

## Teoría Cuántica de Campos

### Guía 5: Reglas de Feynman y procesos elementales a orden bajo Primer Cuatrimestre 2016

#### I. Cálculo de la amplitud de scattering

1. Enuncie las reglas de Feynman para la electrodinámica que describe el acoplamiento de un campo de Dirac de masa  $m$  con el campo electromagnético.
2. Enunciar las reglas de Feynman para la teoría descrita por el Lagrangiano

$$\mathcal{L} = D_\mu \varphi^\dagger D^\mu \varphi - m^2 \varphi^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad \text{con} \quad D_\mu \varphi \equiv (\partial_\mu - ieA_\mu) \varphi.$$

3. Usando las reglas anteriores halle la amplitud de Feynman para los siguientes procesos al orden mas bajo, dibujando los diagramas de Feynman que contribuyen:
  - (a) Scattering de Bhabha
  - (b) Scattering de Compton (scattering elástico electrón-fotón)
  - (c) Aniquilación de pares
  - (d) Aniquilación de pares
4. Muestre que, por cuestiones de conservación, no es posible el proceso en el que un electron y un positron se aniquilan dando lugar a un solo foton.

#### II. Relaciones útiles para el cálculo de la sección eficaz

5. Demostrar las siguientes identidades para las trazas de matrices gamma, utiles para el cálculo de la sección eficaz:

- (a)  $Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}$
- (b)  $Tr(\gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \dots \gamma^{\mu_{2n+1}}) = 0$
- (c)  $Tr(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho})$
- (d)  $Tr(\not{a}_1 \not{a}_2 \dots \not{a}_{2n}) = a_1 a_2 Tr(\not{a}_3 \dots \not{a}_{2n}) - a_1 a_3 Tr(\not{a}_2 \dots \not{a}_{2n}) + a_1 a_{2n} Tr(\not{a}_2 \dots \not{a}_{2n-1})$

6. Demuestre que:

$$\sum_{s,s'=1,2} |\bar{u}(\mathbf{k}, s) M u(\mathbf{k}', s')|^2 = Tr(\gamma_0 M^\dagger \gamma_0 \frac{\not{k} + m}{2m} M \frac{\not{k}' + m}{2m})$$

donde  $M$  es una matriz de  $4 \times 4$  cualquiera y  $k$  y  $k'$  son momentos arbitrarios que satisfacen  $k^2 = m^2$  (Nota: esta relación es crucial para el cálculo de la sección eficaz y permite sacar provecho a las relaciones del ejercicio precedente).

7. A partir de la expresión general de la sección eficaz en términos de la amplitud de Feynman  $M$ :

- (a) Muestre que para el caso de un proceso elastico que involucra dos partículas iniciales y dos finales bosónicas, la expresión de la sección de scattering en el sistema centro de masa es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 (E_1 + E_2)^2} |M|^2$$

siendo  $E_1$  y  $E_2$  las energías de las partículas en el sistema centro de masa.

- (b) Halle la expresión en el caso en que alguna de las partículas es fermionica
- (c) Repita el cálculo para el caso general de un proceso inelastico.

### III. Cálculo de sección eficaz y vida media

8. **Scattering de Bhabha:** Calcular la sección eficaz de dispersión electrón-positrón en el sistema centro de masa al orden perturbativo más bajo, y discutir los límites ultrarelativista y no- relativista.
9. **Scattering de Compton:** Calcular la sección eficaz de Compton en el sistema centro de masa y pasarla al sistema en que el electrón inicial está en reposo. En ese caso, discutir los límites de alta y baja energía del fotón incidente.
10. **Aniquilación de pares:** Calcular, al orden más bajo, la sección eficaz de aniquilación de un par electrón-positrón en dos fotones. Discutir los casos de energía próxima al umbral o mucho mayor que el umbral.
11. **Creación de pares:** Calcular, al orden más bajo, la sección eficaz de la creación de un par electrón-positron por dos fotones.
12. Considere una teoría de dos campos escalares reales,  $\sigma$  y  $\Phi$ , de masa  $m$  y  $M$  respectivamente, acoplados con un termino de la forma:

$$L_{Int} = -\lambda\sigma^2\Phi$$

Asumiendo  $M > 2m$  halle la vida media de las partículas asociadas al campo  $\Phi$  al orden más bajo en potencias de  $\lambda$ . Diga que ocurre en el limite  $M \rightarrow 2m$  y que ocurriría en el caso  $M < 2m$ .