Esta es una guía muy breve e introductoria al uso de integrales de camino en teoría de campos.

$\boxed{98}$ Sea $\mathcal{Z}(j)$ la función definida como

$$\mathcal{Z}(j) = \frac{1}{\mathcal{N}} \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-\frac{1}{2}m^2q^2 - \frac{\lambda^4}{4!}q^4 + jq}\,, \tag{2}$$

con $\mathcal{N} = \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-\frac{1}{2}m^2q^2 - \frac{\lambda^4}{4!}q^4}$ (m y λ son constantes reales). Suponiendo que $\mathcal{Z}(j)$ es desarrollable como una serie (doble) en potencias de j y de λ, evalúe los términos de orden 4 en j hasta el orden 2 en λ.

$\boxed{99}$ Considere un sistema descripto por dos campos escalares reales ϕ y σ con densidad lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - \frac{1}{2}\mu^2\sigma^2 - \lambda\phi^2\sigma\,. \tag{3}$$

(a) Derive las reglas de Feynman para las funciones de Green en tiempo imaginario.

(b) Suponga ahora que la masa m es suficientemente grande como para despreciar el término $\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi$ en $\mathcal{L}$. Obtenga en esta aproximación $\mathcal{Z}[J]$ para las funciones de Green del campo σ.

$\boxed{100}$ Calcular el propagador para el campo vectorial cargado masivo.

$\boxed{101}$ Considere un campo real de N componentes, cuya acción euclídea es

$$S[\phi] = \int d^4x \left[\frac{1}{2}\partial_\mu\phi_a\partial^\mu\phi_a + \frac{1}{2}m^2\phi_a\phi_a + \frac{g}{4!}(\phi_a\phi_a)^2\right]\,. \tag{4}$$

(a) Obtenga las reglas de Feynman.

(b) Deduzca las ecuaciones de movimiento cuánticas para $\mathcal{Z}[J]$.