Clase 20/7

A

Repaso rápido de la clase teórica:

En la interfase entre dos medios lineales y homogéneos

ε_1, μ_1 | s | $\varepsilon_2\ \mu_2$

$\vec{E}_1, \vec{B}_1$ | $\hat{n}$ | $\vec{E}_2, \vec{B}_2$

Los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ deben satisfacer condiciones de contorno:

$\boxed{\text{Indice de refracción } n = \sqrt{\varepsilon\mu}\ , \text{ velocidad de la luz en el medio } v = \frac{c}{n} = \frac{\omega}{k}}$

① $\boxed{\varepsilon_1 \vec{E}_1 \cdot \hat{n}\big|_s = \varepsilon_2 \vec{E}_2 \cdot \hat{n}\big|_s}$ ③ $\boxed{\vec{E}_1 \times \hat{n}\big|_s = \vec{E}_2 \times \hat{n}\big|_s}$

② $\boxed{\vec{B}_1 \cdot \hat{n}\big|_s = \vec{B}_2 \cdot \hat{n}\big|_s}$ ④ $\boxed{\frac{1}{\mu_1}\vec{B}_1 \times \hat{n}\big|_s = \frac{1}{\mu_2}\vec{B}_2 \times \hat{n}\big|_s}$

Ondas monocromáticas: $\vec{B} = \frac{1}{v}\hat{k} \times \vec{E}$

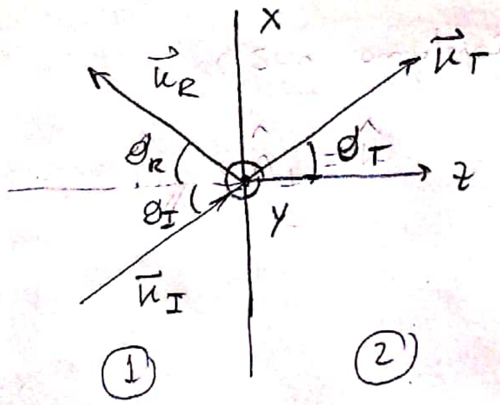
Estudiamos la incidencia de una onda (usamos notación compleja)

$$\vec{E}_I = \vec{E}_{0I}\, e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega_I t)}$$

$$\vec{E}_R = \vec{E}_{0R}\, e^{i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega_R t)}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_{0T}\, e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega_T t)}$$

$\vec{E}_{0i}$ es un vector complejo perpendicular a $\vec{k}_i$ $(\vec{E}_{0i} \cdot \vec{k}_i = 0)$



$$\vec{k}_I = k_I(\operatorname{sen}\theta_I\, \hat{x} + \cos\theta_I\, \hat{z})$$

$$\vec{k}_R = k_R(\operatorname{sen}\theta_R\, \hat{x} - \cos\theta_R\, \hat{z}) + k_{Ry}\,\hat{y}$$

$$\vec{k}_T = k_T(\operatorname{sen}\theta_T\, \hat{x} + \cos\theta_T\, \hat{z}) + k_{Ty}\,\hat{y}$$

(B)

$$\vec{B}_I = \frac{1}{v_1}(\hat{k}_I \times \vec{E}_{0I})\, e^{i(\vec{k}_I\cdot\vec{r}-\omega t)}$$

$$\vec{B}_R = \frac{1}{v_1}(\hat{u}_R \times \vec{E}_{0R})\, e^{i(\vec{k}_R\cdot\vec{r}-\omega t)}$$

$$\vec{B}_T = \frac{1}{v_2}(\hat{u}_T \times \vec{E}_{0T})\, e^{i(\vec{u}_T\cdot\vec{r}-\omega t)}$$

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_I + \vec{E}_R \quad , \quad \vec{E}_2 = \vec{E}_T$$

$$\vec{B}_1 = \vec{B}_I + \vec{B}_R \quad , \quad \vec{B}_2 = \vec{B}_T .$$

<u>Impongo condiciones de contorno</u>

① $\varepsilon_1 \vec{E}_1 \cdot \hat{z}\Big|_{z=0} = \varepsilon_2 \vec{E}_2 \cdot \hat{z}\Big|_{z=0}$

$$\Rightarrow \varepsilon_1 \vec{E}_{0I}\cdot\hat{z}\, e^{i\vec{u}_I\cdot\vec{r}(z=0)}\, e^{-i\omega_I t}$$

$$+ \varepsilon_1 \vec{E}_{0R}\cdot\hat{z}\, e^{i\vec{k}_R\cdot\vec{r}(z=0)}\, e^{-i\omega_R t}$$

$$- \varepsilon_2 \vec{E}_{0T}\cdot\hat{z}\, e^{i\vec{u}_T\cdot\vec{r}(z=0)}\, e^{-i\omega_T t} = 0$$

~~Como esto tiene que valer~~ $\forall t \Rightarrow \boxed{\omega_I = \omega_R = \omega_T = \omega}$

Como esto tiene que valer en toda la interfase

$$\boxed{\vec{K}_I\cdot\vec{r}\Big|_{z=0} = \vec{k}_R\cdot\vec{r}\Big|_{z=0} = \vec{u}_T\cdot\vec{r}\Big|_{z=0}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_I \operatorname{sen}\theta_I = k_R \operatorname{sen}\theta_R = k_T \operatorname{sen}\theta_T \\ k_{R_y} = k_{T_y} = k_{I_z} \equiv 0 \end{cases} \longrightarrow \boxed{\text{todo sucede en el plano de incidencia } (\hat{k}_I, \hat{n})}$$

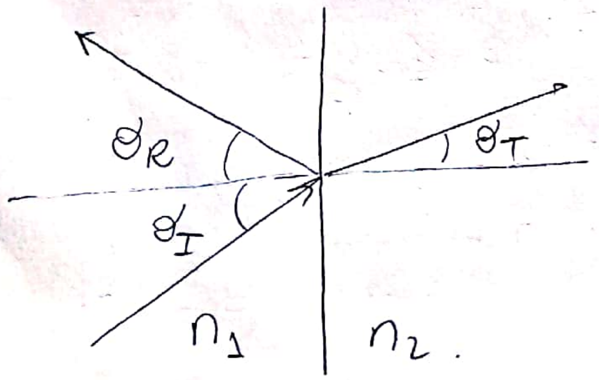
Con $k_i = \dfrac{n_i w_i}{c}$ $\Rightarrow \begin{cases} k_I = n_1 \dfrac{w}{c} \\ k_R = n_1 \dfrac{w}{c} \\ k_T = n_2 \dfrac{w}{c} \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\theta_I = \theta_R}$ (Ley de reflexión)

$\boxed{n_1 \operatorname{sen}\theta_I = n_2 \operatorname{sen}\theta_2}$

(Ley de snell)

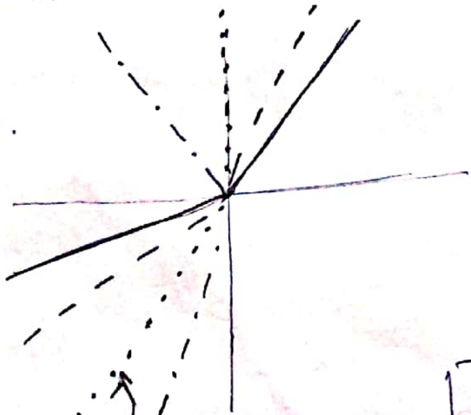
El resto de las condiciones de contorno me llevan a la misma conclusión.

$\boxed{\text{Hasta acá no suponemos ninguna polarización}}$



De la ley de snell. $n_1 \operatorname{sen}\theta_I = n_2 \operatorname{sen}\theta_T$, si $\boxed{n_1 > n_2}$

$\Rightarrow \theta_I < \theta_T$.



A medida que θ_I crece

$\Rightarrow \theta_T$ crece.

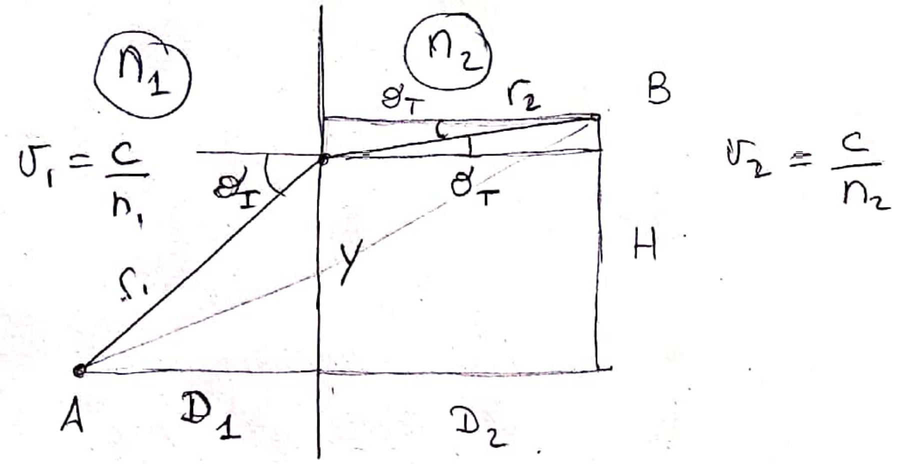
Reflexión total interna

$$\boxed{\theta_{I_c} = \operatorname{arc\,sen}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)}$$

La situación esta ocurre cuando

Principio de Fermat: o "de tiempo mínimo":

La luz realiza el recorrido que minimiza el tiempo en ir de un punto a otro.



$$T = \frac{r_1}{v_1} + \frac{r_2}{v_2}, \quad r_1 = \sqrt{D_1^2 + y^2}$$

$$r_2 = \sqrt{D_2^2 + (H-y)^2}$$

$$\Rightarrow T(y) = \frac{1}{v_1}\sqrt{D_1^2 + y^2} + \frac{1}{v_2}\sqrt{D_2^2 + (H-y)^2}$$

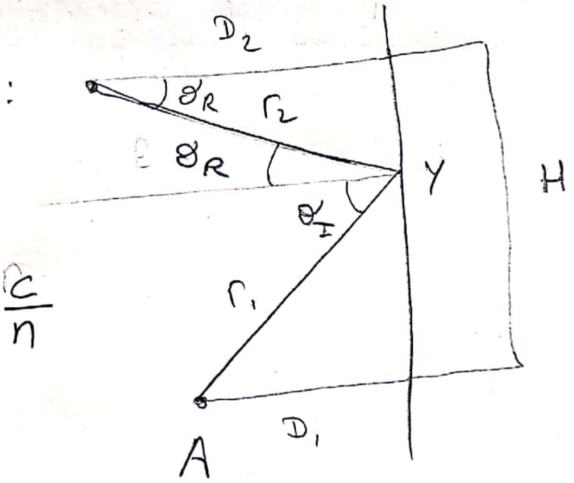
Busco minimizar $T(y)$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{v_1}\frac{2y}{2\sqrt{D_1^2+y^2}} - \frac{1}{v_2}\frac{2(H-y)}{2\sqrt{D_2^2+(H-y)^2}} = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{1}{v_1}}_{\frac{n_1}{c}} \underbrace{\frac{y}{r_1}}_{\text{sen}\,\theta_I} - \underbrace{\frac{1}{v_2}}_{\frac{n_2}{c}} \underbrace{\frac{(H-y)}{r_2}}_{\text{sen}\,\theta_T} = 0 \Rightarrow \boxed{n_1 \,\text{sen}\,\theta_I = n_2 \,\text{sen}\,\theta_T}$$

Ley de Snell.

La situación reflejada :



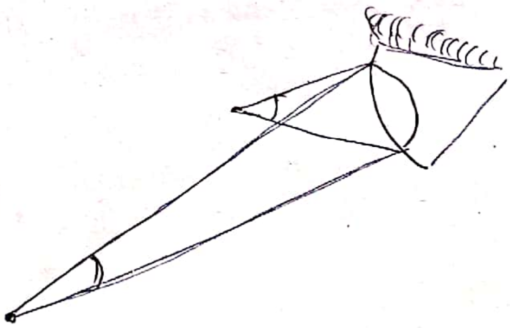
$v = \frac{c}{n}$

$$T(Y) = \frac{1}{v}\sqrt{D_1^2+Y^2} + \frac{1}{v}\sqrt{D_2^2+(H-Y)^2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{v}\frac{Y}{r_1} - \frac{1}{v}\frac{(H-Y)}{r_2} = \frac{1}{v}\operatorname{sen}\theta_I - \frac{1}{v}\operatorname{sen}\theta_R \Rightarrow \boxed{\theta_I=\theta_R}$$

Ley de reflexión.

El ojo percibe un punto fisica como el punto de intersección de rayos de luz ;

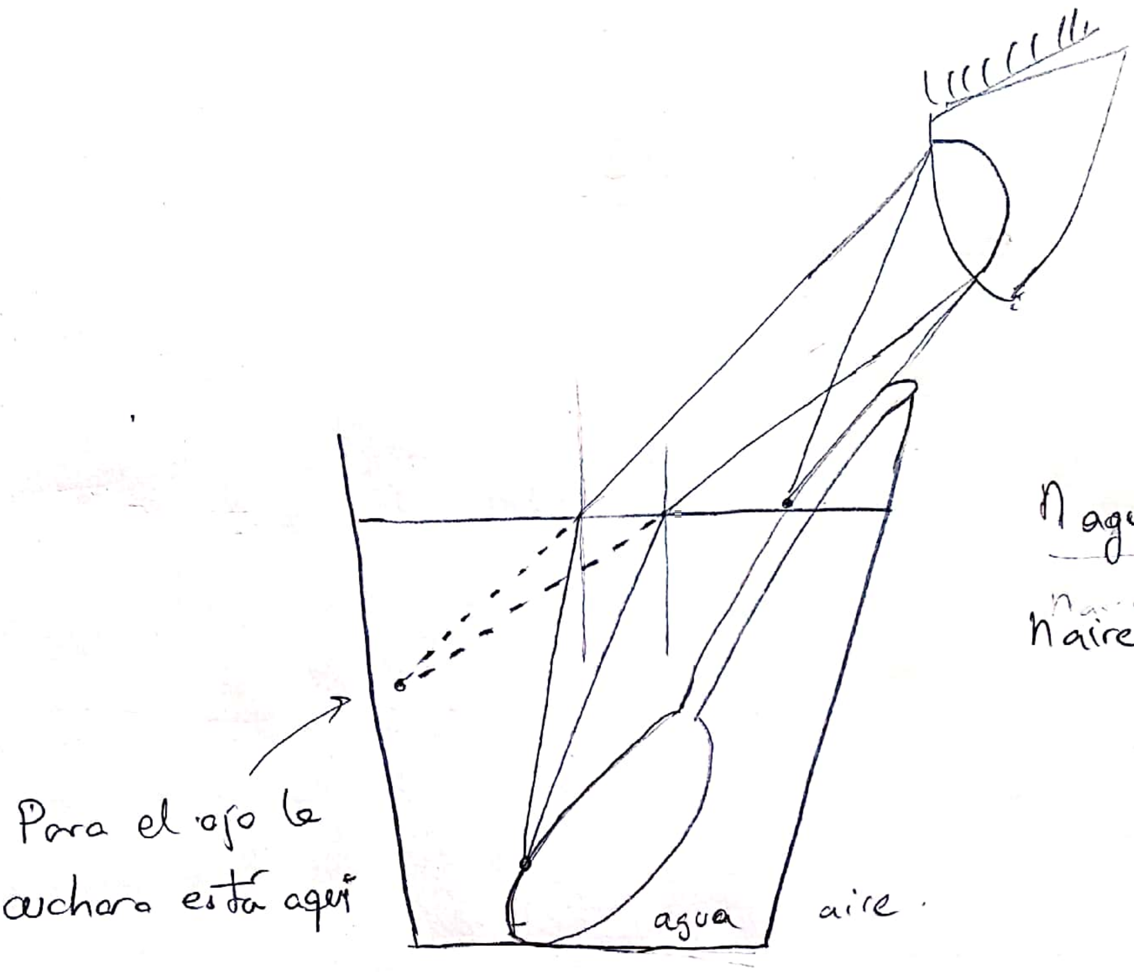


A partir del ángulo "calcula" la distancia.

A partir de la dirección de llegada del rayo calcula la ubicación.

La cuchara "torcido" en un vaso de agua.

F

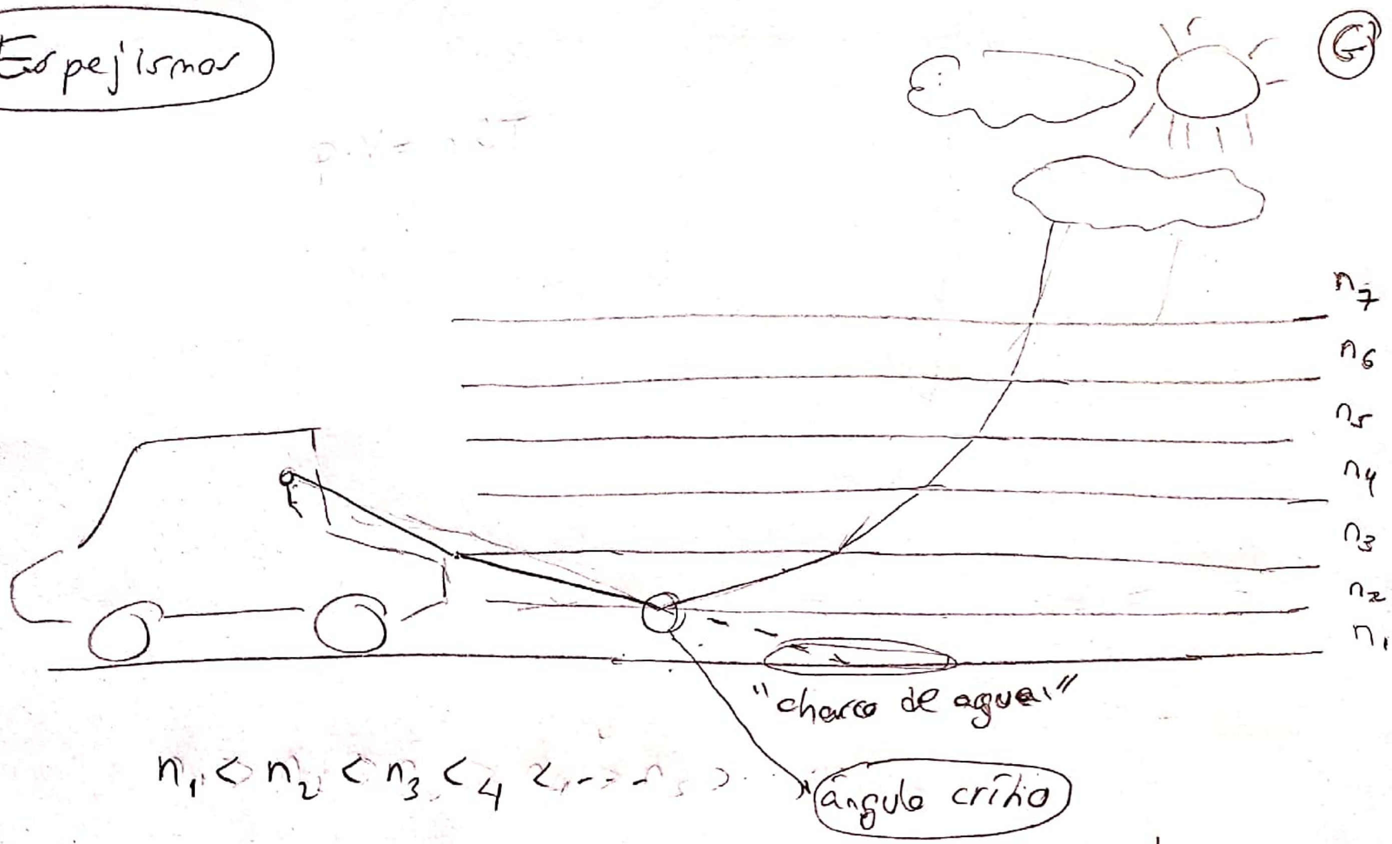


$n_{agua} \simeq 1,5$

$n_{aire} \simeq 1$

La luz ~~trata~~ de hacer el menor recorrido posible en el agua porque $v_{agua} = \frac{c}{n_{agua}} < \frac{c}{n_{aire}} = v_{aire}$.

Espejismos



$n_1 < n_2 < n_3 < _4 < \ldots$

A alta temperatura, cerca de una superficie caliente, el aire es menos denso y su índice de refracción es más pequeño.

¿Es compatible la ley de Snell con el funcionamiento de un prisma?

Ayuda: Notar que $v = \frac{c}{n} = \frac{\omega}{K}$