

# TEMAS DE FÍSICA PARA MATEMÁTICOS

1er. cuatrimestre 2013

## 3 - MECÁNICA

### Problema 1:

Indicar, justificando, las componentes del impulso  $\mathbf{p}$  y del impulso angular  $\mathbf{M}$  que se conservan en el movimiento de una partícula en los siguientes casos:

- a) Campo de un plano homogéneo.
- b) Campo debido a dos cuerpos puntuales.
- c) Campo de un semiplano homogéneo.
- d) Campo debido a un cono homogéneo.

### Problema 2:

Una partícula de masa  $m$  y velocidad inicial  $\mathbf{v}_1$  pasa de un semiespacio en que su energía potencial es igual a  $U_1$  y entra en otro en el cual su energía potencial es igual a  $U_2$ . Determinar el cambio en la dirección del movimiento de la partícula.

### Problema 3:

La energía potencial de un cuerpo de masa  $m$  que realiza un movimiento unidimensional está dada por una función  $U(x)$  que tiene un único mínimo en el punto  $x_0$ . El cuerpo tiene una energía inicial  $E$  tal que  $E = U(x_1) = U(x_2)$ , con  $x_1 < x_0 < x_2$ . Encontrar una expresión para el período del movimiento del cuerpo. Considérese por separado el caso particular en que  $U(x) = \alpha(x - x_0)^2$ , con  $\alpha > 0$ .

### Problema 4:

Encontrar una expresión para el período de las oscilaciones de un péndulo plano en el campo gravitatorio terrestre, en función de su amplitud descrita por el ángulo máximo  $\phi_0$ . Mostrar explícitamente que para  $\phi_0 \ll 1$  el período no depende de la amplitud.

### Problema 5:

Escribir la lagrangiana para un péndulo plano cuyo punto de suspensión se desplaza uniformemente, con una frecuencia  $f$ , sobre una circunferencia vertical de radio  $R$ .

### Problema 6:

a) Considerése un sistema formado por una partícula de masa  $m_1$  y otra de masa  $m_2$ . Reducir el problema al del movimiento de un único cuerpo. Ayuda: elegir un sistema de referencia tal que el origen coincida con el centro de masa del sistema de los dos cuerpos.

b) Considerése un sistema formado por una partícula de masa  $M$  y  $n$  partículas de masa  $m$ . Reducir el problema al del movimiento de las  $n$  partículas, escribiendo la lagrangiana del sistema en forma análoga a lo hecho en el problema de dos cuerpos.

**Problema 7:**

Encontrar la trayectoria de una partícula de masa  $m$  en un potencial central de la forma  $U = \frac{1}{2}kr^2$ , con  $k > 0$ .

**Problema 8:**

En el caso de una partícula en un campo central, la existencia de un “potencial centrífugo” que diverge cuando  $r \rightarrow 0$  conduce a que no sea siempre posible alcanzar el centro. Mostrar cuáles son las condiciones sobre el potencial  $U(r)$  tales que se pueda alcanzar el centro.

**Problema 9:**

Integrar las ecuaciones de movimiento de una partícula en un campo central cuyo potencial es  $U = -\alpha/r$ , con  $\alpha > 0$ . Discutir sobre las posibles órbitas del movimiento. Ayuda: puede ser útil analizar el potencial efectivo.

**Problema 10:**

Integrar las ecuaciones de movimiento de una partícula en un campo central cuyo potencial es  $U = -\alpha/r^2$ , con  $\alpha$  positivo. Analizar los casos

$$E > 0, \quad l^2/2m > \alpha$$

$$E > 0, \quad l^2/2m < \alpha$$

$$E < 0, \quad l^2/2m < \alpha$$

y mostrar que en los dos últimos la partícula alcanza el centro en un tiempo finito; calcular ese tiempo.

**Problema 11:**

Así como se demuestra la relación  $t'/t = (l'/l)^{1-k/2}$  (donde  $k$  es el grado de homogeneidad de la energía potencial) entre los tiempos y las distancias de trayectorias

semejantes, encontrar las relaciones análogas para las velocidades, las energías y los impulsos angulares en relación con las distancias.