Esta es una guía muy breve e introductoria al estudio de la renormalización de las teorías de campos.

Grados de divergencias y criterios de renormalizabilidad

$\boxed{102}$ Considere el Lagrangiano de un campo de Klein Gordon neutro en un espacio tiempo de d dimensiones con un término de interacción $\lambda\phi^4$ y el diagrama de Feynman con n vertices, L lineas internas, E lineas externas y L loops.

(a) Muestre que el grado de divergencias D es igual a $dL - 2I$.

(b) Muestre que valen las siguientes relaciones: $L - I + n = 1$ y $4n = E + 2I$

(c) Usando las relaciones precedentes, halle la expresión del grado de divergencia en términos de las lineas externas E y el número de vertices n. Analice la renormalizabilidad y superenormalizabilidad de esta teoría para distintos valores de d, incluyendo $d = 4$

$\boxed{103}$ Repita el análisis anterior para QED en $d = 4$

$\boxed{104}$ Considere un campo de Klein-Gordon en d dimensiones con una interacción del tipo $g\phi^r$ (r entero positivo ≥ 4), siendo g la constante de acoplamiento.

(a) Halle las dimensiones de masa δ de la constante g.

(b) Halle la expresión de el grado superficial de divergencia en términos de δ, el número de vertices y el numero de patas externas.

(c) Analice la renormalizabilidad de cada modelo de acuerdo al signo de δ

$\boxed{105}$ Dibuje diagramas divergentes irreducibles de:

(a) QED

(b) $\lambda\phi^4$

$\boxed{106}$ Suponga que un diagrama de Feynman tiene grado de divergencia D negativo. Significa eso que es convergente? Para responder a esta pregunta considere ejemplos de diagramas a uno y dos loops el caso de QED.

Regularización de integrales divergentes

$\boxed{107}$ Muestre las siguientes identidades de integrales en d dimensiones para los valores de d en que estan bien definidas (el producto entre vectores que aparece en los integrandos es con la metrica de Minkowski):

(a) $\int d^dk \frac{1}{(k^2+2p.k-m^2)^2} = \frac{i(-1)^n\pi^{\frac{D}{2}}}{\Gamma(n)(m^2+p^2)^{n-\frac{D}{2}}}\Gamma(n-\frac{D}{2})$

(b) $\int d^dk \frac{k^\mu}{(k^2+2p.k-m^2)^2} = \frac{-i(-1)^n\pi^{\frac{D}{2}}}{\Gamma(n)(m^2+p^2)^{n-\frac{D}{2}}}p^\mu\Gamma(n-\frac{D}{2})$

$\boxed{108}$ Considere la contribución en el canal s a la función de 4 puntos de la teoría del ejercicio 1, a orden λ^2.

(a) Muestre que, a menos de factores, esta contribución esta dada por la integral divergente $\int^4 d^4p \frac{1}{p^2-m^2}\frac{1}{(p-q)^2-m^2}$, siendo q la suma de los momentos iniciales.

(b) Mediante la siguiente identidad $\frac{1}{ab} = \int_0^1 \frac{z}{(az+b(1-z))^2}$ escriba la generalización de la integral precedente a d dimensiones en la forma $\int_0^1 dz \int d^dp \frac{1}{(p^2-m^2+q^2z(1-z))^2}$

(c) Usando la expansión $\Gamma(-n+\epsilon) = \frac{(-1)^n}{n!}(\frac{1}{\epsilon} + \psi(n+1) + o(\epsilon))$, con n natural y $\psi(n+1) = 1 + \frac{1}{2} + ... \frac{1}{n} - \gamma$ (siendo γ la constante de Euler-Mascheroni) halle la expresión de la integral anterior en el limite $d \to 4$

109 Mediante el metodo de regularización dimensional, halle la expresión regularizada de los siguientes diagramas (a un loop):

(a) Autonergía del electrón.

(b) Auto energía del fotón (o polarización del vacio)

(c) Grafo del vertice.

Renormalización

110 Usando las amplitudes a 1-loop regularizadas, formule los pasos que hay que seguir para obtener la expresión de la constantes de acoplamiento en función de los momentos externos tanto en QED como en $\lambda\phi^4$. Usando las expresiones que encuentre en la bibliograía, muestre que en ambos casos hay un *polo de Landau.*

111 Grafique la solución a la ecuación diferencial para la constante de acoplemiento g, función de la escala μ: $\mu\frac{dg}{d\mu} = \beta g^2$, con β constante, para los casos $\beta = 0$, $\beta > 0$ y $\beta < 0$