

Teorema de Wick

Hemos visto que el producto ordenado temporal de dos campos en *el picture* de interacción es $T\{\phi(x_1)\phi(x_2)\} = : \phi(x_1)\phi(x_2) : + D_F(x_1 - x_2)$. Queremos ahora hallar el producto ordenado temporal de n campos $\phi_i \equiv \phi(x_i)$. El teorema de Wick, que demostraremos a continuación, establece que

$$T\{\phi_1 \cdots \phi_n\} = : \phi_1 \cdots \phi_n : + \left(\begin{array}{l} \text{todas las combinaciones de orden normal} \\ \text{y contracciones de dos campos} \end{array} \right) \quad (4.80)$$

donde *contracciones de dos campos* $\phi(x_i)$ y $\phi(x_j)$ significa

$$\overline{\phi(x_i)\phi(x_j)} = D_F(x_i - x_j), \quad \text{o abreviadamente} \quad \overline{\phi_i\phi_j} = D_{ij}, \quad (4.81)$$

y “todas las combinaciones de orden normal y contracciones de dos campos” significa, por ejemplo,

$$\begin{aligned} T\{\phi_1\phi_2\phi_3\phi_4\} = & : \phi_1\phi_2\phi_3\phi_4 : + : \left(\overline{\phi_1\phi_2}\phi_3\phi_4 + \overline{\phi_1\phi_3}\phi_2\phi_4 + \overline{\phi_1\phi_4}\phi_2\phi_3 + \overline{\phi_2\phi_3}\phi_1\phi_4 \right. \\ & \left. + \overline{\phi_2\phi_4}\phi_1\phi_3 + \overline{\phi_3\phi_4}\phi_1\phi_2 + \overline{\phi_1\phi_2}\overline{\phi_3\phi_4} + \overline{\phi_1\phi_3}\overline{\phi_2\phi_4} \right) : , \quad (4.82) \end{aligned}$$

donde

$$:\overbrace{\phi_1\phi_2\phi_3\phi_4} : = \overbrace{\phi_1\phi_3} : \phi_2\phi_4 : = D_{13} : \phi_2\phi_4 : , \quad :\overbrace{\phi_1\phi_2\phi_3\phi_4} : = D_{12}D_{34} , \quad \text{etc.} \quad (4.83)$$

Por consiguiente, al valor esperado en el vacío del producto ordenado temporal de campos sólo contribuyen los términos en los que todos los campos están contraídos, por ejemplo,

$$\begin{aligned} \langle 0 | T \{ \phi_1\phi_2\phi_3\phi_4 \} | 0 \rangle &= \overbrace{\phi_1\phi_2\phi_3\phi_4} + \overbrace{\phi_1\phi_2\phi_3\phi_4} + \overbrace{\phi_1\phi_2\phi_3\phi_4} + \overbrace{\phi_1\phi_2\phi_3\phi_4} \\ &= D_{12}D_{34} + D_{13}D_{24} + D_{14}D_{23} \end{aligned} \quad (4.84)$$

y el valor esperado en el vacío del producto ordenado temporal de un número impar de campos es cero.

Para demostrar el teorema de Wick se procede por inducción. Ya sabemos que se cumple para $n = 2$. Supongamos que es cierto para $n - 1$ campos. Entonces, si ponemos los campos ya ordenados temporalmente ($x_1^0 \geq \dots \geq x_n^0$),

$$\begin{aligned}
T\{\phi_1\phi_2\cdots\phi_n\} &= \phi_1\phi_2\cdots\phi_n = \phi_1 T\{\phi_2\cdots\phi_n\} \\
&= (\phi_1^+ + \phi_1^-) : \left\{ \phi_2\cdots\phi_n + \left(\begin{array}{l} \text{todas las contracciones de dos} \\ \text{campos que no involucren a } \phi_1 \end{array} \right) \right\} : . \quad (4.85)
\end{aligned}$$

Por otro lado,

$$\phi_1^- : \{\phi_2\cdots\phi_n\} : = : \{\phi_1^- \phi_2\cdots\phi_n\} : \quad (4.86)$$

pues ϕ_1^- introduce un a^\dagger a la izquierda, que ya está ordenado normal, y

$$\begin{aligned}
\phi_1^+ : \{\phi_2\cdots\phi_n\} : &= : \{\phi_2\cdots\phi_n\} : \phi_1^+ + [\phi_1^+, : \{\phi_2\cdots\phi_n\} :] \\
&= : \{\phi_1^+ \phi_2\cdots\phi_n\} : + : \left(\overline{\phi_1\phi_2\phi_3\cdots} + \dots + \left(\begin{array}{l} \text{contracciones simples} \\ \text{que involucren a } \phi_1 \end{array} \right) \right) : \quad (4.87)
\end{aligned}$$

Comprobemos esto último con un ejemplo:

$$\begin{aligned}
 [\phi_1^+, : \phi_2 \phi_3 :] &= [\phi_1^+, \phi_2^+ \phi_3^+ + \phi_2^- \phi_3^- + \phi_2^- \phi_3^+ + \phi_3^- \phi_2^+] \\
 &= \phi_2^+ [\cancel{\phi_1^+, \phi_3^+}]^{=0} + [\cancel{\phi_1^+, \phi_2^+}]^{=0} \phi_3^+ + \phi_2^- [\phi_1^+, \phi_3^-] + [\phi_1^+, \phi_2^-] \phi_3^- + \phi_2^- [\cancel{\phi_1^+, \phi_3^+}]^{=0} \\
 &\quad + [\phi_1^+, \phi_2^-] \phi_3^+ + \phi_3^- [\cancel{\phi_1^+, \phi_2^+}]^{=0} + [\phi_1^+, \phi_3^-] \phi_2^+ \\
 &= \overline{\phi_2^- \phi_1 \phi_3} + \overline{\phi_1 \phi_3 \phi_2^+} + \overline{\phi_1 \phi_2 \phi_3^-} + \overline{\phi_1 \phi_2 \phi_3^+} =: (\overline{\phi_1 \phi_2 \phi_3} + \overline{\phi_1 \phi_2 \phi_3}) : \quad (4.88)
 \end{aligned}$$

donde se ha usado $[A, BC] = B[A, C] + [A, B]C$ y $\overline{\phi_i \phi_j} = [\phi_i^+, \phi_j^-]$, pues $x_i^0 \geq x_j^0$. Por tanto,

$$(\phi_1^+ + \phi_1^-) : \{\phi_2 \cdots \phi_n\} := : \phi_1 \phi_2 \cdots \phi_n : + : \left(\begin{array}{l} \text{contracciones simples} \\ \text{que involucren a } \phi_1 \end{array} \right) : . \quad (4.89)$$

Si ahora repetimos el procedimiento para $(\phi_1^+ + \phi_1^-)$: $\left(\begin{array}{l} \text{todas las contracciones de dos} \\ \text{campos que no involucren a } \phi_1 \end{array} \right)$:
obtendremos los términos con contracciones dobles, triples, etc., que faltan para demostrar (4.80) a partir de (4.85) y (4.89).

Diagramas de Feynman. Reglas de Feynman

La fórmula de reducción de LSZ nos permite escribir la matriz S en términos de valores esperados en el vacío de productos de campos en *el picture* de interacción ordenados temporalmente,

$$\langle 0 | T \left\{ \phi(x_1) \phi(x_2) \cdots \phi(x_n) \exp \left[-i \int d^4x \mathcal{H}_I(x) \right] \right\} | 0 \rangle , \quad (4.90)$$

que se calculan orden a orden en teoría de perturbaciones (TP), desarrollando en serie la exponencial.

A orden cero (ausencia de interacciones) sólo necesitamos $\langle 0 | T \{ \phi(x_1) \cdots \phi(x_n) \} | 0 \rangle$, que, aplicando el teorema de Wick, involucra productos de propagadores de partículas entre puntos espaciotemporales distintos $x_i \neq x_j$, lo que nos da una imagen física muy clara que admite una representación gráfica sencilla:

$$\begin{aligned}
\langle 0 | T \{ \phi_1 \phi_2 \} | 0 \rangle &= \overbrace{\phi_1 \phi_2} = D_{12} \\
&= \begin{array}{c} 1 \qquad 2 \\ \bullet \text{---} \bullet \end{array}
\end{aligned} \tag{4.91}$$

$$\begin{aligned}
\langle 0 | T \{ \phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4 \} | 0 \rangle &= \overbrace{\phi_1 \phi_2} \overbrace{\phi_3 \phi_4} + \overbrace{\phi_1 \phi_2 \phi_3} \phi_4 + \overbrace{\phi_1 \phi_2 \phi_4} \phi_3 = D_{12} D_{34} + D_{13} D_{24} + D_{14} D_{23} \\
&= \begin{array}{c} 1 \qquad 2 \\ \bullet \text{---} \bullet \\ \\ \bullet \text{---} \bullet \\ 3 \qquad 4 \end{array} + \begin{array}{c} 1 \\ \bullet \\ | \\ \bullet \\ 3 \end{array} + \begin{array}{c} 2 \\ \bullet \\ | \\ \bullet \\ 4 \end{array} + \begin{array}{c} 1 \qquad 2 \\ \bullet \quad \bullet \\ \diagdown \quad \diagup \\ \bullet \quad \bullet \\ 3 \qquad 4 \end{array}
\end{aligned} \tag{4.92}$$

y así sucesivamente. Éstos son los llamados *diagramas de Feynman en el espacio de posiciones*.

Aunque no sea exactamente una cantidad medible, los diagramas sugieren una clara interpretación: las partículas son creadas en dos puntos del espacio-tiempo, cada una se propaga de uno a otro punto, y son aniquiladas. Estos procesos pueden ocurrir de tres maneras, correspondientes a las tres formas de conectar los puntos en pares, como se muestra en esos tres diagramas. La amplitud total de probabilidad para tal proceso será, entonces, la suma de los tres diagramas.

Como ejemplo de aplicación del Teorema de Wick, consideremos el cálculo de la siguiente expresión que será de utilidad luego al evaluar procesos de scattering:

$$\langle 0 | T \left\{ \phi(x)\phi(y) + \phi(x)\phi(y) \left[-i \int dt H_I(t) \right] + \dots \right\} | 0 \rangle .$$

El primer término (que corresponde al orden cero en TP), nos da el resultado de “*campo libre*”:

$$\langle 0| T\{\phi(x)\phi(y)\} |0\rangle = D_F(x-y).$$

El segundo término para la interacción ϕ^4 es:

$$\begin{aligned} \langle 0| T\left\{\phi(x)\phi(y) (-i) \int dt \int d^3z \frac{\lambda}{4!} \phi^4\right\} |0\rangle \\ = \langle 0| T\left\{\phi(x)\phi(y) \left(\frac{-i\lambda}{4!}\right) \int d^4z \phi(z)\phi(z)\phi(z)\phi(z)\right\} |0\rangle \end{aligned}$$

Ahora usaremos el teorema de Wick. En principio hay muchas maneras de contraer los campos de a pares. Sin embargo, veamos que si contraemos $\phi(x)$ con $\phi(y)$ entonces quedan solamente 3 posibles maneras de contraer los campos $\phi(z)$ entre cada uno de ellos, y los tres dan resultados idénticos. La otra posibilidad es contraer $\phi(x)$ con alguno de los $\phi(z)$ (y hay 4 posibles elecciones), $\phi(y)$ con alguno de los otros $\phi(z)$ (para lo cual le quedan 3 opciones), y los dos $\phi(z)$ que están libres solo pueden contraerse entre sí. Finalmente quedan 12 maneras de contraer, siendo todas idénticas.

$$\begin{aligned}
& \langle 0 | T \left\{ \phi(x) \phi(y) (-i) \int dt \int d^3 z \frac{\lambda}{4!} \phi^4 \right\} | 0 \rangle \\
&= 3 \cdot \left(\frac{-i\lambda}{4!} \right) D_F(x-y) \int d^4 z D_F(z-z) D_F(z-z) \\
&+ 12 \cdot \left(\frac{-i\lambda}{4!} \right) \int d^4 z D_F(x-z) D_F(y-z) D_F(z-z).
\end{aligned}$$

Para representar este cálculo utilizaremos los *diagramas de Feynman*:


- Dibujaremos cada contracción D_F como una línea
- Dibujaremos cada posición x, y como un punto .
- Debemos distinguir entre puntos *externos* (x, y) e *interno* z
- Cada punto interno está asociado con un factor $(-i\lambda) \int d^4 z$


La expresión de arriba puede representarse como:

$$3 \left(\begin{array}{c} \bullet \text{---} \bullet \\ x \quad y \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{O} \\ \text{O} \\ z \end{array} \right) + 12 \left(\begin{array}{c} \text{O} \\ \bullet \text{---} \bullet \text{---} \bullet \\ x \quad z \quad y \end{array} \right)$$

Nos referiremos a las líneas en los diagramas como **propagadores**, dado que representan la amplitud de propagación D_F . Los puntos internos (donde se encuentran las cuatro líneas) son los llamados **vértices**. Como el $D_F(x-y)$ es la amplitud de propagación entre x e y para una partícula libre de Klein-Gordon, los diagramas interpretan los procesos de **creación, propagación y aniquilación** en el espacio-tiempo. Entonces, para calcular

$$\langle 0|T\left\{\phi_I(x)\phi_I(y)\exp\left[-i\int dt H_I(t)\right]\right\}|0\rangle = \left(\begin{array}{l} \text{sum of all possible diagrams} \\ \text{with two external points} \end{array}\right),$$

1.  $= D_F(x - y);$

2.  $= (-i\lambda) \int d^4 z;$

3.  $= 1;$

4. dividir por el factor de simetría

A partir del primer orden en TP obtendremos *interacciones locales* que involucran productos de campos en el mismo punto espaciotemporal x , que también tienen una representación gráfica sencilla en forma de diagramas de Feynman, como veremos a continuación. El cálculo perturbativo es muy complejo pero puede sistematizarse con ayuda de *reglas de Feynman*. La mejor manera de entender todo esto es con un ejemplo sencillo.

Consideremos el *scattering* $2 \rightarrow 2$ (dos partículas en el estado inicial y dos en el final) en la teoría de campos escalares autointeractuantes $\lambda\phi^4$. La fórmula LSZ

$$\begin{aligned}
 & \prod_{i=1}^2 \frac{i\sqrt{Z}}{p_i^2 - m^2} \prod_{j=1}^2 \frac{i\sqrt{Z}}{k_j^2 - m^2} \langle \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 | iT | \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \rangle \\
 &= \int \prod_{i=1}^4 d^4 x_i e^{i(p_1 x_1 + p_2 x_2 - k_1 x_3 - k_2 x_4)} \frac{\langle 0 | T \left\{ \phi(x_1) \phi(x_2) \phi(x_3) \phi(x_4) \exp \left[-i \frac{\lambda}{4!} \int d^4 x \phi^4(x) \right] \right\} | 0 \rangle}{\langle 0 | T \left\{ \exp \left[-i \frac{\lambda}{4!} \int d^4 x \phi^4(x) \right] \right\} | 0 \rangle}
 \end{aligned}
 \tag{4.93}$$

Orden cero. En ausencia de interacción el denominador de (4.93) es 1. El numerador es

$$\begin{aligned}
N_0 &= \int \prod_{i=1}^4 d^4 x_i e^{i(p_1 x_1 + p_2 x_2 - k_1 x_3 - k_2 x_4)} \langle 0 | T \{ \phi(x_1) \phi(x_2) \phi(x_3) \phi(x_4) \} | 0 \rangle \\
&= \int \prod_{i=1}^4 d^4 x_i e^{i(p_1 x_1 + p_2 x_2 - k_1 x_3 - k_2 x_4)} (D_{12} D_{34} + D_{13} D_{24} + D_{14} D_{23}) \\
&= \int d^4 x d^4 X d^4 y d^4 Y e^{i(p_1 + p_2)X + i(p_1 - p_2)\frac{x}{2} - i(k_1 + k_2)Y - i(k_1 - k_2)\frac{y}{2}} D_F(x) D_F(y) \\
&\quad + \int d^4 x d^4 X d^4 y d^4 Y e^{i(p_1 - k_1)X + i(p_1 + k_1)\frac{x}{2} + i(p_2 - k_2)Y + i(p_2 + k_2)\frac{y}{2}} D_F(x) D_F(y) \\
&\quad + \int d^4 x d^4 X d^4 y d^4 Y e^{i(p_1 - k_2)X + i(p_1 + k_2)\frac{x}{2} - i(k_1 - p_2)Y - i(k_1 + p_2)\frac{y}{2}} D_F(x) D_F(y) \\
&= (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2) (2\pi)^4 \delta^4(k_1 + k_2) \frac{i}{p_1^2 - m^2} \frac{i}{k_1^2 - m^2} \\
&\quad + (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - k_1) (2\pi)^4 \delta^4(p_2 - k_2) \frac{i}{p_1^2 - m^2} \frac{i}{p_2^2 - m^2} \\
&\quad + (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - k_2) (2\pi)^4 \delta^4(p_2 - k_1) \frac{i}{p_1^2 - m^2} \frac{i}{k_1^2 - m^2} \tag{4.94}
\end{aligned}$$

donde en el primer sumando de la tercera igualdad hemos hecho el cambio de variables

$$\begin{aligned}
 x = x_1 - x_2, \quad y = x_3 - x_4 & \Rightarrow x_1 = X + \frac{x}{2}, \quad x_3 = Y + \frac{y}{2} \\
 X = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad Y = \frac{x_3 + x_4}{2} & \Rightarrow x_2 = X - \frac{x}{2}, \quad x_4 = Y - \frac{y}{2} \\
 dx_1 dx_2 = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial x} & \frac{\partial x_1}{\partial X} \\ \frac{\partial x_2}{\partial x} & \frac{\partial x_2}{\partial X} \end{vmatrix} dx dX = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix} dx dX = dx dX, \quad \text{etc.},
 \end{aligned}$$

el segundo sumando es análogo al primero intercambiando $x_2 \leftrightarrow x_3$ lo que implica $p_2 \leftrightarrow -k_1$; y el tercer sumando es análogo al primero intercambiando $x_2 \leftrightarrow x_4$ lo que implica $p_2 \leftrightarrow -k_2$. En (4.94) hay términos con solamente dos polos, que no son suficientes para cancelar los cuatro polos del miembro de la izquierda de (4.93), así que

$$\langle p_1 p_2 | iT | k_1 k_2 \rangle = 0 \quad \text{a orden cero.} \tag{4.95}$$

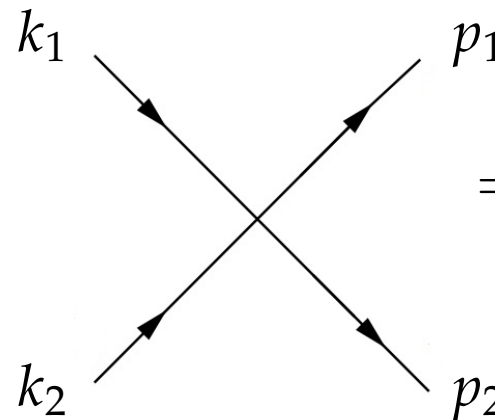
Este resultado (amplitud nula) es general para *diagramas desconexos* (aquellos en los que algún punto externo no está conectado a los demás).

Primer orden. Desarrollando la exponencial del numerador vemos que a $\mathcal{O}(\lambda)$ obtenemos productos de campos evaluados en el mismo punto espaciotemporal, lo que, aplicando el teorema de Wick, da lugar a un *vértice* de interacción. La única forma de obtener diagramas conexos consiste en contraer cada $\phi(x_i)$ con $\phi(x)$:

$$\begin{aligned}
 \langle 0 | T \{ \phi(x_1) \phi(x_2) \phi(x_3) \phi(x_4) \phi^4(x) \} | 0 \rangle_c &= 4! : \phi_1 \phi_2 \phi_3 \phi_4 \phi_x \phi_x \phi_x \phi_x : \\
 &= \text{Diagrama}
 \end{aligned}
 \tag{4.96}$$

Hay $4!$ posibles combinaciones de tales contracciones, todas ellas idénticas: $\phi(x_1)$ con uno de los 4 $\phi(x)$, $\phi(x_2)$ con uno de los 3 $\phi(x)$ restantes, $\phi(x_3)$ con uno los 2 $\phi(x)$ restantes y $\phi(x_4)$ con el $\phi(x)$ restante. El factor $4!$ resultante cancela el $4!$ que hemos introducido en el denominador de la constante de acoplamiento (ahora vemos su conveniencia) de modo que, a primer orden, la única contribución relevante al numerador de la amplitud

$2 \rightarrow 2$ viene dada por el siguiente *diagrama de Feynman en el espacio de momentos*:



$$\begin{aligned}
 &= \int \prod_{i=1}^4 d^4 x_i e^{i(p_1 x_1 + p_2 x_2 - k_1 x_3 - k_2 x_4)} \\
 &\quad \times \left(-\frac{i\lambda}{4!} \right) 4! \int d^4 x D_F(x_1 - x) D_F(x_2 - x) D_F(x_3 - x) D_F(x_4 - x)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -i\lambda \int \prod_{i=1}^4 d^4 y_i \, d^4 x \, e^{i(p_1+p_2-k_1-k_2)x} e^{i(p_1 y_1 + p_2 y_2 - k_1 y_3 - k_2 y_4)} D_F(y_1) D_F(y_2) D_F(y_3) D_F(y_4) \\
&= -i\lambda (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - k_1 - k_2) \tilde{D}_F(p_1) \tilde{D}_F(p_2) \tilde{D}_F(k_1) \tilde{D}_F(k_2)
\end{aligned} \tag{4.97}$$

donde se ha hecho el cambio de variables $y_i = x_i - x$.

Hallemos ahora el denominador $\langle 0 | T \left\{ \exp \left[-i \frac{\lambda}{4!} \int d^4 x \, \phi^4(x) \right] \right\} | 0 \rangle$, que orden a orden está compuesto por diagramas desconectados y sin puntos externos formados por combinaciones de *diagramas vacío-vacío*:

$$V_i \in \left\{ \begin{array}{l} \text{diagrama 1} , \quad \text{diagrama 2} , \quad \text{diagrama 3} , \quad \text{diagrama 4} , \quad \dots \end{array} \right. \tag{4.98}$$

Supongamos uno de estos diagramas con n_i piezas de cada tipo V_i . Si llamamos también V_i al valor de la pieza de tipo i , es fácil convencerse de que ese tipo de diagramas contribuye al denominador con $\sum_{n_i} \frac{V_i^{n_i}}{n_i!}$, donde el $n_i!$ proviene de la simetría de intercambio de n_i copias de V_i . Para comprobar esto, consideremos sólo un tipo V_i , y que éste sea el primero de los diagramas vacío-vacío listados en (4.98). Entonces

$$\begin{array}{c} \text{Diagrama: un bucle con un punto central} \end{array} = -i \frac{\lambda}{4!} \int d^4x \overline{\phi_x} \phi_x \overline{\phi_x} \phi_x \times 3 = \frac{3}{4!} V = \frac{1}{8} V \equiv V_i \quad (4.99)$$

$$\begin{array}{c} \text{Diagrama: dos bucles con un punto central} \end{array} = \frac{1}{2!} \left(-i \frac{\lambda}{4!} \right)^2 \int d^4x \overline{\phi_x} \phi_x \overline{\phi_x} \phi_x \int d^4y \overline{\phi_y} \phi_y \overline{\phi_y} \phi_y \times 3^2 = \frac{1}{2!} V_i^2 \quad (4.100)$$



$$= \frac{1}{3!} V_i^3 \quad (4.101)$$

y así sucesivamente. La contribución total al denominador será por tanto,

$$\prod_i \left(\sum_{n_i} \frac{V_i^{n_i}}{n_i!} \right) = \prod_i e^{V_i} = \exp \left\{ \sum_i V_i \right\} , \quad (4.102)$$

que viene dada por la exponencial de la suma de todos los posibles diagramas vacío-vacío.

Nótese que en el numerador tendremos, por cada diagrama conexo, la contribución de un número arbitrario de diagramas vacío-vacío. Por ejemplo,

$$\begin{aligned}
 & \text{Diagram 1} + \text{Diagram 2} + \text{Diagram 3} + \text{Diagram 4} + \dots \\
 = & \text{Diagram 1} \times \left(1 + \text{Diagram 2} + \text{Diagram 3} + \text{Diagram 4} + \dots \right)
 \end{aligned}
 \tag{4.103}$$

Así que la contribución general al numerador puede escribirse como

$$\sum (\text{conexos}) \times \exp \left\{ \sum_i V_i \right\} .
 \tag{4.104}$$

Usando estos resultados e ignorando por el momento los factores Z (pronto veremos que $Z = 1 + \mathcal{O}(\lambda^2)$), podemos calcular la amplitud de *scattering* $2 \rightarrow 2$ a primer orden, que se deduce de (4.93) y (4.97),

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = \frac{\lambda}{4!} \phi^4 : \quad \langle \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 | iT | \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \rangle = -i\lambda(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - k_1 - k_2) + \mathcal{O}(\lambda^2) . \quad (4.105)$$

Ya podríamos escribir algunas *reglas* que nos permiten obtener diagramáticamente la amplitud de *scattering*, pero aún no podemos deducirlas todas ya que todavía no nos hemos encontrado con diagramas con líneas internas ni *loops*.