Electromagnetismo

Interacciones fundamentales:

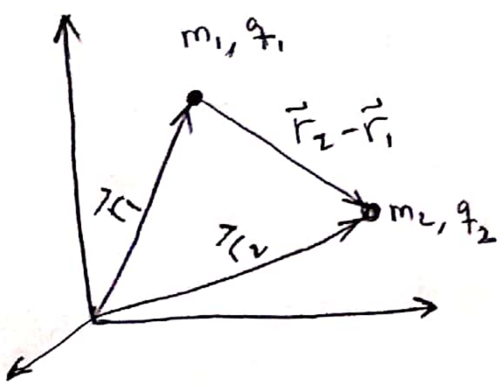
- Gravitatoria
- Electromagnética — {Elástica, Rozamiento, Fricción, Vínculo, ...} consecuencias macroscópicas del electromagnetismo.
- Fuerte
- Débil

Las partículas además de masa tienen carga (escalar)

Unidades de [carga] = Coulomb (C)

Puede ser positiva y negativa:
- ⊕ con ⊕ se repelen.
- ⊕ con ⊖ se atraen
- ⊖ con ⊖ se repelen

Ahora nos enfocamos en cargas estáticas: Electroestática



Gravedad: $$\vec{F}_{21}^{\,grav} = -\frac{G\, m_1 m_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

Eléctrica: $$\vec{F}_{21}^{\,eléctrica} = k\,\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

"Ley de Coulomb"

$$K \simeq 9 \cdot 10^9 \frac{N m^2}{C^2}$$ ó $$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

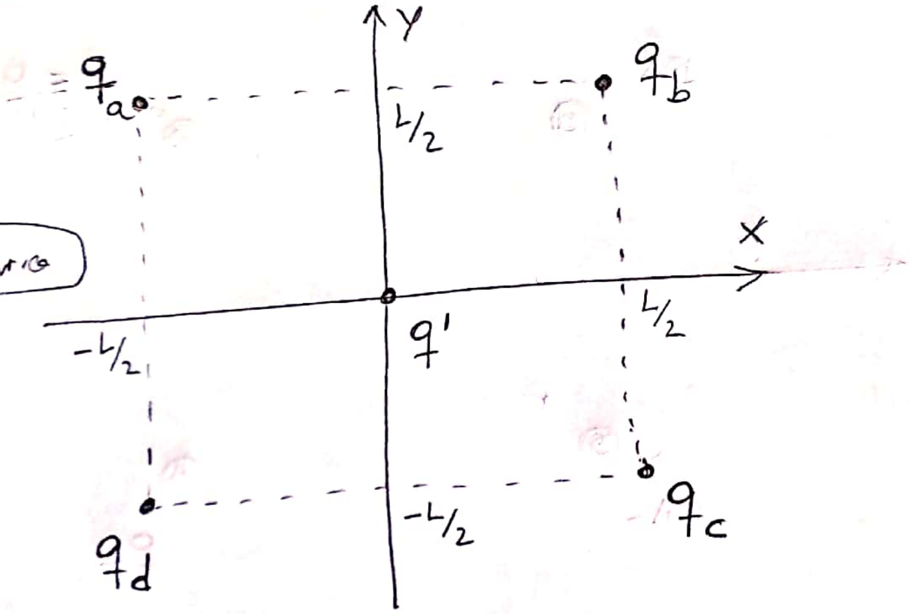
(B)

Comparación entre fuerzas:

$$\frac{|\vec{F}_{21}^{\,eléctrica}|}{|\vec{F}_{21}^{\,grav}|} = \frac{k}{G}\,\frac{q_1 q_2}{m_1 m_2} = 1{,}35\cdot 10^{20}\ \frac{kg^2}{C^2}\,\frac{q_1 q_2}{m_1 m_2}.$$

$$\boxed{G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}. \qquad k = 9\cdot 10^{9}\ \frac{Nm^2}{C^2}}$$

Problema 2



Calcular la $\vec{F}$ eléctrica sobre q'.

Uso el principio de superposición: la fuerza eléctrica neta aplicada sobre q' es la suma de las fuerzas que ejerce cada carga

$$\vec{F}_{q'} = \vec{F}_a + \vec{F}_b + \vec{F}_c + \vec{F}_d$$

Calculemos esas fuerzas:

Dependen de: la posición de q': $\vec{r}_{q'} = (0,0)$

la posición de (a): $\vec{r}_a = \left(-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right)$

(c)

la posición de (b) : $\vec{r}_b = \left(\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right)$

la posición de (c) : $\vec{r}_c = \left(\frac{L}{2}, -\frac{L}{2}\right)$

la posición de (d) : $\vec{r}_d = \left(-\frac{L}{2}, -\frac{L}{2}\right)$.

Recordando:

$$\vec{F}^{el}_{21} = k \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$$

$$\vec{F}_a = k \cdot \frac{q_a \cdot q'}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \left[-\left(-\frac{L}{2}\hat{x} + \frac{L}{2}\hat{y}\right)\right]$$

$$\Rightarrow \vec{F}_a = k \frac{L/2 \cdot q_a \cdot q'}{L^3/2^{3/2}} (\hat{x} - \hat{y})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_a = k \frac{\sqrt{2}}{L^2} q_a \cdot q' (\hat{x} - \hat{y})$$

$$\vec{F}_b = k \frac{q_b \cdot q'}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \left[-\left(\frac{L}{2}\hat{x} + \frac{L}{2}\hat{y}\right)\right] = -k \frac{\sqrt{2}}{L^2} \cdot q_b q' (\hat{x} + \hat{y})$$

$$\vec{F}_c = k \frac{q_c \cdot q'}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \left[-\left(\frac{L}{2}\hat{x} - \frac{L}{2}\hat{y}\right)\right] = -k \frac{\sqrt{2}}{L^2} \cdot q_c q' (\hat{x} - \hat{y})$$

$$\vec{F}_d = k \frac{q_d \cdot q'}{\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)^{3/2}} \left[-\left(-\frac{L}{2}\hat{x} - \frac{L}{2}\hat{y}\right)\right] = k \frac{\sqrt{2}}{L^2} q_d \cdot q' (\hat{x} + \hat{y})$$

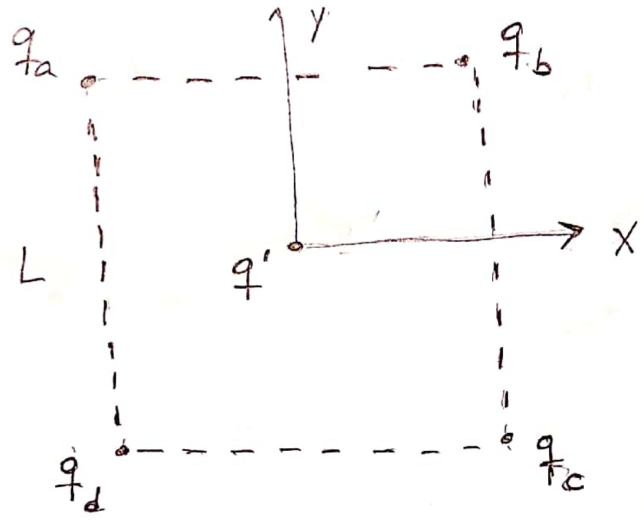
Superponga:

$$\Rightarrow \vec{F}_{q'} = \vec{F}_a + \vec{F}_b + \vec{F}_c + \vec{F}_d =$$

$$= k \frac{\sqrt{2}}{L^2} \cdot q' \left[(q_a - q_b - q_c + q_d)\hat{x} + (-q_a - q_b + q_c + q_d)\hat{y}\right]$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{q'} = k\frac{\sqrt{2}}{L^2}\, q'\left[(q_a - q_b - q_c + q_d)\hat{x} + (-q_a - q_b + q_c + q_d)\hat{y}\right]$$

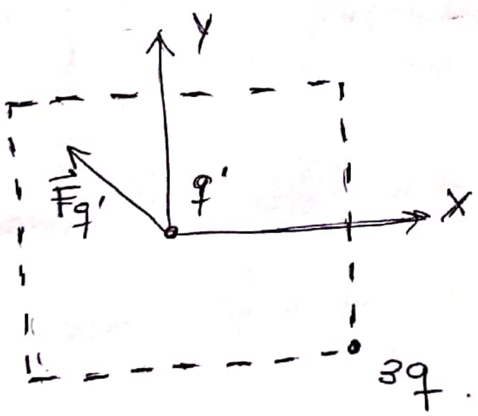
(D)



En el problema (2): $q_a = q$, $q_b = 2q$, $q_c = 4q$, $q_d = 2q$.

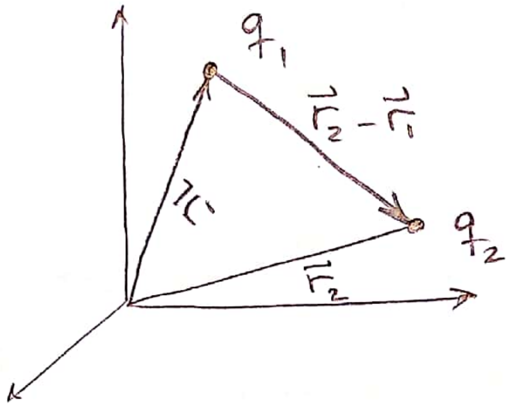
$$\Rightarrow \vec{F}_{q'} = k\frac{\sqrt{2}}{L^2}\, q'\left[-3q\,\hat{x} + 3q\,\hat{y}\right] = k\frac{\sqrt{2}}{L^2}\, 3q \cdot q'(-\hat{x} + \hat{y})$$

Es equivalente a:
(x superposición)



E

Campo electrostático



$$\vec{F}^{el}_{21} = \frac{k\, q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \equiv q_2\, \vec{E}_1(\vec{r}_2)$$

Con $\boxed{\vec{E}_1(\vec{r}) = \frac{k\, q_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^3}(\vec{r} - \vec{r}_1)}$

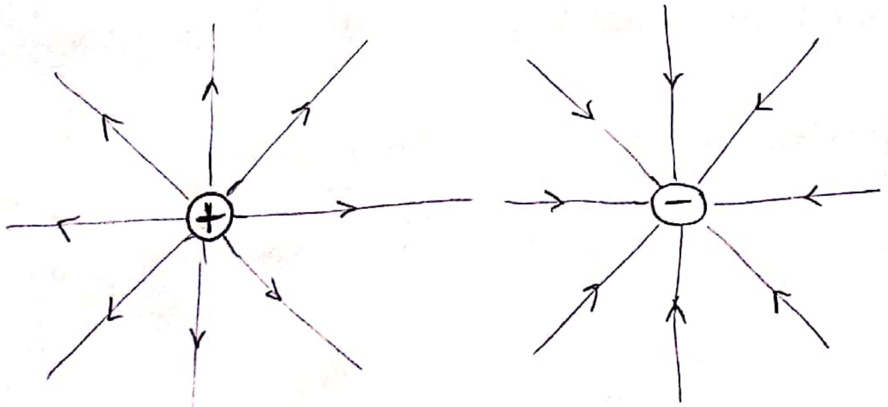
Campo eléctrico <u>en todo el espacio</u> generado por la carga q_1.

Nota 1 El ppio de superposición <u>vale</u> para campos:

$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \vec{E}_i(\vec{r})$ cuando tengo muchas cargas q_i.

Nota 2 Las líneas de campo son curvas <u>orientadas</u> cuyos vectores tangentes están determinados por el campo:

$\vec{r}(\lambda) \;/\; \frac{d\vec{r}}{d\lambda} = \vec{E}$.



Te dicen hacia adonde se va a acelerar una partícula de carga positiva.

Escaneado con CamScanner

Nota 3 Dividimos a las cargas en dos grupos: (F)

① Las que generan el campo.

② Las que "sienten" el campo (cargas de prueba)

La forma de pensarlo es la siguiente:

a) Tengo una distribución de cargas. q_i

b) Calculo el campo $\vec{E}$ que generan.

c) Introduzco cargas de prueba y evalúo cómo las afecta el campo.

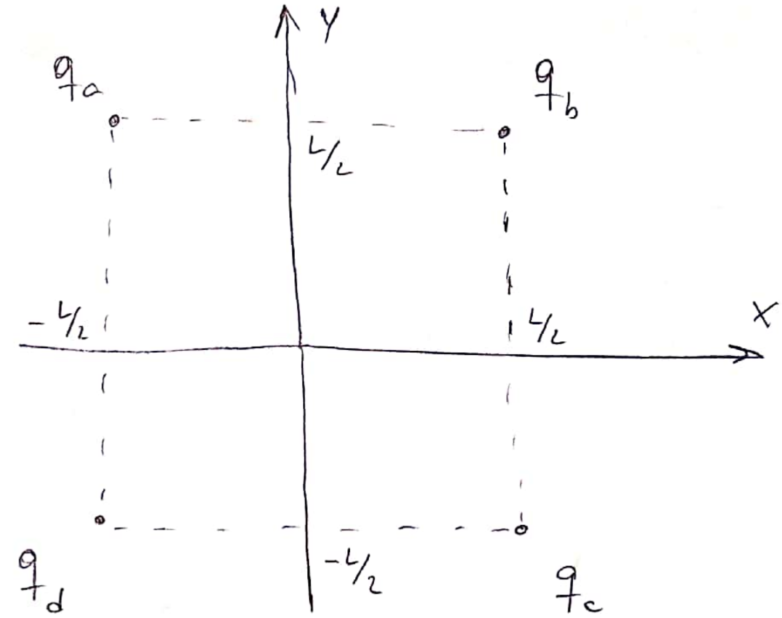
⊙ No calculo el campo generado por las cargas de prueba.

⊙ Supongo la aproximación de que la presencia de las cargas de prueba no afecta a la distribución de cargas que generan el campo.

Nota 4 ¿Porqué no hicimos esto con la fuerza gravitatoria?

Porque la fza gravitatoria de Newton es sólo una aproximación de la fuerza real. El campo gravitatorio se calcula usando las ecuaciones de Einstein.

Problema 3



Pide calcular el campo eléctrico sobre los ejes x e y:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i \frac{\kappa q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}(\vec{r}-\vec{r}_i)$$

Sobre el eje x: $\vec{r} = x\,\hat{x} \leftarrow (+\,y\,\hat{y}$ pero $y=0)$

La posición de las cargas es:

$$\begin{cases} \vec{r}_a = -\frac{L}{2}\hat{x} + \frac{L}{2}\hat{y} \\ \vec{r}_b = \frac{L}{2}\hat{x} + \frac{L}{2}\hat{y} \\ \vec{r}_c = \frac{L}{2}\hat{x} - \frac{L}{2}\hat{y} \\ \vec{r}_d = -\frac{L}{2}\hat{x} - \frac{L}{2}\hat{y} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{E}(x) = \frac{\kappa q_a}{\left[\left(x+\frac{L}{2}\right)^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]^{3/2}}\left[\left(x+\frac{L}{2}\right)\hat{x} - \frac{L}{2}\hat{y}\right]$$

$$+ \frac{\kappa q_b}{\left[\left(x-\frac{L}{2}\right)^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]^{3/2}}\left[\left(x-\frac{L}{2}\right)\hat{x} - \frac{L}{2}\hat{y}\right]$$

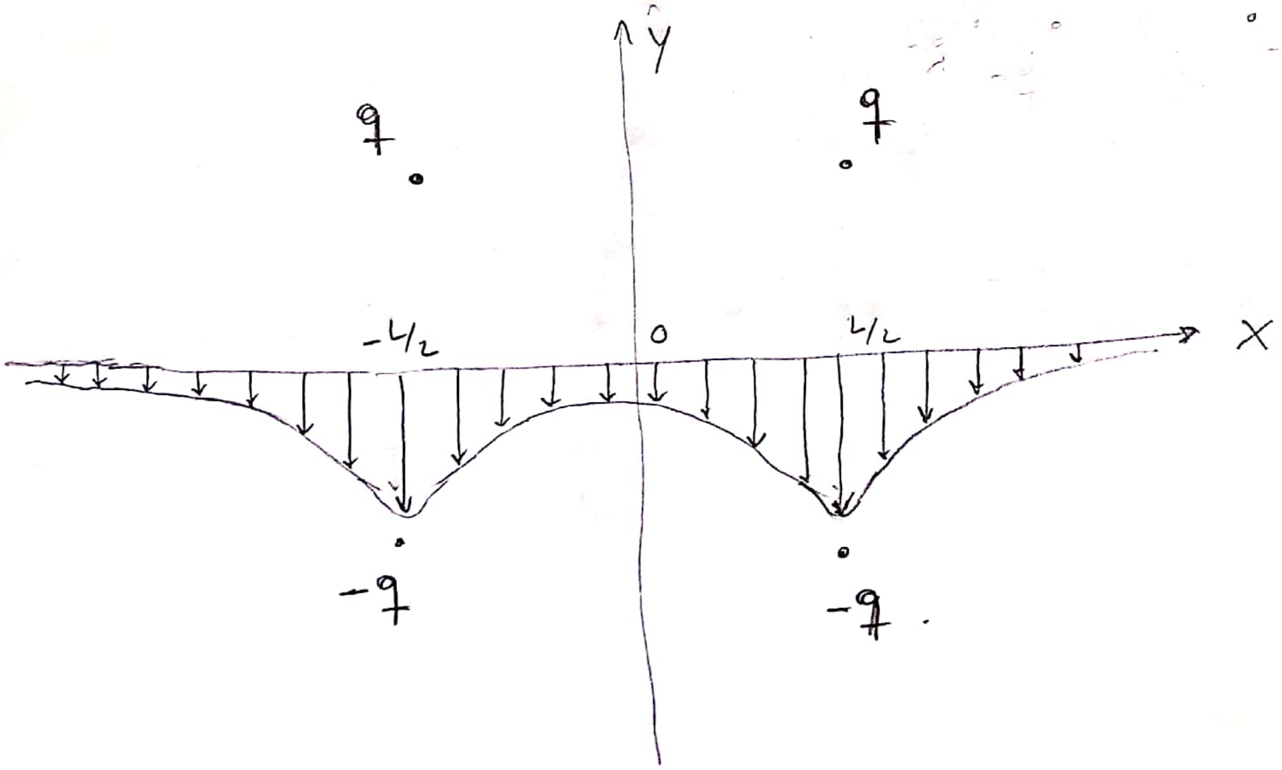
(H)

$$+\frac{k\,q_c}{\left[\left(x-\frac{L}{2}\right)^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]^{3/2}}\left[\left(x-\frac{L}{2}\right)\hat{x}+\frac{L}{2}\hat{y}\right]$$

$$+\frac{k\,q_d}{\left[\left(x+\frac{L}{2}\right)^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]^{3/2}}\left[\left(x+\frac{L}{2}\right)\hat{x}+\frac{L}{2}\hat{y}\right]$$

$\boxed{\text{Casos}}$ (1) $q_a = q_b = q$, $q_c = q_d = -q$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{k\,q\,L}{\left[\left(x+\frac{L}{2}\right)^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]^{3/2}}\hat{y} - \frac{k\,q\,L}{\left[\left(x-\frac{L}{2}\right)^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]^{3/2}}\hat{y}$$

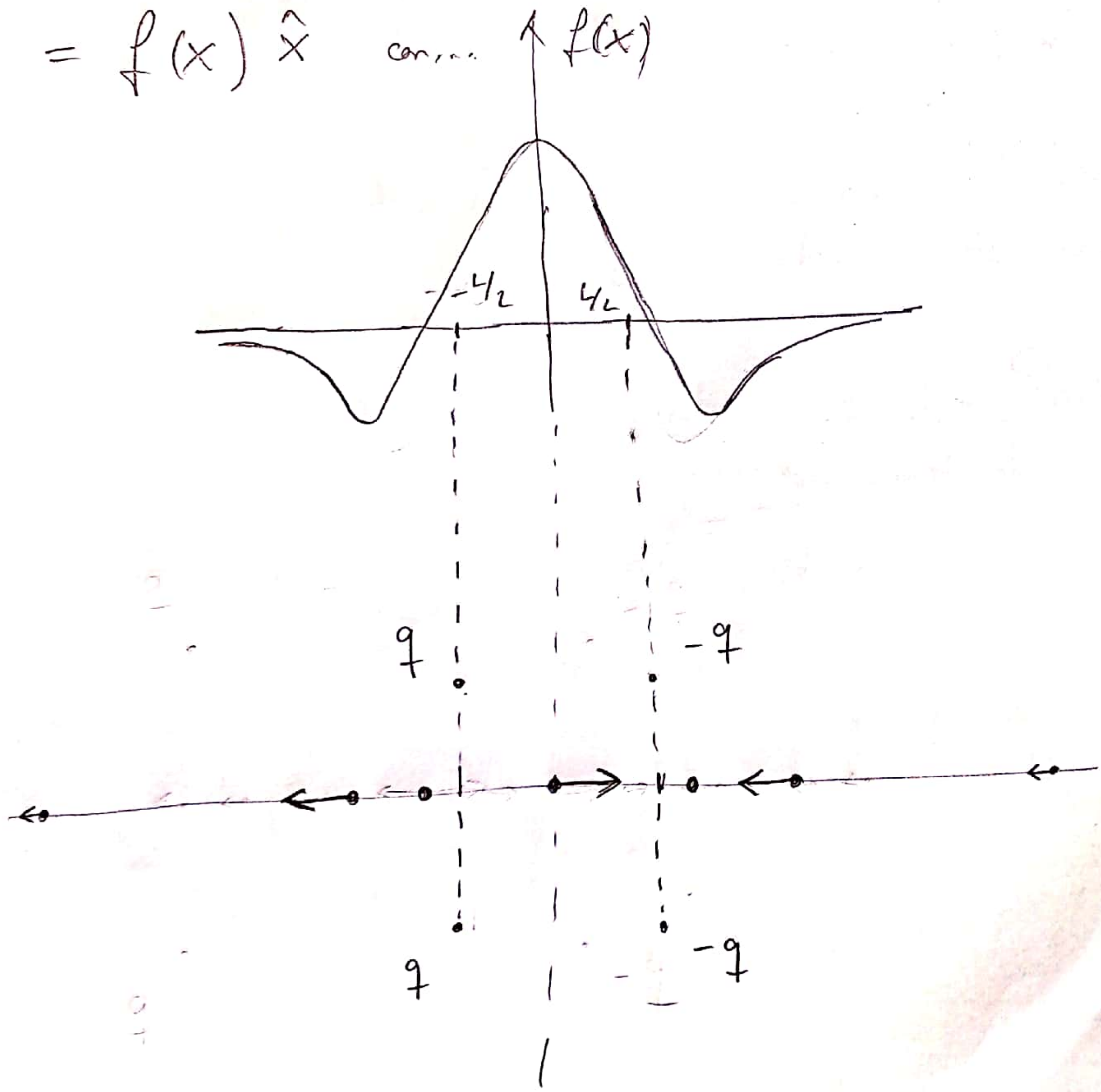


(I)

(2) $q_a = q_d = q$, $q_b = q_c = -q$

$$\vec{E} = \frac{2kq}{\left[\left(x+\frac{L}{2}\right)^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]^{3/2}}\left(x+\frac{L}{2}\right)\hat{x} - \frac{2kq}{\left[\left(x-\frac{L}{2}\right)^2+\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]^{3/2}}\left(x-\frac{L}{2}\right)\hat{x}$$

$= f(x)\,\hat{x}$ con, ...



Distribuciones continuas de carga:

Una configuración continua de cargas puede ser:

Lineal: $dq(\vec{r}\,') = \lambda(\vec{r}\,')\underbrace{dl'}_{\text{diferencial de línea.}}$ $\quad [\lambda] = C/m$

Superficial: $dq(\vec{r}\,') = \sigma(\vec{r}\,')\underbrace{dA'}_{\text{diferencial de superficie}}$ $\quad [\sigma] = C/m^2$

Volumétrico: $dq(\vec{r}\,') = \rho(\vec{r}\,')\underbrace{dV'}_{\text{diferencial de volumen}}$ $\quad [\rho] = C/m^3$

Cargas puntuales:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_i k \frac{q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}(\vec{r}-\vec{r}_i)$$

$\longrightarrow$

Distribución de carga:

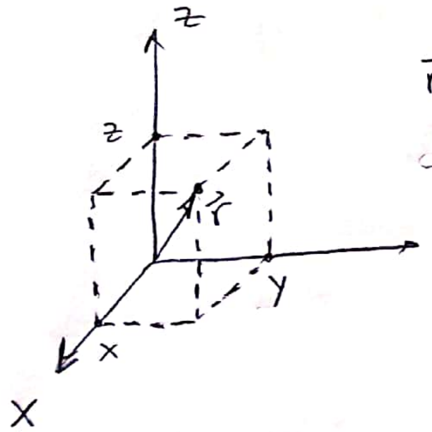
$$\vec{E}(\vec{r}) = \int \frac{k\, dq(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}(\vec{r}-\vec{r}\,')$$

Las coordenadas primadas $\vec{r}\,'$ recorren la distribución de carga y las no-primadas $\vec{r}$ se refieren al punto en el que quiera evaluar el campo.

Típicamente las distribuciones serán lineales, planas, cilíndricas, circulares, esféricas, etc...

⇒ Las coordenadas primadas conviene representarlas en sistemas de coordenadas afines a la geometría de la configuración.

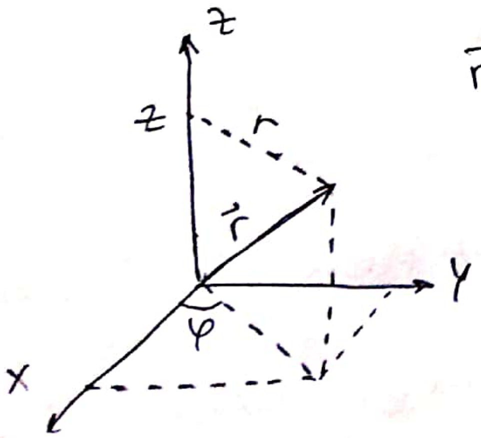
Cartesianas:



$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

$$\begin{cases} dl_x = dx \\ dl_y = dy \\ dl_z = dz \end{cases}$$

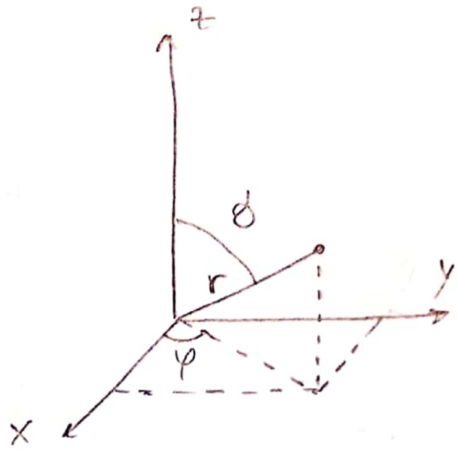
Cilíndricas:



$$\vec{r} = r\cos\varphi\,\hat{x} + r\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\hat{y} + z\hat{z}$$

$$\begin{cases} dl_r = dr \\ dl_\varphi = r\,d\varphi \\ dl_z = dz \end{cases}$$

Esféricas



$$\vec{r} = r \, \text{sen}\,\theta \cos\varphi \, \hat{x} + r \, \text{sen}\,\theta \, \text{sen}\,\varphi \, \hat{y} + r\cos\theta \, \hat{z}$$

$$\begin{cases} dl_r = dr \\ dl_\theta = r\, d\theta \\ dl_\varphi = r \, \text{sen}\,\theta \, d\varphi \end{cases}$$

Con esto puedo parametrizar configuraciones lineales.

Ej ① Un hilo en la dirección z:

cartesianas: $x = y = 0$, $dx = dy = 0$

$\vec{r} = z\hat{z}$, $dl = dl_z = dz$.

cilíndricas: $r = 0$, $dr = 0$

$\vec{r} = z\hat{z}$, $dl = dl_z = dz$

Ej ②: Un círculo de radio R sobre el plano x-y:

cilíndricas: $z = 0$, $r = R$, $dz = dr = 0$

$\vec{r} = R\cos\varphi \, \hat{x} + R \, \text{sen}\,\varphi \, \hat{y}$

$dl = dl_\varphi = R\, d\varphi$.

Esféricas: $\theta = \frac{\pi}{2}$, $r = R$, $d\theta = dr = 0$. (M)

$$\vec{r} = R\cos\varphi\,\hat{x} + R\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\hat{y}$$

$$dl = dl_\varphi = R\,d\varphi.$$

Ej (3): superficie cilíndrica de radio R.

Cilíndricas: $r = R$, $dr = 0$

$$\vec{r} = R\cos\varphi\,\hat{x} + R\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\hat{y} + z\,\hat{z}$$

$$dA = dl_\varphi \cdot dl_z = R\,d\varphi\,dz.$$

Ej (4): superficie esférica de radio R.

Esféricas: $r = R$, $dr = 0$.

$$\vec{r} = R\,\mathrm{sen}\,\theta\cos\varphi\,\hat{x} + R\,\mathrm{sen}\,\theta\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\hat{y} + R\cos\theta\,\hat{z}$$

$$dA = dl_\theta \cdot dl_\varphi = R\,\mathrm{sen}\,\theta\,d\theta\,d\varphi.$$

Ej (5): Cilindro volumétrico de radio R:

Cilíndricas: $\vec{r} = r\cos\varphi\,\hat{x} + r\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\hat{y} + z\,\hat{z}$

$$0 \le r \le R$$

$$dV = dl_r\,dl_\varphi\,dl_z = r\,dr\,d\varphi\,dz$$

Ej (6): Esfera volumétrica de radio R

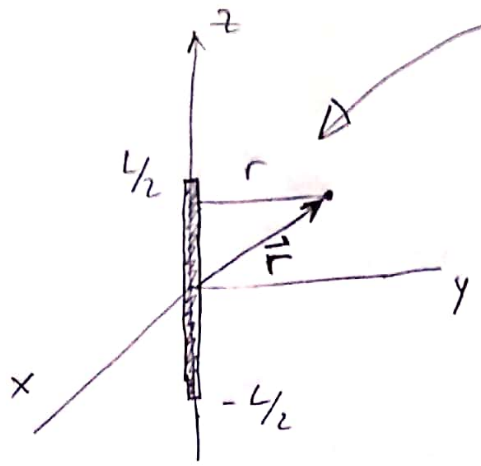
(N)

Esféricas: $\vec{r} = r \operatorname{sen}\theta \cos\varphi\, \hat{x} + r \operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\varphi\, \hat{y} + r\cos\theta\, \hat{z}$

con $0 \leq r \leq R$

$dV = dl_r\, dl_\theta\, dl_\varphi = r^2 \operatorname{sen}\theta\, dr\, d\theta\, d\varphi$.

Problema 6



Hilo de long L de carga Q

Pide campo en todo el espacio.

Conviene tomar coordenadas cilíndricas ! (simetría de rot $\hat{z}$)

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int \frac{k\, dq(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}(\vec{r}-\vec{r}\,').$$

Qué es cada cosa...

$$dq(\vec{r}\,') = \lambda(\vec{r}\,')\, dl' = \frac{Q}{L}\, dl_{z'} = \frac{Q}{L}\, dz'$$

$\vec{r}\,' = z'\,\hat{z}$ con $-\frac{L}{2} \leq z' \leq \frac{L}{2}$

$$\vec{r} = r\cos\varphi\,\hat{x} + r\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\hat{y} + z\,\hat{z}$$

pero, puedo fijar $\varphi = 0 \longrightarrow$ No pierdo generalidad !

y en este caso $\hat{x} = \hat{r}$

$$\Rightarrow \quad \vec{r} = r\,\hat{r} + z\,\hat{z}$$

$$\Rightarrow E(\vec{r}) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{KQ/L\, dz'\,\left(r\hat{r} + (z-z')\hat{z}\right)}{\left[r^2 + (z-z')^2\right]^{3/2}}$$

$$= \left(\frac{kQ}{L} r \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dz'}{\left[r^2+(z-z')^2\right]^{3/2}}\right)\hat{r}$$

$$+ \left(\frac{kQ}{L} r \int_{-L/2}^{L/2} \frac{(z-z')\,dz'}{\left[r^2+(z-z')^2\right]^{3/2}}\right)\hat{z}$$

$$= \frac{kQ}{L}\left[\frac{\left(\frac{L}{2}-z\right)}{r\sqrt{r^2+\left(\frac{L}{2}-z\right)^2}} + \frac{\left(\frac{L}{2}+z\right)}{r\sqrt{r^2+\left(\frac{L}{2}+z\right)^2}}\right]\hat{r}$$

$$+ k\frac{Q}{L}\left[\frac{1}{\sqrt{r^2+\left(\frac{L}{2}-z\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2+\left(\frac{L}{2}+z\right)^2}}\right]\hat{z}$$

Ejercicio: Tomar el límite $L \to 0$ y recuperar la expresión de campo para una carga puntual.

Límite $L \to \infty$ Uso $Q = \lambda \cdot L$. (P)

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(r) = \frac{2k\lambda}{r}\,\hat{r}}$$

Recordar este resultado!

<u>Ejercicio:</u> Plantear la integral del campo eléctrico en <u>todo</u> el espacio para las configuraciones de carga del problema 8.