Al agregar a los Lagrangianos considerados anteriormente términos de orden superior al cuadrático (términos de interacción), las ecuaciones de movimiento resultan ser no lineales y por ende todos los resultados aplicables a la cuantización de los campos libres de Klein-Gordon, Dirac, Proca y Maxwell no aplican. Sin embargo, bajo algunas hipótesis, puede garantizarse el fenómeno no intuitivo de que la interacción es *apagada asintóticamente* para $t \to \pm\infty$ en el sentido de que existen estados (llamados asintóticos) que evolucionan (en el picture de Schrödinger) como los de la teoría libre. Esto permite plantear la matriz de Scattering entre estados de la teoría libre. Estos estados iniciales y finales se denominan *in* y *out*. Esta amplitud puede hallarse perturbativamente como expansión en torno a la (o las) constante(s) de acoplamiento igual a 0. El objetivo principal de esta guía es ver cómo implementar ese cálculo perturbativo mediante las reglas de Feynman.

$\boxed{65}$ Considere el caso simple e ilustrativo del Lagrangiano que resulta de agregar un término $-\frac{\lambda_n}{n!}\phi^n$ (con $\lambda_n > 0$ y $n \geq 3$) al Lagrangiano de Klein-Gordon para un campo real.

(a) Halle la ecuación de movimiento y vea que ahora una onda plana no es solución.

(b) ¿Para qué valor de n la constante de acoplamiento es adimensional?

✓ **Resuelto en la sección 5 de las notas de la práctica.**

$\boxed{66}$ **Representación de Källen-Lehmann.** Para una teoría interactuante, la función de dos puntos ya no tiene la forma hallada para el caso del campo libre. Sin embargo, bajo ciertas hipótesis sobre el espectro de la teoría cuántica, puede verse que tendra la siguiente representación espectral

$$W(x-y) \equiv \langle 0|\, \phi(x)\phi(y)\, |0\rangle = \int_0^\infty \rho(s) W_{F,\sqrt{s}}(x-y) ds$$

siendo $W_{F,\sqrt{s}}(x-y)$ la función de dos puntos del campo libre de masa $\sqrt{s}$, y ρ una función de s (que satisfará algunas propiedades generales). Demostrar esta relación enfocándose en el caso de una teoría interactuante de campos (arbitraria) del campo escalar real.

✓ **Resuelto en la sección 5.1.2 de las notas de la práctica.**

$\boxed{67}$ Usando el teorema de Wick, exprese la función de 4 puntos $\langle 0 \mid \psi_\alpha(x_1)\bar{\psi}_\beta(x_2)\psi_\gamma(x_3)\bar{\psi}_\delta(x_4) \mid 0\rangle$ en terminos de la de 2 puntos

✓ **Resuelto en la sección 5.2.1 de las notas de la práctica.**

$\boxed{68}$ Enunciar las reglas de Feynmann para la teoría $\lambda\phi^4$. Ver qué modificaciones deberia hacer si el campo fuese complejo.

✓ **Resuelto en la sección 5.2.3 de las notas de la práctica.**

$\boxed{69}$ En la teoría anterior, dibuje los diagramas hasta orden 2 en la constante de acoplamiento para el proceso de dos partículas iniciales y dos finales, distinguiendo aquellos:

(a) Diagramas desconexos (burbujas). Es decir, aquellos en que las patas externas no se conectan a ningún vértice. ¿Por qué no son relevantes para el cálculo de la matriz de scattering?

(b) Diagramas con correcciones radiativas (es decir, aquellos en los que hay vértices en las patas externas). ¿Por qué no suelen incluirse estos diagramas en el cálculo de la amplitud?

(c) Diagramas restantes.

$\boxed{70}$ Utilizando consideraciones geométricas sobre los grafos totalmente conexos (y sin las correcciones radiativas) muestre que para la teoría $\lambda\phi^4$ vale la siguiente relación entre número de patas externas E y número de vértices n:

$$2(n+1) = E.$$

De esto se desprende que la amplitud para un proceso con un número de patas externas impares debe ser cero.

✓ Resuelto en la sección 5.2.5 de las notas de la práctica usando resultados de teoría de grafos, y de forma alternativa en la sección 5.2.3.

71 ¿Por qué motivo en la electrodinámica cuántica (QED) no es posible el proceso en el que un electrón y un positrón se aniquilan dando lugar a un solo fotón?

✓ Resuelto en la sección 5.3 de las notas de la práctica.

72 Enuncie las reglas de Feynman de QED.

✓ Las reglas están en la sección 5.3.1 de las notas de la práctica (la derivación figura en todos los libros de QFT).

73 Usando las reglas anteriores halle la amplitud de scattering para los siguientes procesos al orden más bajo no trivial, dibujando los diagramas de Feynman que contribuyen al proceso:

(a) Scattering de Bhabha $e^+e^- \to e^+e^-$
(b) Scattering de Møller: $e^-e^- \to e^-e^-$
(c) Aniquilación de pares
(d) Creación de pares
(e) Scattering de Compton (scattering elástico electrón-fotón)

✓ Incisos (a), (b) y (c) resueltos en las secciones 5.3.2, 5.3.3 y 5.3.4 de las notas de la práctica. El inciso (d) debería salir si entendieron el (c). El resultado del inciso (e) es la ecuación 6.94 de las notas de Tong.

74 Enunciar las reglas de Feynman para la electrodinámica escalar, descripta por el Lagrangiano

$$\mathcal{L} = D_\mu \varphi^\dagger D^\mu \varphi - m^2 \varphi^\dagger \varphi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} , \quad \text{con} \quad D_\mu \varphi \equiv (\partial_\mu - ieA_\mu)\varphi \ .$$

✓ La derivación se puede ver por ejemplo en el ejemplo 8.6 del libro de Greiner.