

1. Considere un sistema de spin 1 (con un espacio de estados de dimensión 3) y los siguientes operadores

$$L_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, L_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, L_z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Verifique que los autovalores del operador L_j ($j = x, y, z$) son $m_k = 1, 0, -1$ (en unidades de \hbar). Diga cuales son los correspondientes autovectores. Demuestre que estos operadores satisfacen las relaciones de conmutación $[L_j, L_k] = i\hbar\epsilon_{jkl}L_l$. Diga si todos o alguno de estos operadores forman un CCOC.
- b) Suponga que tiene a su disposición tres tipos de aparatos de Stern Gerlach que separan un haz entrante en tres haces cada uno correspondiendo a los autovalores de $m_x, m_y, y m_z$. Discuta como utilizar estos aparatos para medir L_x, L_y o L_z .
- c) Suponga que prepara un estado con $m_x = 0$ y mide L_z , cuales son los valores posibles y cuales son sus probabilidades. Qué sucede si a continuación mide L_x nuevamente? (cuales son los resultados posibles y cuales sus probabilidades).
2. Considere el mismo sistema que en el problema anterior y calcule los operadores L_x^2, L_y^2 y L_z^2 .
- a) Diga cuales son sus autovalores y autovectores. Demuestre que estos operadores forman un CCOC. Cuál es la base común de autovectores?
- b) Suponga que prepara un estado con $m_x = 0$ y mide L_z^2 . Cuales son los valores posibles y sus probabilidades? Que sucede si el estado inicial es tal que $m_y = 0$? y si es $m_z = 1$?
- c) Discuta cómo se puede hacer para medir simultaneamente los tres operadores L_x^2, L_y^2 y L_z^2 . Diseñe un instrumento que mida estos operadores usando los aparatos de Stern Gerlach que separan el haz de acuerdo a los valores de L_j (recuerde que el proceso de separación de un haz en tres, que es efectuado aplicando un campo magnético apropiado, puede ser revertido totalmente).