Teoría de Campos 2020 - Práctica

Comentarios generales sobre el curso.
Representación del grupo de traslaciones.

Presentación

David Blanco

Nicolás Del Grosso

Programa, cronograma, etc. en página web:

http://materias.df.uba.ar/tdca2020c1/

Bibliografía

- Libros estándar: Peskin, Greiner
- Notas de David Tong
- Schwartz

Bibliografía

Disponibles en sección material adicional

Material Adicional

- Link al sitio donde iremos subiendo algunos apuntes extra para el curso del curso.
- Si tenés una pregunta de física cuya respuesta no encontrás fácilmente en la bibliografía, este es un sitio donde podés formularla: http://physics.stackexchange.com/ (ídem para una pregunta sobre matemática: http://mathoverflow.net/)
- Para un relato histórico del desarrollo de la electrodinámica cuántica un libro posible es: *QED and the Men Who Made It*, Silvan S. Schweber (1994).
- Entre los tantos libros introductorios a QFT que ponen enfásis en lo pedagógico una posibilidad es *Student Friendly. Quantum Field Theory*, Robert D. Klauber (2013). Más info en http://www.quantumfieldtheory.info/
- Entre las tantas páginas de profesores con link a lectures en pdf o videos, una recomendable es la de David Tong http://www.damtp.cam.ac.uk/user/tong/qft.html
- Aquellos con más sensibilidad matemática, que deseen ver una presentación más prolija de la teoría cuántica de campos, pueden consultar *Quantum Field Theory: a tourist guide for mathematicians*, Gerald B. Folland (2008).
- Un libro muy conceptual para una segunda mirada al tema es *The Conceptual Framework of Quantum Field Theory*, de Antony Duncan. Hay copias disponibles en la biblioteca Leloir.
- Sobre el problema de formular una mecánica cuántica relativista es recomendable este trabajo https://arxiv.org/abs/hep-th/0401143, *Relativistic Quantum Mechanics and Field Theory*, de Franco Strocchi.
- ! **Otros recursos.**

Grupo de traslaciones

Grupo: conjunto de elementos con una multiplicación asociativa entre elementos del grupo, y que tiene elemento neutro e inverso.

$$g_a \leftarrow \text{elemento del grupo de traslaciones } 1D$$

Representación del grupo de traslaciones

Representación de un grupo:

$$\pi : G \to gl(V)$$

tal que

$$\pi\left(g_1 \cdot g_2\right) = \pi\left(g_1\right)\pi\left(g_2\right) ,$$

y $\pi(1_G) = 1_V$.

Representación del grupo de traslaciones

Representación de un grupo:

$$\pi : G \to gl(V)$$

tal que

$$\pi\left(g_1 \cdot g_2\right) = \pi\left(g_1\right)\pi\left(g_2\right) ,$$

y $\pi(1_G) = 1_V$.

Representación del grupo de traslaciones

Tomamos $V = L^2(\mathbb{R})$ y definimos $\pi(g_a)$, para cada g_a, dando su acción

$$\pi(g_a)(f) = f_a$$

donde $f_a(x) = f(x + a)$.

Generador del grupo de traslaciones 1D

Definimos $\pi(g_a)$ diciendo cómo actúa sobre funciones. ¿Forma explícita?

$$(\pi(g_a)(f))(x) \quad = \quad f_a(x) =$$

Generador del grupo de traslaciones 1D

Definimos $\pi(g_a)$ diciendo cómo actúa sobre funciones. ¿Forma explícita?

$$\begin{aligned}(\pi(g_a)(f))(x) &= f_a(x) = \\ &= f(x+a) =\end{aligned}$$

Generador del grupo de traslaciones 1D

Definimos $\pi(g_a)$ diciendo cómo actúa sobre funciones. ¿Forma explícita?

$$
\begin{aligned}
(\pi(g_a)(f))(x) &= f_a(x) = \\
&= f(x+a) = \\
&= f(x) + af'(x) + \frac{a^2}{2!}f''(x) + ... = \\
&= \left[1 + a\frac{d}{dx} + \frac{a^2}{2!}\frac{d^2}{dx^2} + ...\right] f(x) =
\end{aligned}
$$

Generador del grupo de traslaciones 1D

Definimos $\pi(g_a)$ diciendo cómo actúa sobre funciones. ¿Forma explícita?

$$
\begin{aligned}
(\pi(g_a)(f))(x) &= f_a(x) = \\
&= f(x+a) = \\
&= f(x) + af'(x) + \frac{a^2}{2!}f''(x) + \ldots = \\
&= \left[1 + a\frac{d}{dx} + \frac{a^2}{2!}\frac{d^2}{dx^2} + \ldots\right] f(x) = \\
&= e^{a\frac{d}{dx}} f(x)
\end{aligned}
$$

Generador del grupo de traslaciones 1D

Definimos $\pi(g_a)$ diciendo cómo actúa sobre funciones. ¿Forma explícita?

$$
\begin{aligned}
(\pi(g_a)(f))(x) &= f_a(x) = \\
&= f(x+a) = \\
&= f(x) + af'(x) + \frac{a^2}{2!}f''(x) + \ldots = \\
&= \left[1 + a\frac{d}{dx} + \frac{a^2}{2!}\frac{d^2}{dx^2} + \ldots\right] f(x) = \\
&= e^{a\frac{d}{dx}} f(x)
\end{aligned}
$$

Por lo tanto

$$\boxed{\pi(g_a) = e^{a\frac{d}{dx}}}$$

Generador del grupo de traslaciones 1D

Definimos $\pi(g_a)$ diciendo cómo actúa sobre funciones. ¿Forma explícita?

$$
\begin{aligned}
(\pi(g_a)(f))(x) &= f_a(x) = \\
&= f(x+a) = \\
&= f(x) + af'(x) + \frac{a^2}{2!}f''(x) + \ldots = \\
&= \left[1 + a\frac{d}{dx} + \frac{a^2}{2!}\frac{d^2}{dx^2} + \ldots\right] f(x) = \\
&= e^{a\frac{d}{dx}} f(x)
\end{aligned}
$$

Por lo tanto

$\boxed{\pi(g_a) = e^{a\frac{d}{dx}}} \longrightarrow P := i\frac{d}{dx}$ es el generador del álgebra de traslaciones

Generadores del grupo de traslaciones en $3+1$

Extensión a más dimensiones es trivial. Por ejemplo, para $3+1$:

$$\pi(g_{a^\mu}) = e^{a^\mu \partial_\mu} \longrightarrow \boxed{P_\mu := i\partial_\mu} \text{ (generadores)}$$

Generadores del grupo de traslaciones en $3+1$

Extensión a más dimensiones es trivial. Por ejemplo, para $3+1$:

$$\pi(g_{a^\mu}) = e^{a^\mu \partial_\mu} \longrightarrow \boxed{P_\mu := i\partial_\mu} \text{ (generadores)}$$

$$g_{a^\mu} \cdot g_{a^\nu} = g_{a^\nu} \cdot g_{a^\mu} \qquad \longleftrightarrow \qquad [P_\rho, P_\sigma] = 0$$

$$\text{Grupo abeliano} \qquad \longleftrightarrow \qquad \text{Álgebra conmutativa}$$

Álgebra asociada al grupo de Poincaré

Generadores:

$$\begin{aligned} P_\mu &= \partial_\mu \\ M_{\mu\nu} &= i(x_\mu \partial_\nu - x_\nu \partial_\mu) \end{aligned}$$

Álgebra asociada al grupo de Poincaré

Generadores:

$$\begin{aligned} P_\mu &= \partial_\mu \\ M_{\mu\nu} &= i(x_\mu \partial_\nu - x_\nu \partial_\mu) \end{aligned}$$

Álgebra:

$$\begin{aligned} [P_\mu, P_\nu] &= 0\,, \\ [M_{\mu\nu}, P_\sigma] &= -ig_{\mu\sigma} P_\nu + ig_{\nu\sigma} P_\mu\,, \\ [M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] &= ig_{\mu\sigma} M_{\nu\rho} + ig_{\nu\rho} M_{\mu\sigma} - ig_{\mu\rho} M_{\nu\sigma} - ig_{\nu\sigma} M_{\mu\rho}\,. \end{aligned}$$