

Teoría Cuántica de Campos

Guía 5: Reglas de Feynman y procesos elementales a orden bajo  
Primer Cuatrimestre 2015

1. Considere una teoría de dos campos escalares reales,  $\sigma$  y  $\Phi$ , de masa  $m$  y  $M$  respectivamente, acoplados con un término de la forma:

$$L_{Int} = -\lambda\sigma^2\Phi$$

Asumiendo  $M > 2m$  halle la vida media de las partículas asociadas al campo  $\Phi$  al orden más bajo en potencias de  $\lambda$ . Diga que ocurre en el límite  $M \rightarrow 2m$  y que ocurriría en el caso  $M < 2m$ .

2. **Electrodinámica escalar:** Enunciar las reglas de Feynman para la teoría descrita por el Lagrangiano

$$\mathcal{L} = D_\mu\varphi^\dagger D^\mu\varphi - m^2\varphi^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad \text{con} \quad D_\mu\varphi \equiv (\partial_\mu - ieA_\mu)\varphi.$$

3. **Diracología:** Demostrar las siguientes identidades para las trazas de matrices gamma, útiles para el cálculo de la sección eficaz:

- (a)  $Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}$   
 (b)  $Tr(\gamma^{\mu_1}\gamma^{\mu_2}\dots\gamma^{\mu_{2n+1}}) = 0$   
 (c)  $Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\rho})$   
 (d)  $Tr(\not{a}_1\not{a}_2\dots\not{a}_{2n}) = a_1 \cdot a_2 Tr(\not{a}_3\dots\not{a}_{2n}) - a_1 a_3 Tr(\not{a}_2\dots\not{a}_{2n}) + a_1 a_{2n} Tr(\not{a}_2\dots\not{a}_{2n-1})$

4. Demuestre que:

$$\sum_{s,s'=1,2} |\bar{u}(p,s)Mu(p',s')|^2 = Tr(\gamma_0 M^\dagger \gamma_0 \frac{\not{p} + m}{2m} M \frac{\not{p}' + m}{2m})$$

donde  $M$  es una matriz de  $4 \times 4$  cualquiera y  $p$  y  $p'$  son momentos arbitrarios que satisfacen  $p^2 = m^2$  (Nota: esta relación es crucial para el cálculo de la sección eficaz y permite sacar provecho a las relaciones anteriores del ejercicio precedente).

5. Muestre que no es posible el proceso en el que un electrón y un positrón se aniquilan dando lugar a un solo fotón.
6. **Scattering de Bhabha:** Calcular la sección eficaz de dispersión electrón-positrón en el sistema centro de masa al orden perturbativo más bajo, y discutir los límites ultrarelativista y no-relativista.
7. **Scattering de Compton:** Calcular la sección eficaz de Compton (scattering elástico electrón-fotón) en el sistema centro de masa y pasarla al sistema en que el electrón inicial está en reposo. En ese caso, discutir los límites de alta y baja energía del fotón incidente.
8. **Aniquilación de pares:** Calcular, al orden más bajo, la sección eficaz de aniquilación de un par electrón-positrón en dos fotones. Discutir los casos de energía próxima al umbral o mucho mayor que el umbral.
9. Dibuje el o los diagramas asociados a un proceso de scattering de dos fotones al orden más bajo.
10. **Creación de pares:** Calcular, al orden más bajo, la sección eficaz de la creación de un par electrón-positrón por dos fotones. Discuta la relación de este proceso con el anterior.