Teoría de Campos 2020 - Práctica

Spin-Estadística.

Spin-Estadística

Motivación: ¿Por qué las partículas de spin semi-entero son fermiones y las de spin entero bosones? $\longrightarrow$ Teorema de Spin-Estadística

Spin-Estadística

Motivación: ¿Por qué las partículas de spin semi-entero son fermiones y las de spin entero bosones? $\longrightarrow$ Teorema de Spin-Estadística

Ejercicio 39: ¿Qué pasa si cuantizamos mal?

Spin-Estadística

Vimos:

- El campo de Klein-Gordon tiene spin 0

Spin-Estadística

Vimos:

- El campo de Klein-Gordon tiene spin 0
- El campo de Dirac tiene spin 1/2 (ej. 14 p. 1 y ej. 48 p. 4)

Spin-Estadística

Vimos:

- El campo de Klein-Gordon tiene spin 0
- El campo de Dirac tiene spin 1/2 (ej. 14 p. 1 y ej. 48 p. 4)

Recordemos: $\tilde{\mathcal{H}} = \mathcal{H} \otimes \mathcal{H}$

$$P|\psi_1, \psi_2\rangle = |\psi_2, \psi_1\rangle \implies P^2 = \mathrm{Id}$$

Spin-Estadística

Vimos:

- El campo de Klein-Gordon tiene spin 0
- El campo de Dirac tiene spin 1/2 (ej. 14 p. 1 y ej. 48 p. 4)

Recordemos: $\tilde{\mathcal{H}} = \mathcal{H} \otimes \mathcal{H}$

$$P|\psi_1, \psi_2\rangle = |\psi_2, \psi_1\rangle \implies P^2 = \mathrm{Id}$$

$$P|\psi_1, \psi_2\rangle = |\psi_1, \psi_2\rangle \to \text{Bosón}$$

Spin-Estadística

Vimos:

- El campo de Klein-Gordon tiene spin 0
- El campo de Dirac tiene spin 1/2 (ej. 14 p. 1 y ej. 48 p. 4)

Recordemos: $\tilde{\mathcal{H}} = \mathcal{H} \otimes \mathcal{H}$

$$P|\psi_1, \psi_2\rangle = |\psi_2, \psi_1\rangle \implies P^2 = \mathrm{Id}$$

$$P|\psi_1, \psi_2\rangle = |\psi_1, \psi_2\rangle \to \text{Bosón}$$

$$P|\psi_1, \psi_2\rangle = -|\psi_1, \psi_2\rangle \to \text{Fermión}$$

Spin-Estadística

Campo Escalar Real

$$\phi = \int \left[a_{\mathbf{p}} e^{ipx} + a_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{-ipx}\right] \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{p}}}}, \quad [\phi(\mathbf{x}), \pi(\mathbf{y})] = i\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y})$$

Spin-Estadística

Campo Escalar Real

$$\phi = \int \left[a_{\mathbf{p}} e^{ipx} + a_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{-ipx}\right] \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{p}}}}, \quad [\phi(\mathbf{x}), \pi(\mathbf{y})] = i\delta(\mathbf{x}-\mathbf{y})$$

$$\implies \left[a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right] = 0 \quad \implies a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} = a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}$$

Spin-Estadística

Campo Escalar Real

$$\phi = \int \left[a_{\mathbf{p}} e^{ipx} + a_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{-ipx}\right] \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{p}}}}, \quad [\phi(\mathbf{x}), \pi(\mathbf{y})] = i\delta(\mathbf{x}-\mathbf{y})$$

$$\implies \left[a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right] = 0 \quad \implies a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} = a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}$$

$$|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}|0\rangle = a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}|0\rangle = |1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle$$

Spin-Estadística

Campo Escalar Real

$$\phi = \int \left[a_{\mathbf{p}} e^{ipx} + a_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{-ipx}\right] \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{p}}}}, \quad [\phi(\mathbf{x}), \pi(\mathbf{y})] = i\delta(\mathbf{x}-\mathbf{y})$$

$$\implies \left[a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right] = 0 \quad \implies a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} = a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}$$

$$|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}|0\rangle = a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}|0\rangle = |1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle$$

$$P|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = |1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle = |1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle \rightarrow \text{Bosón!}$$

Spin-Estadística

Campo Escalar Real

$$\phi = \int \left[a_{\mathbf{p}} e^{ipx} + a_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{-ipx}\right] \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{p}}}}, \quad [\phi(\mathbf{x}), \pi(\mathbf{y})] = i\delta(\mathbf{x}-\mathbf{y})$$

$$\implies \left[a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right] = 0 \quad \implies a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} = a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}$$

$$|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}|0\rangle = a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}|0\rangle = |1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle$$

$$P|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = |1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle = |1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle \rightarrow \text{Bosón!}$$

Microcausalidad: $[\phi(x), \phi(y)] = 0$ si $(x-y)^2 < 0$

Spin-Estadística

¿Y si hubiésemos tomado

$$\phi = \int \left[a_{\mathbf{p}} e^{ipx} + a_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{-ipx}\right] \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{p}}}},$$

$$\left\{a_{\mathbf{p}}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \ \left\{a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = 0 \ ?$$

Spin-Estadística

¿Y si hubiésemos tomado

$$\phi = \int \left[a_{\mathbf{p}} e^{ipx} + a_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{-ipx}\right] \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{p}}}},$$

$$\left\{a_{\mathbf{p}}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \ \left\{a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = 0 \ ?$$

$$\Longrightarrow \qquad a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} = -a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}$$

Spin-Estadística

¿Y si hubiésemos tomado

$$\phi = \int \left[a_{\mathbf{p}} e^{ipx} + a_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{-ipx}\right] \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{p}}}},$$

$$\left\{a_{\mathbf{p}}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \ \left\{a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = 0 \ ?$$

$$\Longrightarrow \qquad a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} = -a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}$$

$$|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}|0\rangle = -a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}|0\rangle = -|1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle$$

Spin-Estadística

¿Y si hubiésemos tomado

$$\phi = \int \left[a_{\mathbf{p}} e^{ipx} + a_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{-ipx}\right] \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{p}}}},$$

$$\left\{a_{\mathbf{p}}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}'), \ \left\{a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = 0 \ ?$$

$$\Longrightarrow \qquad a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} = -a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}$$

$$|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}|0\rangle = -a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}|0\rangle = -|1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle$$

$$P|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = |1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle = -|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle \rightarrow \text{Fermión!}$$

Spin-Estadística

¿Y si hubiésemos tomado

$$\phi = \int \left[a_{\mathbf{p}} e^{ipx} + a_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{-ipx}\right] \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{p}}}},$$

$$\left\{a_{\mathbf{p}}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = \delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}'), \ \left\{a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = 0 \ ?$$

$$\Longrightarrow \qquad a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} = -a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}$$

$$|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}|0\rangle = -a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}|0\rangle = -|1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle$$

$$P|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = |1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle = -|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle \rightarrow \text{Fermión!}$$

Además

$$\left\{a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}}^{\dagger}\right\} = 0 \implies (a_{\mathbf{p}}^{\dagger})^2 = 0$$

Spin-Estadística

¿Y si hubiésemos tomado

$$\phi = \int \left[a_{\mathbf{p}} e^{ipx} + a_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{-ipx}\right] \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{p}}}},$$

$$\left\{a_{\mathbf{p}}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = \delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}'),\ \left\{a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = 0\ ?$$

$$\Longrightarrow \qquad a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} = -a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}$$

$$|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}|0\rangle = -a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}|0\rangle = -|1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle$$

$$P|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = |1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle = -|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle \rightarrow \text{Fermión!}$$

Además

$$\left\{a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}}^{\dagger}\right\} = 0 \implies (a_{\mathbf{p}}^{\dagger})^2 = 0$$

No puede haber más de 1 fermión por modo! Ppio. de exclusión de Pauli!

Spin-Estadística

¿Y si hubiésemos tomado

$$\phi = \int \left[a_{\mathbf{p}} e^{ipx} + a_{\mathbf{p}}^{\dagger} e^{-ipx}\right] \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{p}}}},$$

$$\left\{a_{\mathbf{p}}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = \delta(\mathbf{p}-\mathbf{p}'),\ \left\{a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}\right\} = 0\ ?$$

$$\Longrightarrow \qquad a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} = -a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}$$

$$|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = a_{\mathbf{p}'}^{\dagger} a_{\mathbf{p}}^{\dagger}|0\rangle = -a_{\mathbf{p}}^{\dagger} a_{\mathbf{p}'}^{\dagger}|0\rangle = -|1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle$$

$$P|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle = |1_{\mathbf{p}'}, 1_{\mathbf{p}}\rangle = -|1_{\mathbf{p}}, 1_{\mathbf{p}'}\rangle \rightarrow \text{Fermión!}$$

Además

$$\left\{a_{\mathbf{p}}^{\dagger}, a_{\mathbf{p}}^{\dagger}\right\} = 0 \implies (a_{\mathbf{p}}^{\dagger})^2 = 0$$

No puede haber más de 1 fermión por modo! Ppio. de exclusión de Pauli!

Spin-Estadística

¿Y cuál es el problema? ¿da lo mismo cuantizar con $\{\ ,\ \}$ o $[\ ,\ ]$?

Spin-Estadística

¿Y cuál es el problema? ¿da lo mismo cuantizar con { , } o [,]?

Práctica 3, ejercicio 39

$$\{\phi(x), \phi(y)\} =$$

$$\left\{ \int \left[a_{\mathbf{k}} e^{ikx} + a_{\mathbf{k}}^{\dagger} e^{-ikx} \right] \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}}}}, \int \left[a_{\mathbf{k}'} e^{ik'p} + a_{\mathbf{k}'}^{\dagger} e^{-ik'p} \right] \frac{d^3\mathbf{k}'}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}'}}} \right\}$$

Spin-Estadística

¿Y cuál es el problema? ¿da lo mismo cuantizar con { , } o [,]?

Práctica 3, ejercicio 39

$$\{\phi(x), \phi(y)\} =$$

$$\int\int [\{a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}'}\} e^{ikx} e^{ik'y} + \left\{a^\dagger_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}'}\right\} e^{-ikx} e^{ik'y}$$

$$+ \left\{a_{\mathbf{k}}, a^\dagger_{\mathbf{k}'}\right\} e^{ikx} e^{-ik'y} + \left\{a^\dagger_{\mathbf{k}}, a^\dagger_{\mathbf{k}'}\right\} e^{-ikx} e^{-ik'y}] \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}}}} \frac{d^3\mathbf{k}'}{\sqrt{2\omega_{k'}}}$$

Spin-Estadística

¿Y cuál es el problema? ¿da lo mismo cuantizar con $\{\ ,\ \}$ o $[\ ,\ ]$?

Práctica 3, ejercicio 39

$$\{\phi(x), \phi(y)\} =$$

$$\int\int \left[\left\{a^\dagger_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}'}\right\} e^{-ikx} e^{ik'y} + \left\{a_{\mathbf{k}}, a^\dagger_{\mathbf{k}'}\right\} e^{ikx} e^{-ik'y}\right] \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}}}} \frac{d^3\mathbf{k}'}{\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}'}}}$$

Spin-Estadística

¿Y cuál es el problema? ¿da lo mismo cuantizar con { , } o [,]?

Práctica 3, ejercicio 39

$$\{\phi(x), \phi(y)\} =$$

$$\int\int \left[\delta(k-k')e^{-ikx}e^{ik'y} + \delta(k-k')e^{ikx}e^{-ik'y}\right] \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}}}} \frac{d^3\mathbf{k}'}{\sqrt{2\omega_{\mathbf{k}'}}}$$

Spin-Estadística

¿Y cuál es el problema? ¿da lo mismo cuantizar con { , } o [,]?

Práctica 3, ejercicio 39

$$\{\phi(x), \phi(y)\} = \int \left[e^{-ik(x-y)} + e^{ik(x-y)}\right] \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3 2\omega_{\mathbf{k}}}$$

Spin-Estadística

¿Y cuál es el problema? ¿da lo mismo cuantizar con { , } o [,]?

Práctica 3, ejercicio 39

$$\{\phi(x), \phi(y)\} = \int \cos\left[k(x-y)\right] \frac{d^3\mathbf{k}}{\omega_{\mathbf{k}}(2\pi)^3}$$

Spin-Estadística

¿Y cuál es el problema? ¿da lo mismo cuantizar con { , } o [,]?

Práctica 3, ejercicio 39

$$\{\phi(0,\mathbf{x}),\phi(0,\mathbf{y})\} = \int \cos\left[\mathbf{k}(\mathbf{x}-\mathbf{y})\right] \frac{d^3\mathbf{k}}{\omega_{\mathbf{k}}(2\pi)^3}$$

Spin-Estadística

¿Y cuál es el problema? ¿da lo mismo cuantizar con $\{\ ,\ \}$ o $[\ ,\ ]$?

Práctica 3, ejercicio 39

$$\{\phi(0,\mathbf{x}),\phi(0,\mathbf{y})\} = \frac{m}{2\pi^2\,|\mathbf{x}-\mathbf{y}|}K_1\left(m\,|\mathbf{x}-\mathbf{y}|\right) \neq 0$$

$$[\phi(0,\mathbf{x}),\phi(0,\mathbf{y})] = \{\phi(0,\mathbf{x}),\phi(0,\mathbf{y})\} - 2\phi(0,\mathbf{y})\phi(0,\mathbf{x}) \neq 0$$

Viola el principio de microcausalidad! No da lo mismo!

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Si $[A, B] \neq 0$ puedo comunicar información

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Si $[A, B] \neq 0$ puedo comunicar información

Ejemplo: Preparo el estado $|\psi\rangle = |\uparrow\rangle$

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Si $[A, B] \neq 0$ puedo comunicar información

Ejemplo: Preparo el estado $|\psi\rangle = |\uparrow\rangle$

1. • Alice no hace nada

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Si $[A, B] \neq 0$ puedo comunicar información

Ejemplo: Preparo el estado $|\psi\rangle = |\uparrow\rangle$

1.
   - Alice no hace nada
   - Bob mide S_z: $\langle\psi|S_z|\psi\rangle = 1/2$

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Si $[A, B] \neq 0$ puedo comunicar información

Ejemplo: Preparo el estado $|\psi\rangle = |\uparrow\rangle$

1.
   - Alice no hace nada
   - Bob mide S_z: $\langle\psi|S_z|\psi\rangle = 1/2$
2.
   - Alice mide S_x:

     1/2 de las veces obtiene $S_x = \uparrow$

     $|\psi_{A\uparrow}\rangle = \sqrt{2}P_{S_x\uparrow}|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)$

     1/2 de las veces obtiene $S_x = \downarrow$

     $|\psi_{A\downarrow}\rangle = \sqrt{2}P_{S_x\downarrow}|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)$

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Si $[A, B] \neq 0$ puedo comunicar información

Ejemplo: Preparo el estado $|\psi\rangle = |\uparrow\rangle$

1.
   - Alice no hace nada
   - Bob mide S_z: $\langle\psi|S_z|\psi\rangle = 1/2$
2.
   - Alice mide S_x:
     1/2 de las veces obtiene $S_x = \uparrow$
     $|\psi_{A\uparrow}\rangle = \sqrt{2}P_{S_x\uparrow}|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)$
     1/2 de las veces obtiene $S_x = \downarrow$
     $|\psi_{A\downarrow}\rangle = \sqrt{2}P_{S_x\downarrow}|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)$
   - Bob mide S_z:
     $\frac{1}{2}\langle\psi_{A\uparrow}|S_z|\psi_{A\uparrow}\rangle + \frac{1}{2}\langle\psi_{A\downarrow}|S_z|\psi_{A\downarrow}\rangle = 0$

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Si $[A, B] \neq 0$ puedo comunicar información

Ejemplo: Preparo el estado $|\psi\rangle = |\uparrow\rangle$

1.
   - Alice no hace nada
   - Bob mide S_z: $\langle\psi|S_z|\psi\rangle = 1/2$
2.
   - Alice mide S_x:
     1/2 de las veces obtiene $S_x = \uparrow$
     $|\psi_{A\uparrow}\rangle = \sqrt{2}P_{S_x\uparrow}|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)$
     1/2 de las veces obtiene $S_x = \downarrow$
     $|\psi_{A\downarrow}\rangle = \sqrt{2}P_{S_x\downarrow}|\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle - |\downarrow\rangle)$
   - Bob mide S_z:
     $\frac{1}{2}\langle\psi_{A\uparrow}|S_z|\psi_{A\uparrow}\rangle + \frac{1}{2}\langle\psi_{A\downarrow}|S_z|\psi_{A\downarrow}\rangle = 0$

Si Alice quiere comunicarle un 0 a Bob, no mide nada y si quiere comunicarle un 1 mide S_x. Bob mide $\langle S_z\rangle$ y si le da 1/2 lo asocia a un 0 y si le da 0 lo asocia a un 1.

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Si $[A, B] = 0$ No puedo comunicar información

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Si $[A, B] = 0$ No puedo comunicar información

Preparo un estado $|\psi\rangle$

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Si $[A, B] = 0$ No puedo comunicar información

Preparo un estado $|\psi\rangle$

1. • Alice no hace nada

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Si $[A, B] = 0$ No puedo comunicar información

Preparo un estado $|\psi\rangle$

1.
   - Alice no hace nada
   - Bob mide B: $\langle\psi|B|\psi\rangle = \bar{B}$

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Si $[A, B] = 0$ No puedo comunicar información

Preparo un estado $|\psi\rangle$

1.
   - Alice no hace nada
   - Bob mide B: $\langle\psi|B|\psi\rangle = \bar{B}$
2.
   - Alice mide $A = a$ con probabilidad p_a: $|\psi_{A=a}\rangle = \frac{P_{A,a}}{\sqrt{p_a}}|\psi\rangle$

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Si $[A, B] = 0$ No puedo comunicar información

Preparo un estado $|\psi\rangle$

1.
   - Alice no hace nada
   - Bob mide B: $\langle\psi|B|\psi\rangle = \bar{B}$
2.
   - Alice mide $A = a$ con probabilidad p_a: $|\psi_{A=a}\rangle = \frac{P_{A,a}}{\sqrt{p_a}}|\psi\rangle$
   - Bob mide B:
     $\sum_a p_a \langle\psi_{A=a}|B|\psi_{A=a}\rangle = \sum_a \frac{p_a}{p_a}\langle\psi|P_{A,a}BP_{A,a}|\psi\rangle =$
     $\sum_a \langle\psi|P_{A,a}P_{A,a}B|\psi\rangle = \langle\psi|\sum_a P_{A,a}B|\psi\rangle = \langle\psi|B|\psi\rangle = \bar{B}$

Spin-Estadística

¿Por qué es tan importante la microcausalidad?

Principio de relatividad: No puedo comunicar información más rápido que la luz

$\implies$ Microcausalidad: Dados observables $\mathcal{O}_1(x)$ y $\mathcal{O}_2(x)$,

$$[\mathcal{O}_1(x), \mathcal{O}_2(y)] = 0 \quad \text{si } (x-y)^2 < 0$$

Spin-Estadística

Resumiendo:

Spin-Estadística

Resumiendo:

Cuantización con $[\ ,\ ] \implies$ Bosón

Spin-Estadística

<u>Resumiendo:</u>

Cuantización con $[\ ,\ ] \implies$ Bosón

Cuantización con $\{\ ,\ \} \implies$ Fermión

Spin-Estadística

Resumiendo:

Cuantización con $[\ ,\ ] \implies$ Bosón

Cuantización con $\{\ ,\ \} \implies$ Fermión

Principio de relatividad $\implies$ Microcausalidad $\implies$ Campo de spin-0 se cuantiza con $[\ ,\ ] \implies$ Bosón