TEMAS DE FÍSICA PARA MATEMÁTICOS

1er. cuatrimestre 2013

5 - Ley de Faraday y ecuaciones de Maxwell

Problema 1:

Un conductor de cobre de $2\,mm^2$ de sección tiene una longitud de $5\,m$. Sabiendo que la resistividad del cobre vale $\eta_{Cu} = 1,7 \times 10^{-8}\,\Omega m$ y que por el mismo circula una corriente de $10\,A$, calcular:

a) La resistencia del conductor.

b) La potencia disipada en el mismo.

c) La densidad de corriente, suponiendo que es uniforme.

d) La diferencia de potencial entre los extremos del conductor.

Problema 2:

Dados dos conductores cuyas resistencias valen R_1 y R_2, obtener:

a) La resistencia total y la corriente que circula por cada uno de ellos si se los conecta en serie a una batería cuya diferencia de potencial vale V.

b) Ídem parte a) pero conectados en paralelo.

Problema 3:

Se tiene dos resistencias conectadas en paralelo $R_1 = R_2 = 2\,\Omega$, que a su vez están en serie con una resistencia $R_3 = 3\,\Omega$ y a una batería cuya diferencia de potencial es $V = 12\,V$. Calcular la corriente que circula por cada una de las resistencias y la potencia total disipada en el circuito.

Problema 4:

Calcular el flujo magnético en el interior de un solenoide de longitud L y radio a, con N vueltas uniformemente arrolladas y por el cual circula una corriente I, suponiendo que la longitud del mismo es mucho mayor que su radio y que en su interior hay aire.

Problema 5:

Por un enrollado toroidal, con N vueltas de cable distribuidas en forma uniforme alrededor de un núcleo de un material con permeabilidad μ, circula una corriente I. Sabiendo que la longitud media es l_0 y que el radio es a, calcular el flujo magnético en el interior del mismo.

Problema 6:

Una espira cuadrada de lado l contenida en el plano xy se mueve con velocidad constante $\mathbf{v}_0 = v_0\hat{y}$ en un campo magnético **no** uniforme (pero constante en el tiempo) $\mathbf{B} = \beta y\hat{z}$.

a) Calcular la integral de la fuerza magnética por unidad de carga a lo largo de la espira. ¿Cómo se explica el resultado si la fuerza magnética no realiza trabajo?

b) Calcular la derivada temporal del flujo magnético externo a través de la espira, y comparar con el resultado de a). Puede considerarse un desplazamiento infinitesimal para evitar integrar.

c) Si la resistencia de la espira es R, determinar la corriente que circulará y verificar que el flujo que resulta de ella (flujo propio) se opone a la variación del flujo externo.

Problema 7:

Una espira de área $S = 0,01\,m^2$ rota con una frecuencia constante $f = 100\,Hz$ en una región donde hay un campo magnético uniforme y constante $\mathbf{B}_0$ de intensidad $0,05$ Tesla perpendicular a su eje de rotación.

a) Calcular la *fuerza electromotriz* inducida por el campo $\mathbf{B}_0$ y la corriente que circula por el circuito cuando la espira se cierra con una resistencia $R = 50\,\Omega$ (despreciar el flujo propio).

b) Calcular la potencia (energía por unidad de tiempo) disipada en la resistencia. ¿De dónde sale esa energía, si el campo magnético no realiza trabajo? Ayuda: calcular el torque externo necesario para mantener a la espira girando uniformemente, y la potencia correspondiente a ese torque. ¿"Quién" entrega esa energía en una usina hidroeléctrica?

c) (motor – para pensar en casa) Ahora se hace circular una corriente constante i por la espira; calcular el torque del campo $\mathbf{B}_0$ en función del ángulo girado; verificar que el trabajo realizado por $\mathbf{B}_0$ a lo largo de una vuelta es nulo. ¿Cómo puede diseñarse la conexión de la espira a los cables de alimentación para lograr que dicho trabajo no sea cero? Ayuda: desarmar un motor de algún juguete a pilas y estudiar el mecanismo colector–escobillas.

Problema 8:

Una espira cuadrada de lado L se encuentra ubicada a una distancia D de un cable recto infinito, de modo tal que dos lados son paralelos al mismo. Por el cable circula una corriente $I(t) = I_0 e^{-\alpha t}$, con $\alpha > 0$ constante. Si la resistencia de la espira vale R, calcular la corriente inducida en la misma como función del tiempo (despreciar el flujo propio).

Problema 9:

Una varilla conductora de longitud L se desplaza con velocidad constante $\mathbf{v} = v_0\hat{\mathbf{x}}$ sobre dos rieles conductores rectos y paralelos al eje x. El sistema se encuentra en una región donde hay presente un campo magnético no uniforme ortogonal a los rieles: $\mathbf{B} = \alpha x\hat{\mathbf{z}}$, donde α es una constante positiva. Suponiendo que se cierra el circuito en $x = 0$ por medio de un conductor recto cuya resistencia vale R y que la resistencia de los rieles y la varilla son despreciables, calcular la corriente inducida y la potencia disipada como funciones del tiempo.

Problema 10:

Se tienen dos solenoides coaxiales. El interno es lo bastante largo para considerarlo infinito, tiene n vueltas por unidad de longitud y su radio es r_A. El externo tiene un radio $r_B > r_A$ y altura despreciable, y un total de N vueltas; su resistencia es R. En $t = 0$ la corriente del solenoide interno comienza a aumentar linealmente desde i_0 hasta alcanzar i_1 en $t = t_1$, para luego permanecer constante.

a) Escribir la ecuación diferencial para la corriente que circula en el solenoide externo para $0 < t < t_1$ y para $t > t_1$.

b) Calcular la corriente inducida en el solenoide externo y graficarla en función del tiempo.

Despreciar el campo magnético del solenoide exterior.

Problema 11:

¿Podrá existir un campo eléctrico homogéneo existiendo un campo magnético variable en el tiempo?

Problema 12:

¿Podrá existir un campo eléctrico homogéneo que sea variable en el tiempo?

Problema 13:

Considérese un solenoide infinito, de radio R, por el que circula una corriente que varía linealmente con el tiempo: $I = I_0 + \alpha t$. En su interior se ubica un tubo recto delgado (no conductor) por el que puede deslizar, con rozamiento despreciable, una esfera de carga Q. El tubo se encuentra ubicado en forma perpendicular al eje del solenoide, pero no pasa por el mismo, sino a una distancia $D < R$.

a) Encontrar el campo eléctrico en el interior del solenoide,

b) Escribir la ecuación de movimiento para la esfera, y resolverla.

Problema 14: Escribir las ecuaciones de Maxwell en vacío suponiendo que la densidad de carga eléctrica vale ρ_e y la densidad de corriente eléctrica es $\mathbf{J}_e$. Reescribirlas en el supuesto que pudiesen existir también *cargas magnéticas*, con una densidad ρ_m y una densidad de corriente $\mathbf{J}_m$.

Problema 15:

Las leyes de Coulomb, Biot y Savart, y de Lorentz pueden escribirse en la forma

$$\mathbf{E} = k_1 \frac{q(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}, \qquad \mathbf{B} = k_2 \int \frac{I d\mathbf{l}' \times (\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}, \qquad \mathbf{F} = q(\mathbf{E} + k_3 \mathbf{v} \times \mathbf{B}),$$

respectivamente. En el sistema internacional (SI), cuyas unidades básicas son el metro, el segundo, el kilogramo y el ampere (o el coulomb), las constantes valen $k_1 = 1/(4\pi\epsilon_0)$, $k_2 = \mu_0/(4\pi)$ y $k_3 = 1$. El sistema gaussiano utiliza como unidades las del sistema cgs (centímetro, gramo y segundo) y se puede definir a partir de pedir que las constantes valgan $k_1 = 1$, $k_2 = 1/c$ y $k_3 = 1/c$ (donde c es el valor de la velocidad de la luz en el vacío). En este sistema, ni la unidad de carga (statcoulomb), ni la de corriente (statampere) son fundamentales.

a) Obtener las expresiones correspondientes al statcoulomb, al statampere y al statvolt (potencial) en el sistema gaussiano.

b) Escribir las ecuaciones de Maxwell en vacío en el sistema gaussiano.

Ayuda: $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$.