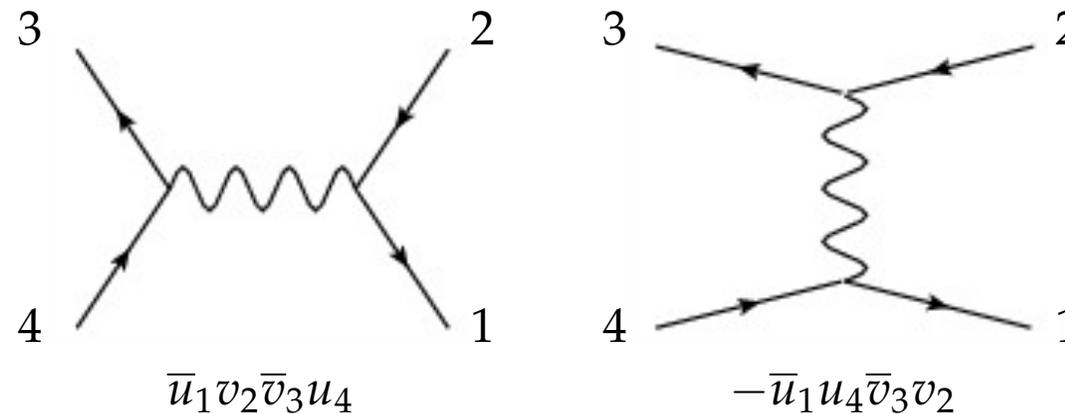


# 6 Comentarios

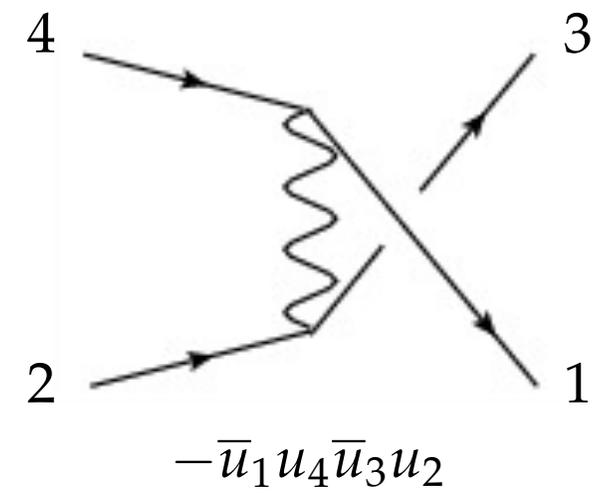
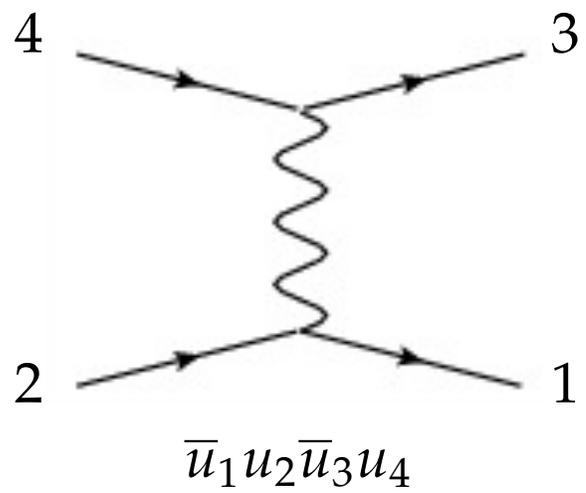
## Sobre los signos relativos entre diagramas

En QED se trabaja con campos espinoriales y ya hemos visto que hay que tener cuidado porque las contracciones de Wick de estos campos pueden dar lugar a signos relativos entre los distintos diagramas que contribuyen a la amplitud de un proceso. Recordemos que hay que mirar si la reordenación de los espinores corresponde a una permutación par o impar. Veamos unos cuantos ejemplos.

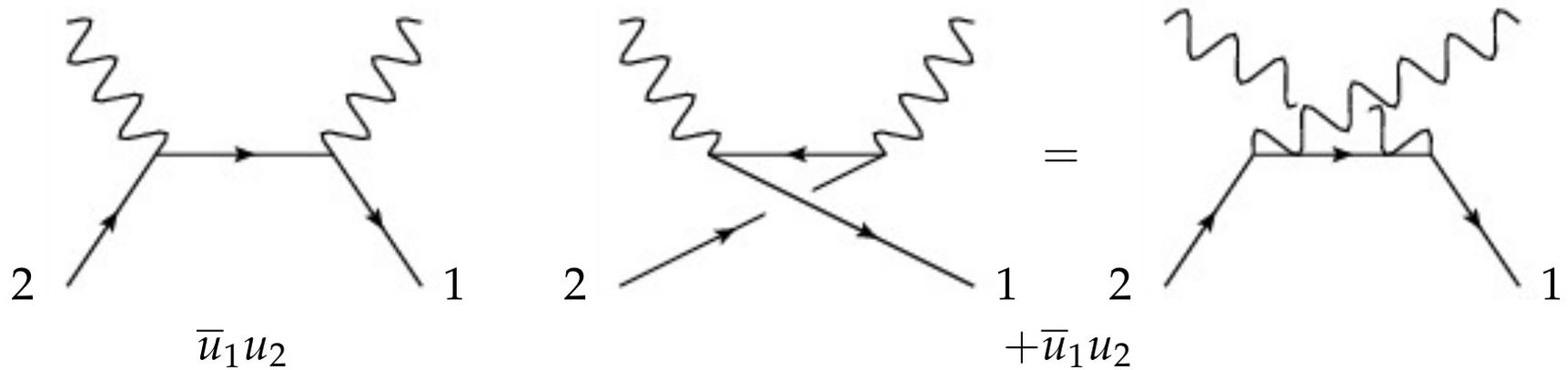
– *Scattering de Bhabha:  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$*



– Scattering de Møller:  $e^- e^- \rightarrow e^- e^-$



- Scattering de Compton:  $e\gamma \rightarrow e\gamma$  (¡no hay cambio de signo!)

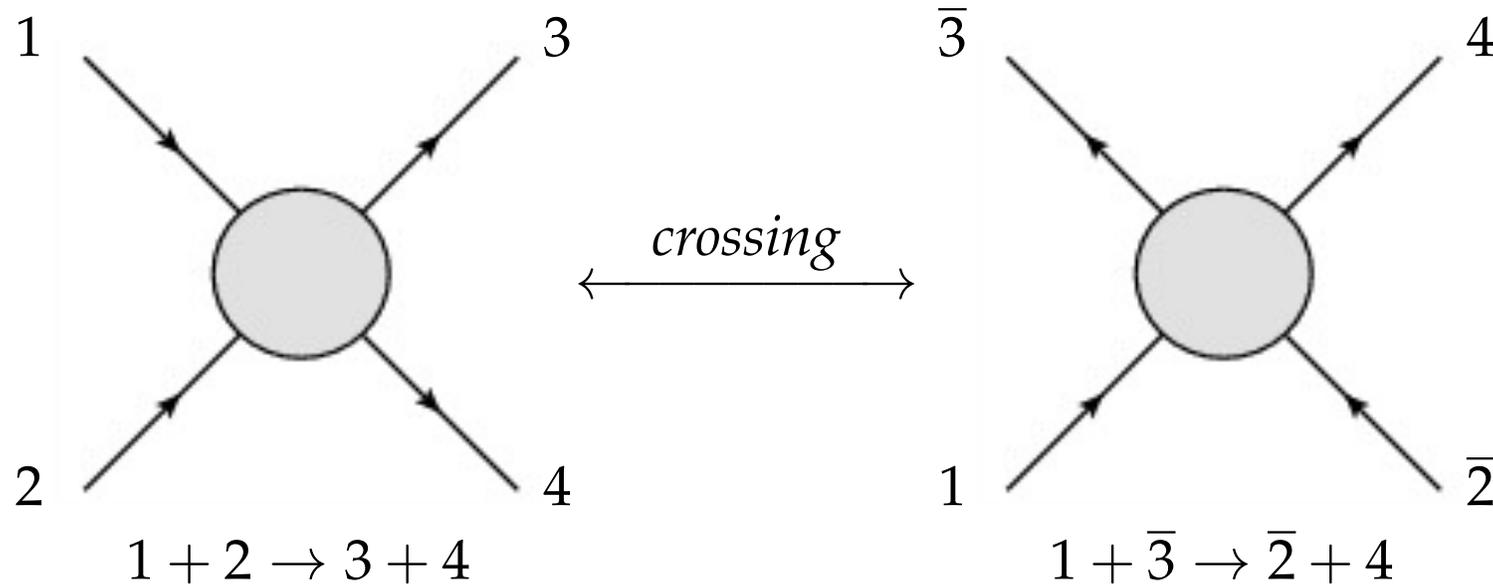


## Sobre partículas idénticas

Recordemos también que si hay dos partículas idénticas en el estado final (por ejemplo,  $\gamma\gamma$ ,  $e^+e^+$ ,  $e^-e^-$ ) la sección eficaz total es

$$\sigma = \frac{1}{2} \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} . \quad (6.64)$$

## Sobre la simetría de *crossing* y las variables de Mandelstam



Los elementos de matriz de procesos tales como  $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$  y  $1 + \bar{3} \rightarrow \bar{2} + 4$  están relacionados mediante la llamada simetría de *crossing*: la matriz  $S$  es la misma reemplazando los momentos convenientemente. En este caso,

$$k_1, k_2 \rightarrow p_1, p_2 \xleftrightarrow{\text{crossing}} k_1, -p_1 \rightarrow -k_2, p_2 \quad (6.77)$$

Antes de poner algunos ejemplos de procesos cuyas amplitudes están relacionadas por la simetría de *crossing*, conviene introducir las *variables de Mandelstam* que resultan muy cómodas para describir la cinemática de los procesos de dos cuerpos  $\rightarrow$  dos cuerpos y facilitan mucho la aplicación de esta simetría. Para el proceso del ejemplo anterior,

$$\begin{aligned}
 s &= (k_1 + k_2)^2 = (p_1 + p_2)^2 \\
 t &= (k_1 - p_1)^2 = (p_2 - k_2)^2 \\
 u &= (k_1 - p_2)^2 = (p_1 - k_2)^2
 \end{aligned}
 \quad (s, t, u) \xleftrightarrow[k_2 \leftrightarrow -p_1]{\text{crossing}} (t, s, u) \quad (6.78)$$

Es fácil comprobar que  $s + t + u = \sum_i m_i^2$ , la suma del cuadrado de las masas de las cuatro partículas externas. Así, en términos de variables de Mandelstam, la cinemática del proceso que hemos calculado antes en detalle,  $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ , queda

$$q^2 = s, \quad (6.79)$$

$$(p_1 k_1) = (p_2 k_2) = (m^2 + M^2 - t)/2, \quad (6.80)$$

$$(p_1 k_2) = (p_2 k_1) = (m^2 + M^2 - u)/2, \quad (6.81)$$

$$(p_1 p_2) = (s - 2M^2)/2, \quad (6.82)$$

$$(k_1 k_2) = (s - 2m^2)/2 \quad (6.83)$$

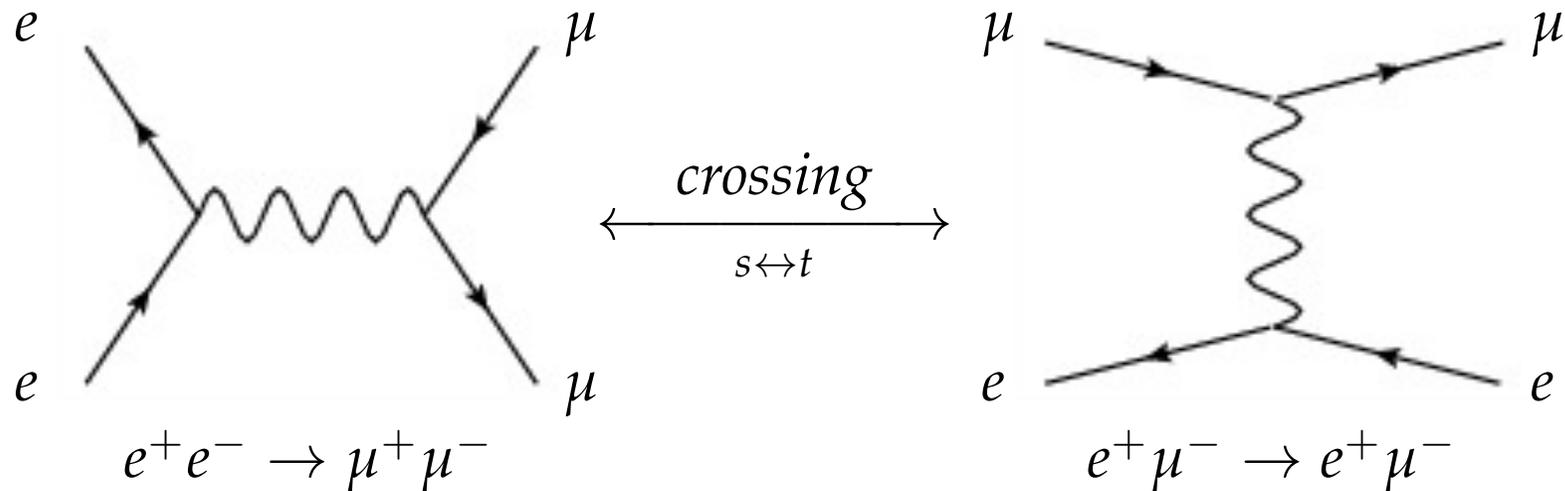
que conduce a

$$\widetilde{\sum}_{r_i} \sum_{s_i} |\mathcal{M}(e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-)|^2 = \frac{8e^4}{s^2} \left[ \left(\frac{t}{2}\right)^2 + \left(\frac{u}{2}\right)^2 \right]. \quad (6.84)$$

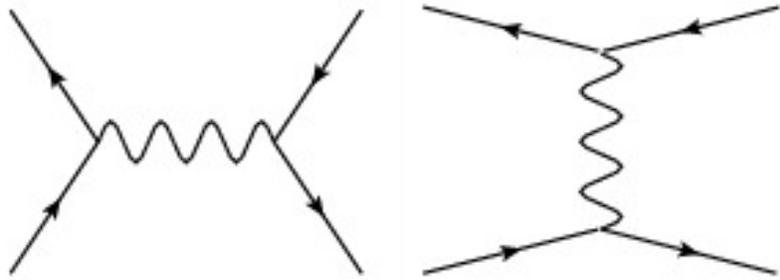
Se dice que este proceso tiene lugar en *canal s*. La simetría de *crossing* nos permite encontrar la amplitud del proceso “cruzado”  $e^+ \mu^- \rightarrow e^+ \mu^-$  intercambiando  $s$  con  $t$  en la expresión anterior,

$$\widetilde{\sum}_{r_i} \sum_{s_i} |\mathcal{M}(e^+ \mu^- \rightarrow e^+ \mu^-)|^2 = \frac{8e^4}{t^2} \left[ \left(\frac{s}{2}\right)^2 + \left(\frac{u}{2}\right)^2 \right], \quad (6.85)$$

que tiene lugar en *canal t*:

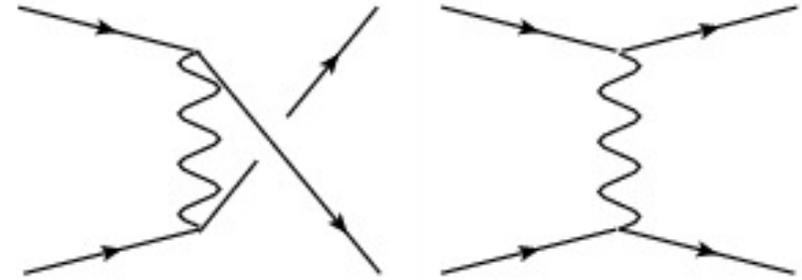


Otros ejemplos, en los que contribuyen dos canales, son:

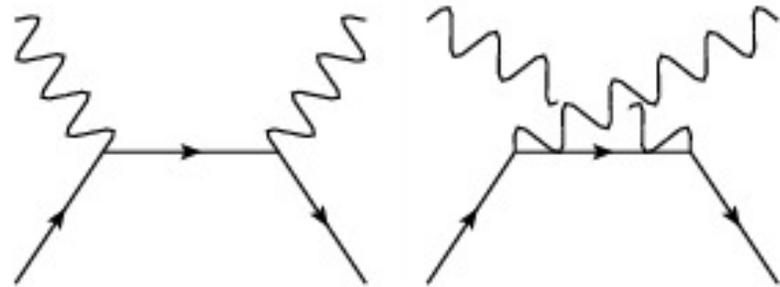


*Bhabha*  
 $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$

*crossing*  
 $s \leftrightarrow u$

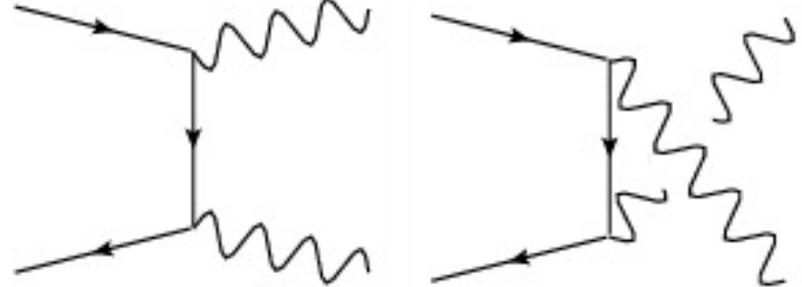


*Møller*  
 $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$



*Compton*  
 $e^-\gamma \rightarrow e^-\gamma$

*crossing*  
 $s \leftrightarrow t$



*Aniquilación*  
 $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$