frac{\mu-m}{T}}) + 2T^2 m \text{Li}_2(-e^{-\frac{\mu-m}{T}}) - Tm^2 \log(e^{-\frac{\mu-m}{T}} + 1) \right] + \frac{1}{2m\pi^2} [m - T \log(1 + e^{-\frac{m-\mu}{T}})] \\
 &\quad - \frac{m}{8\pi^2 T} \left[e^{\frac{\mu}{T}} \text{Ei}\left(-\frac{\mu}{T}\right) - 2e^{\frac{2\mu}{T}} \text{Ei}\left(-\frac{2\mu}{T}\right) + 3e^{\frac{3\mu}{T}} \text{Ei}\left(-\frac{3\mu}{T}\right) \right] + \frac{m}{8\pi^2 T} \left[2e^{-\frac{2\mu}{T}} \text{Ei}\left(\frac{2m}{T}\right) \right. \\
 &\quad \left. - 2e^{-\frac{2\mu}{T}} \text{Ei}\left(\frac{2\mu}{T}\right) + e^{-\frac{\mu}{T}} \text{li}\left(e^{\frac{\mu}{T}}\right) - e^{-\frac{\mu}{T}} \text{li}\left(e^{\frac{m}{T}}\right) \right] + \frac{1}{8\pi^2} [1 - e^{-\frac{m-\mu}{T}} + e^{-\frac{2m-2\mu}{T}}], \quad (4.36) \\
 I_{-1} &\sim \frac{-1}{m^2\pi^2} [T^2 \text{Li}_2(-e^{-\frac{\mu-m}{T}}) - Tm \log(e^{-\frac{\mu-m}{T}} + 1)] + \frac{1}{2\pi^2} \left[e^{\frac{\mu}{T}} \text{Ei}\left(-\frac{\mu}{T}\right) - e^{\frac{2\mu}{T}} \text{Ei}\left(-\frac{2\mu}{T}\right) + e^{\frac{3\mu}{T}} \text{Ei}\left(-\frac{3\mu}{T}\right) \right] \\
 &\quad + \frac{m^2}{8T^2\pi^2} \left[\frac{e^{\frac{\mu}{T}}}{2} \text{Ei}\left(-\frac{\mu}{T}\right) - 2e^{\frac{2\mu}{T}} \text{Ei}\left(-\frac{2\mu}{T}\right) + \frac{9}{2} e^{\frac{3\mu}{T}} \text{Ei}\left(-\frac{3\mu}{T}\right) \right] + \frac{1}{2\pi^2} \left[e^{-\frac{2\mu}{T}} \text{Ei}\left(\frac{2m}{T}\right) - e^{-\frac{\mu}{T}} \text{li}\left(e^{\frac{m}{T}}\right) \right. \\
 &\quad \left. + \log\left(\frac{m}{\mu}\right) - e^{-\frac{2\mu}{T}} \text{Ei}\left(\frac{2\mu}{T}\right) + e^{-\frac{\mu}{T}} \text{li}\left(e^{\frac{\mu}{T}}\right) \right] + \frac{m^2}{8\pi^2 T^2} \left[-2e^{-\frac{2\mu}{T}} \text{Ei}\left(\frac{2\mu}{T}\right) + 2e^{-\frac{2\mu}{T}} \text{Ei}\left(\frac{2m}{T}\right) + \frac{e^{-\frac{\mu}{T}}}{2} \text{li}\left(e^{\frac{\mu}{T}}\right) \right. \\
 &\quad \left. - \frac{e^{-\frac{\mu}{T}}}{2} \text{li}\left(e^{\frac{m}{T}}\right) \right] + \frac{3m^2}{16\pi^2 T\mu\pi^2} - \frac{1}{16\pi^2} (1 - e^{-\frac{m-\mu}{T}} + e^{-\frac{2m-2\mu}{T}}) + \frac{m}{16\pi^2 T} (e^{-\frac{m-\mu}{T}} - 2e^{-\frac{2m-2\mu}{T}}). \quad (4.37)
 \end{aligned}$$

Emisión de neutrinos

A altas temperatura se asume que los quarks se aniquilan de a pares produciendo pares de neutrinos (Witten 1984)

$$q + \bar{q} \rightarrow \nu + \bar{\nu}$$

Su interacción

$$\mathcal{L}_{q\nu} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\bar{\nu} \gamma^\mu \frac{1 + \gamma_5}{2} \nu \right] \left[\bar{u} \gamma^\mu (A_u + B_u \gamma_5) u + \bar{d} \gamma^\mu (A_d + B_d \gamma_5) d + \bar{s} \gamma^\mu (A_s + B_s \gamma_5) s \right],$$

Emisividad

$$\begin{aligned}
 Q_u &\sim \frac{G_F^2 m_u^9}{36\pi} \left\{ A_{u+}^2 \left[8(\Phi_{1u} U_{2u} + \Phi_{2u} U_{1u}) - 2(\Phi_{-1u} U_{2u} + \Phi_{2u} U_{-1u}) + 7(\Phi_{0u} U_{1u} + \Phi_{1u} U_{0u}) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 5(\Phi_{0u} U_{-1u} + \Phi_{-1u} U_{0u}) \right] + 9A_{u-}^2 \left[\Phi_{0u} (U_{1u} + U_{-1u}) + U_{0u} (\Phi_{1u} + \Phi_{-1u}) \right] \right\},
 \end{aligned}$$

muchas integrales y aproximaciones

Neutrino emission and initial evolution of axionic quark nuggets

<https://arxiv.org/pdf/2011.06747.pdf>

Dinámica de las Burbujas

Dinámica

Describimos la dinámica de la pared con la ecuación de un cohete relativista .

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{M}{\sqrt{1 - \dot{R}^2}} \right) + \sqrt{\frac{1 - \dot{R}}{1 + \dot{R}}} \frac{dP_\nu}{dt} = 4\pi R^2 \dot{R} \Delta P,$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{M\dot{R}}{\sqrt{1 - \dot{R}^2}} \right) + \sqrt{\frac{1 - \dot{R}}{1 + \dot{R}}} \frac{dP_\nu}{dt} = 4\pi R^2 \Delta P.$$

Realizando varias estimaciones y valores característicos encontramos que el tiempo de contracción de la burbuja es de $t \sim 10^{-10} \text{ s}$

Su radio final es de alrededor de:

- $R_e \sim 10^{-5} \text{ cm}$
- $M \sim 150 \text{ kg}$

$$\frac{(\bar{n}_{dm} + n_{dm}) m_{qn}}{n_B m_N}$$

Neutrino emission and initial evolution of axionic quark nuggets

<https://arxiv.org/pdf/2011.06747.pdf>

The background features several hexagonal shapes. A large, light gray hexagon is positioned on the right side. Overlapping its top-left corner is a smaller, white-outlined hexagon. Below the large hexagon, there is a small, solid light gray hexagon. The text '¡Muchas Gracias!' is centered horizontally across the middle of the image.

¡Muchas Gracias!