La electrodinámica cuántica (QED) es un modelo que describe la interacción electromagnética entre fermiones cargados y los fotones (las partículas portadoras de la fuerza electromagnética). En esta guía estudiaremos este modelo, enfocándonos principalmente en aspectos perturbativos y veremos cómo vincular los cálculos de las amplitudes de scattering con un observable en experimentos de física de partículas: la sección eficaz

---

77 La cuantización del campo de Maxwell libre puede realizarse utilizando el formalismo canónico o el de integrales de camino procediendo de forma análoga a la realizada para los campos que ya hemos estudiado, luego de sortear ciertos inconvenientes que surgen en relación a la invariancia de gauge del modelo.

Les proponemos que revisen la cuantización del campo de Maxwell libre en ambos formalismos, lo que les resultará útil para repasar las cosas que aprendieron hasta este momento sobre campos libres.

✓ Para la cuantización canónica pueden revisar la sección 4.5 de las notas de la práctica. Para la cuantización con integrales de camino pueden revisar los capítulos 7 y 8 del libro de Ramond.

78 ¿Por qué motivo en la electrodinámica cuántica no es posible el proceso en el que un electrón y un positrón se aniquilan dando lugar a un solo fotón?

✓ Resuelto en la sección 5.3 de las notas de la práctica.

79 Revisar la derivación de las reglas de Feynman para el cálculo de la amplitud de scattering $\mathcal{M}$ para el modelo de la electrodinámica cuántica.

✓ Las reglas están en la sección 5.3.1 de las notas de la práctica (la derivación figura en todos los libros de QFT).

80 Usando las reglas anteriores halle la amplitud de scattering $\mathcal{M}$ para los siguientes procesos al orden más bajo no trivial, dibujando los diagramas de Feynman que contribuyen al proceso:

(a) Scattering de Bhabha $e^+e^- \to e^+e^-$.

(b) Scattering de Møller: $e^-e^- \to e^-e^-$.

(c) Aniquilación de pares $e^-e^- \to \gamma\gamma$.

(d) Scattering de Compton $\gamma e^- \to \gamma e^-$.

✓ Revisar las secciones 5.3.2, 5.3.3, 5.3.4 y 5.5.2.1 de las notas de la práctica.

81 **Sección eficaz.** La sección eficaz diferencial $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ se define para un proceso de N partículas, con dos partículas iniciales y $N-2$ finales. La misma se puede conectar con la amplitud de scattering $\mathcal{M}$ de Feynman (Ver por ejemplo las páginas 232-234 del libro de Ryder) y para un proceso elástico de dos partículas en el sistema centro de masa toma la expresión:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2(E_1+E_2)^2}|\mathcal{M}|^2 .$$

siendo E_1 y E_2 las energías de las partículas en el sistema centro de masa y Ω el ángulo sólido asociado al momento de una de las partículas elegidas para parametrizar el estado final.

Hallar la sección eficaz diferencial para el orden más bajo para el scattering de Bhabha (considerar en todos los casos que las polarizaciones de los estados finales e iniciales están sumadas y promediadas, respectivamente).

✓ Resuelto en la sección 5.5.1 de las notas de la práctica.

82 * Analizar la sección eficaz de Compton en el sistema centro de masa y pasarla al sistema en que el electrón inicial está en reposo. En ese caso, discutir los límites de alta y baja energía del fotón incidente.

✓ La dificultad adicional que tiene este problema radica en el hecho de que debemos sumar sobre las polarizaciones de los fotones entrante y saliente (para ello se utiliza la denominada identidad de Ward). El límite de bajas energías está resuelto antes de la sección 5.5.3 de las notas de la práctica. El límite de altas energías está resuelto en la sección 13.5.4 del libro de Schwartz.

Relaciones útiles para el cálculo de la sección eficaz cuando hay campos de Dirac

(a) Demostrar las siguientes identidades para las trazas de matrices gamma, útiles para el cálculo de la sección eficaz:

(I) $Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu}$

(II) $Tr(\gamma^{\mu_1}\gamma^{\mu_2}...\gamma^{\mu_{2n+1}}) = 0$

(III) $Tr(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\rho})$

(IV) $Tr(\not{a}_1\not{a}_2..\not{a}_{2n}) = a_1a_2Tr(\not{a}_3...\not{a}_{2n}) - a_1a_3Tr(\not{a}_2...\not{a}_{2n}) + a_1a_{2n}Tr(\not{a}_2...\not{a}_{2n-1})$

(b) Demuestre que:

$$\sum_{s,s'=1,2} \mid \bar{u}(\mathbf{k},s)Mu(\mathbf{k}',s') \mid^2 = Tr\left(\gamma_0 M^\dagger \gamma_0 \frac{\not{k}+m}{2m} M \frac{\not{k}'+m}{2m}\right)$$

donde M es una matriz de 4×4 cualquiera y k y k' son momentos arbitrarios que satisfacen $k^2 = m^2$ (Nota: esta relación es crucial para el cálculo de la sección eficaz y permite sacar provecho a las relaciones del ejercicio precedente).