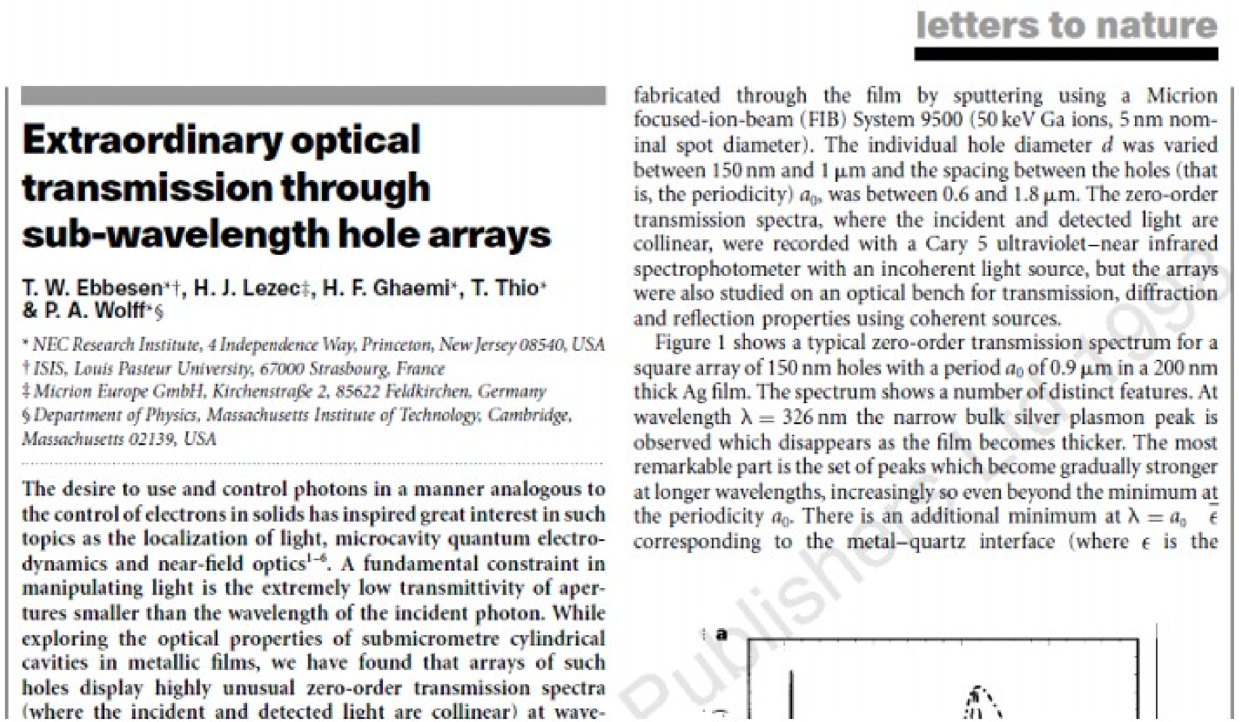
# SURFACE PLASMON POLARITONS

- Introducción.
- Ecuaciones de Maxwell y propagación de ondas electromagnéticas.
- La función dieléctrica del gas de electrones libres.
- La dispersión del gas de electrones libres y los plasmones de volumen.
- Metales reales y transiciones entre bandas.
- La ecuación de onda.
- Surface Plasmon Polaritons en una única interfaz.
- Conclusiones.
- Aplicaciones.

# Introducción

- 1998: publicación de un artículo en Nature por el grupo de Thomas Ebbesen ( http://www-isis.u-strasbg.fr/en/nano/start).



letters to nature

## Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays

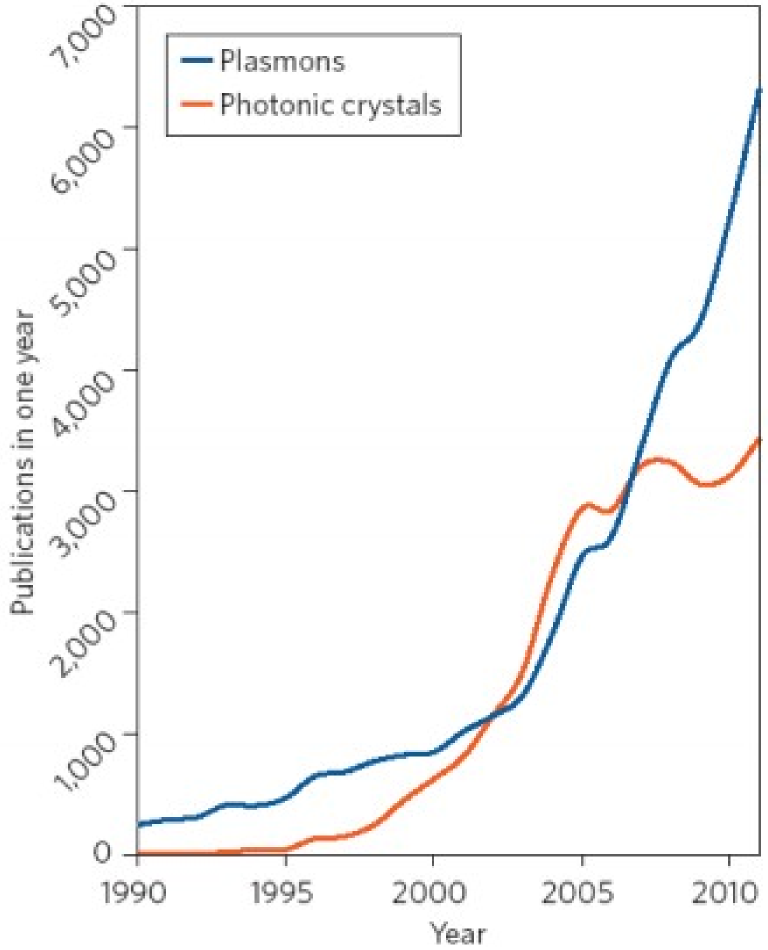
T. W. Ebbesen*†, H. J. Lezec‡, H. F. Ghaemi*, T. Thio* & P. A. Wolff*§

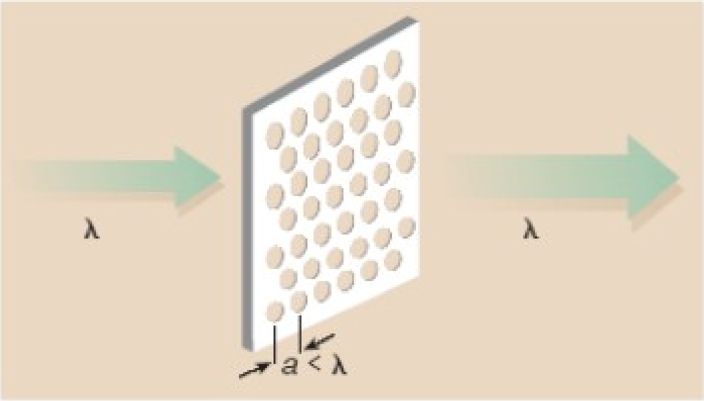
* *NEC Research Institute, 4 Independence Way, Princeton, New Jersey 08540, USA*
† *ISIS, Louis Pasteur University, 67000 Strasbourg, France*
‡ *Micrion Europe GmbH, Kirchenstraße 2, 85622 Feldkirchen, Germany*
§ *Department of Physics, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts 02139, USA*

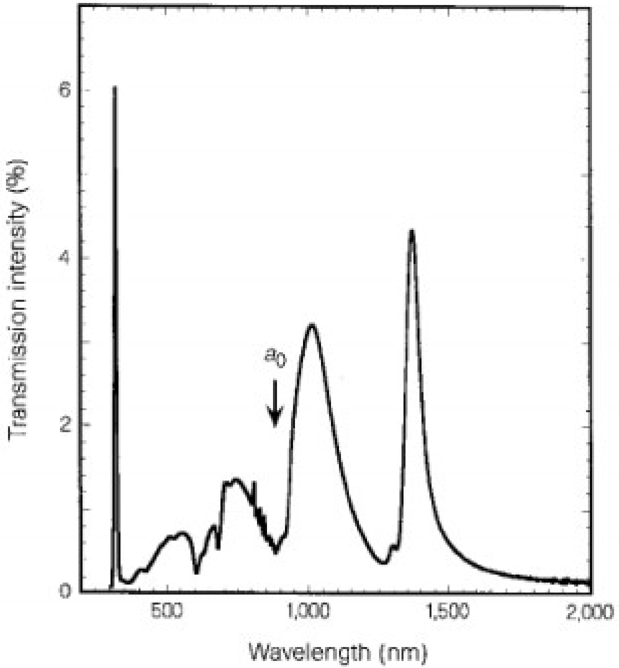
The desire to use and control photons in a manner analogous to the control of electrons in solids has inspired great interest in such topics as the localization of light, microcavity quantum electrodynamics and near-field optics[1–6]. A fundamental constraint in manipulating light is the extremely low transmittivity of apertures smaller than the wavelength of the incident photon. While exploring the optical properties of submicrometre cylindrical cavities in metallic films, we have found that arrays of such holes display highly unusual zero-order transmission spectra (where the incident and detected light are collinear) at wave-

fabricated through the film by sputtering using a Micrion focused-ion-beam (FIB) System 9500 (50 keV Ga ions, 5 nm nominal spot diameter). The individual hole diameter $d$ was varied between 150 nm and 1 µm and the spacing between the holes (that is, the periodicity) $a_0$, was between 0.6 and 1.8 µm. The zero-order transmission spectra, where the incident and detected light are collinear, were recorded with a Cary 5 ultraviolet–near infrared spectrophotometer with an incoherent light source, but the arrays were also studied on an optical bench for transmission, diffraction and reflection properties using coherent sources.

Figure 1 shows a typical zero-order transmission spectrum for a square array of 150 nm holes with a period $a_0$ of 0.9 µm in a 200 nm thick Ag film. The spectrum shows a number of distinct features. At wavelength $\lambda = 326$ nm the narrow bulk silver plasmon peak is observed which disappears as the film becomes thicker. The most remarkable part is the set of peaks which become gradually stronger at longer wavelengths, increasingly so even beyond the minimum at the periodicity $a_0$. There is an additional minimum at $\lambda = a_0\sqrt{\epsilon}$ corresponding to the metal–quartz interface (where $\epsilon$ is the






Ag array ($a_0$ = 0.9μm, *d* = 150 nm, *t* = 200 nm).

- Experimento: Se midió la transmisión de luz a través de un array cuadrado (periodo a0) de agujeros circulares (diámetro d) en un film de plata de 200 nm.
- Para ciertas longitudes de onda >> d se observaba una transmisión normalizada al área de las aperturas >> 1 -> Transmisión óptica extraordinaria (EOT).
- Explicación: efecto de los plasmones superficiales en las interfaces.
- Este trabajo significó el arranque del campo de la Plasmónica = Plasmones + Fotónica
- Multitud de aplicaciones: sensores, conmutadores, láseres, fotovoltaica.

# ELECTROMAGNETISMO DE METALES

Ecuaciones de Maxwell y onda electromagnética propagante

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{\mathrm{ext}} \tag{1.1a}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{1.1b}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{1.1c}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\mathbf{ext}} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \tag{1.1d}$$

$$\rho_{\mathrm{tot}} = \rho_{\mathrm{ext}} + \rho \qquad\qquad \mathbf{J}_{\mathbf{tot}} = \mathbf{J}_{\mathbf{ext}} + \mathbf{J}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1.2a) \longrightarrow \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{\text{ext}} \quad (1.1a) \longrightarrow \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_{\text{tot}}}{\varepsilon_0} \quad (1.4)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{M}, \longrightarrow$$ Medios no magnéticos -> se desprecia **M**

$$\left.\begin{array}{l} \nabla \cdot \mathbf{P} = -\rho \\ \nabla \cdot \mathbf{J} = -\partial \rho / \partial t \end{array}\right\} \quad \mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (1.3)$$

Limitamos a medios no magnéticos, lineales e isotrópicos

$$\left\{\begin{array}{ll} \mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E} & (1.5a) \\ \mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}. & (1.5b) \end{array}\right.$$

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} \quad (1.6) \longrightarrow \varepsilon = 1 + \chi.$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.7)$$

Relación entre $\varepsilon$ $\sigma$

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \int dt' d\mathbf{r}' \varepsilon(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t')\mathbf{E}(\mathbf{r}', t') \tag{1.8a}$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \int dt' d\mathbf{r}' \sigma(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t')\mathbf{E}(\mathbf{r}', t'). \tag{1.8b}$$

en el dominio de Fourier

$$\mathbf{D}(\mathbf{K}, \omega) = \varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{K}, \omega)\mathbf{E}(\mathbf{K}, \omega) \tag{1.9a}$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{K}, \omega) = \sigma(\mathbf{K}, \omega)\mathbf{E}(\mathbf{K}, \omega). \tag{1.9b}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1.2a)$$

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{K}, \omega) = \varepsilon_0 \varepsilon(\mathbf{K}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{K}, \omega) \quad (1.9a)$$

$$\partial / \partial t \rightarrow -i\omega$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{K}, \omega) = \sigma(\mathbf{K}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{K}, \omega) \quad (1.9b)$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon(\mathbf{K}, \omega) = 1 + \frac{i\sigma(\mathbf{K}, \omega)}{\varepsilon_0 \omega} \quad (1.10)$$

Función Dieléctrica

En general

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + i\varepsilon_2(\omega)$$

$$\sigma(\omega) = \sigma_1(\omega) + i\sigma_2(\omega)$$

$$\varepsilon \longrightarrow \tilde{n}(\omega) = n(\omega) + i\kappa(\omega) \longrightarrow \tilde{n} = \sqrt{\varepsilon}$$

$$\varepsilon_1 = n^2 - \kappa^2 \tag{1.11a}$$

$$\varepsilon_2 = 2n\kappa \tag{1.11b}$$

$$n^2 = \frac{\varepsilon_1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} \tag{1.11c}$$

$$\kappa = \frac{\varepsilon_2}{2n}. \tag{1.11d}$$

$\kappa$ $\longrightarrow$ (Kappa): Coeficiente de extinción. Determina la absorción óptica de ondas EM que se propagan en el medio.

$\kappa$

(Kappa): Coeficiente de extinción. Determina la absorción óptica de ondas EM que se propagan en el medio.

Esta vinculado al coeficiente de absorción $\alpha$ de la ley de Beer.

Ley de Beer's $I(x) = I_0 e^{-\alpha x}$

$$\alpha(\omega) = \frac{2\kappa(\omega)\omega}{c} \quad (1.12)$$

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + i\varepsilon_2(\omega)$$

$\varepsilon_2(\omega)$ Determina la cantidad de absorción en el medio.

$$|\varepsilon_1| \gg |\varepsilon_2|$$

$$\tilde{n}(\omega) = n(\omega) + i\kappa(\omega)$$

La parte real n del índice de refracción ñ cuantifica la disminución de la velocidad de fase de la propagación de las ondas debido a la polarización del material, es principalmente determinada por $\varepsilon_1$.

$$\varepsilon(\mathbf{K}, \omega) = 1 + \frac{i\sigma(\mathbf{K}, \omega)}{\varepsilon_0 \omega} \quad (1.10)$$

$\sigma_1$ Determina la cantidad de absorción.

$\sigma_2$ Contribuye $\varepsilon_1$ y por lo tanto a la cantidad de polarización.

Calculando los rotores de las ecuaciones:

$$\nabla \times \left\{ \begin{array}{ll} \nabla \times \mathbf{E} = -\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} & (1.1c) \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{ext}} + \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} & (1.1d) \end{array} \right\}$$

Y combinando ambas, se conduce a la ecuación de onda

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \dfrac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} & (1.13a) \\ \mathbf{K}(\mathbf{K} \cdot \mathbf{E}) - K^2 \mathbf{E} = -\varepsilon(\mathbf{K}, \omega) \dfrac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}, & (1.13b) \end{array} \right.$$

En los dominios del tiempo y de Fourier respectivamente.

$$\Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

Es necesario distinguir 2 casos, dependiendo de la dirección de la polarización del campo eléctrico:

*Para ondas transversales*

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{E} = 0$$

Dando la relación de dispersión genérica

$$K^2 = \varepsilon(\mathbf{K}, \omega)\frac{\omega^2}{c^2} \quad (1.14)$$

*Para ondas longitudinales*

$$\mathbf{K}(\mathbf{K} \cdot \mathbf{E}) - K^2\mathbf{E} = -\varepsilon(\mathbf{K}, \omega)\frac{\omega^2}{c^2}\mathbf{E}$$

implica que

$$\varepsilon(\mathbf{K}, \omega) = 0 \quad (1.15)$$

Oscilaciones colectivas longitudinales solo pueden ocurrir en frecuencias corres $\varepsilon(\omega)$ntes a ceros de

# La función dieléctrica del gas de electrones libres

Modelo de plasma = n electrones libres + fondo fijo de iones positivos.

$$m\ddot{\mathbf{x}} + m\gamma\dot{\mathbf{x}} = -e\mathbf{E} \qquad (1.16)$$

Ec. De mov. Para 1 e- del plasma sometido a un **E**

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t}$$

Solución

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 e^{-i\omega t}$$

La amplitud compleja Xo incorpora cualquier cambio de fase entre el campo de conducción y la repuesta a través de

$$\mathbf{x}(t) = \frac{e}{m(\omega^2 + i\gamma\omega)}\mathbf{E}(t). \qquad (1.17)$$

El desplazamiento de los e- contribuye a la polarización macroscópica $\mathbf{P} = -ne\mathbf{x}$.

Explícitamente dada por

$$\mathbf{P} = -\frac{ne^2}{m(\omega^2 + i\gamma\omega)}\mathbf{E}. \qquad (1.18)$$

Insertando en $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$ (1.2a)

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega}\right)\mathbf{E} \qquad (1.19)$$

Donde $\omega_p^2 = \frac{ne^2}{\varepsilon_0 m}$ es la frecuencia de plasma del gas de electrones libres.

Llegamos al resultado deseado, la función dieléctrica del gas de electrones libres:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega}\right)\mathbf{E} \qquad (1.19)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E} \qquad (1.5a)$$

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega}. \qquad (1.20)$$

$$\gamma = 1/\tau$$

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + i\varepsilon_2(\omega)$$

$$\varepsilon_1(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} \qquad (1.21a)$$

$$\varepsilon_2(\omega) = \frac{\omega_p^2 \tau}{\omega(1 + \omega^2 \tau^2)}, \qquad (1.21b)$$

Limitamos a ω < ωp, donde los metales mantienen su carácter metálico.

$$\omega \rightarrow \omega_p \quad \Rightarrow \quad \omega\tau \gg 1 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \qquad (1.22)$$

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \qquad (1.22)$$

$\longrightarrow$ Función dieléctrica del plasma de e- libres no amortiguada

Ahora consideramos el régimen de frecuencias muy bajas donde:

$$\omega \ll \tau^{-1} \Rightarrow \varepsilon_2 \gg \varepsilon_1 \Rightarrow n \approx \kappa = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{2}} = \sqrt{\frac{\tau\omega_p^2}{2\omega}}. \qquad (1.23)$$

Las partes real e imaginaria del índice de refracción ñ son comparables en magnitud. En esta región los metales son principalmente absorbentes con coef. de absorción:

$$\alpha = \left(\frac{2\omega_p^2\tau\omega}{c^2}\right)^{1/2} \qquad (1.24)$$

$$\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m} = \omega_p^2\tau\varepsilon_0 \longrightarrow \alpha = \sqrt{2\sigma_0\omega\mu_0}. \qquad (1.25)$$

La aplicación de la ley de absorción de Beer implica que para bajas frecuencias
los campos se caen dentro del metal como:

$$e^{-z/\delta} \longrightarrow \delta = \frac{2}{\alpha} = \frac{c}{\kappa\omega} = \sqrt{\frac{2}{\sigma_0\omega\mu_0}}. \qquad (1.26)$$

donde δ es la skin depth ( profundidad de piel).

A frecuencias más altas $(1 \leq \omega\tau \leq \omega_p\tau)$

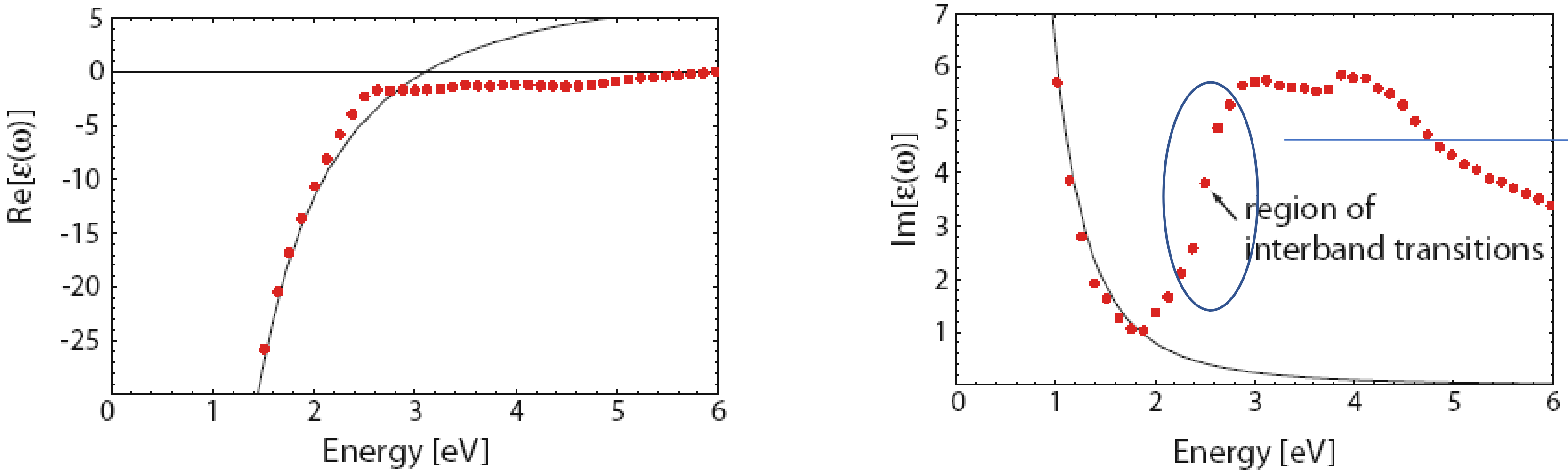
El índice de refracción complejo es predominantemente imaginario (que conduce a un coeficiente de reflexión R ≈ 1) y σ adquiere un carácter cada vez más complejo, difuminando el límite entre cargas libres y ligadas.

Metal real → $\varepsilon \to 1$ at $\omega \gg \omega_p$. Para metales nobles (por ejemplo, Au, Ag, Cu)

$$\mathbf{P}_\infty = \varepsilon_0(\varepsilon_\infty - 1)\mathbf{E}$$

Este efecto es por lo tanto descrito por una constant $\varepsilon_\infty$ dieléctrica

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega}. \quad (1.27)$$




Espectro visible, aumento en ε2

Figura 1.1. Función dieléctrica ε (ω) (1.27) del gas de electrones libres (línea continua) con valores tabulados de los datos dieléctricos para el oro (puntos). Las transiciones Interbanda limitan la validez de este modelo en frecuencias visibles y más altas.

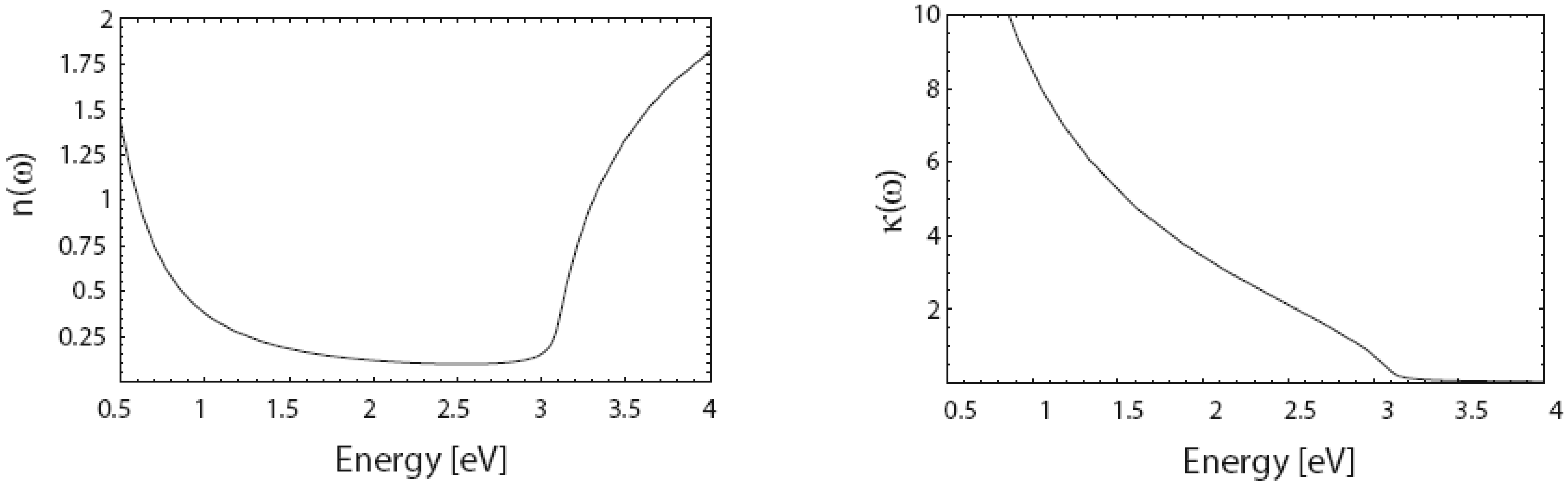



Fig. 1.2. Las componentes del índice de refracción complejo correspondientes a la Fig. 1.1

Vinculamos  la función dieléctrica del plasma de electrones libres (1.20) al modelo clásico de Drude para la conductividad de CA σ (ω) de metales.

$$\mathbf{p} = m\dot{\mathbf{x}} \longrightarrow m\ddot{\mathbf{x}} + m\gamma\dot{\mathbf{x}} = -e\mathbf{E} \qquad (1.16)$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{\mathbf{p}}{\tau} - e\mathbf{E} \qquad (1.28) \xrightarrow{\text{Drude}} \sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}. \qquad (1.29)$$

Comparando con $\varepsilon(\omega) = 1 + \frac{i\sigma(\omega)}{\varepsilon_0\omega}$, (1.30)

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega}. \qquad (1.20)$$

$$\varepsilon(\mathbf{K}, \omega) = 1 + \frac{i\sigma(\mathbf{K}, \omega)}{\varepsilon_0\omega}. \qquad (1.10)$$

→ Respuesta óptica del modelo de Drude para metales.

# La dispersión del gas de electrones libres y el volumen plasmónico

Pasamos ahora a una descripción del régimen de transparencia omitido hasta ahora ω > ωp del modelo de gas de electrones libres.

$\omega > \omega_p$

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \qquad (1.22)$$

$$K^2 = \varepsilon(\mathbf{K}, \omega)\frac{\omega^2}{c^2}. \qquad (1.14)$$

ondas EM transversales

$$\omega^2 = \omega_p^2 + K^2c^2 \qquad (1.31)$$

Relación de dispersión de las ondas viajer

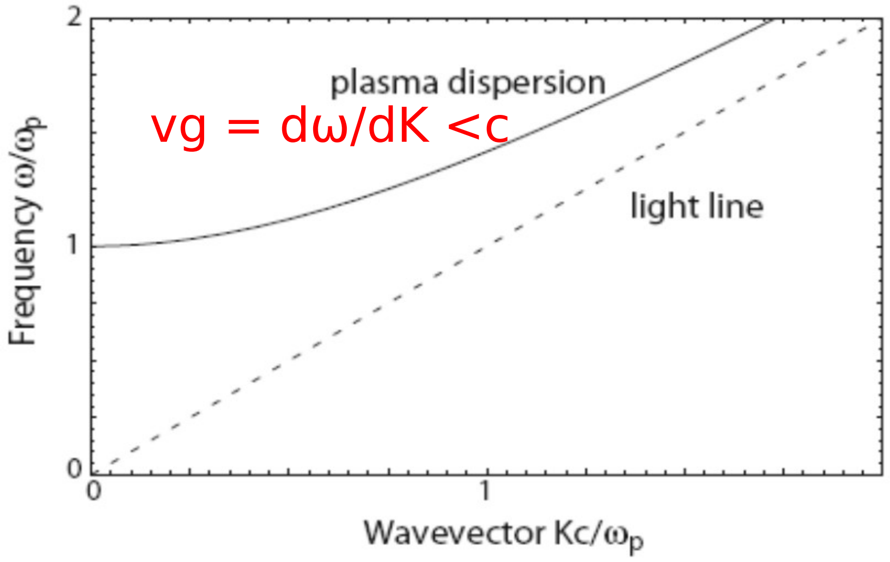


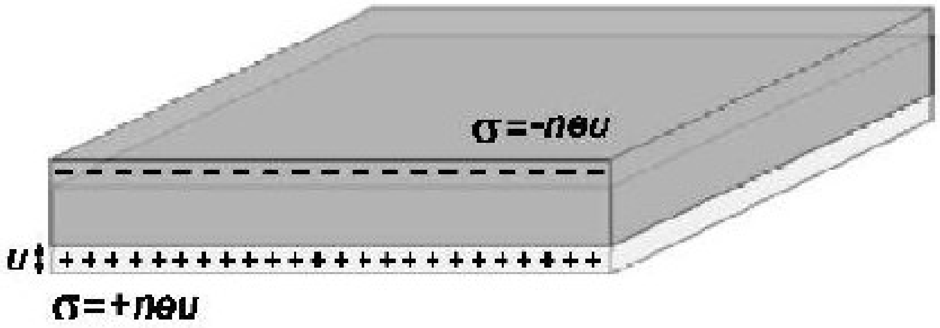

Figura 1.3. La relación de dispersión del gas de electrones libres. La propagación de ondas electromagnéticas transversales solo está permitido para ω > ωp (ω < ωp -> propagación de ondas electromagnéticas transversales esta prohibida).

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \qquad (1.22)$$

ε (ωp) = 0 (para K = 0).

Esta excitación por lo tanto, debe corresponder a un modo longitudinal colectivo. En este caso, **D** = 0 = ε0**E** + **P**

$$\mathbf{E} = \frac{-\mathbf{P}}{\varepsilon_0}$$




$$\sigma = \pm neu$$

$$\mathbf{E} = \frac{neu}{\varepsilon_0}$$ dentro

los e- desplazados experimentan una fuerza restauradora

Con ec. de mov.

$$nm\ddot{u} = -ne\mathbf{E}$$

$$nm\ddot{u} = -\frac{n^2e^2u}{\varepsilon_0} \qquad (1.32a)$$

$$\ddot{u} + \omega_p^2 u = 0. \qquad (1.32b)$$

La frecuencia de plasma ωp se puede reconocer como la frecuencia natural de oscilación de un mar de e- libres. Los cuantos de estas oscilaciones de carga se llaman plasmones de volumen (sup., local).

# Metales reales y transiciones entre bandas

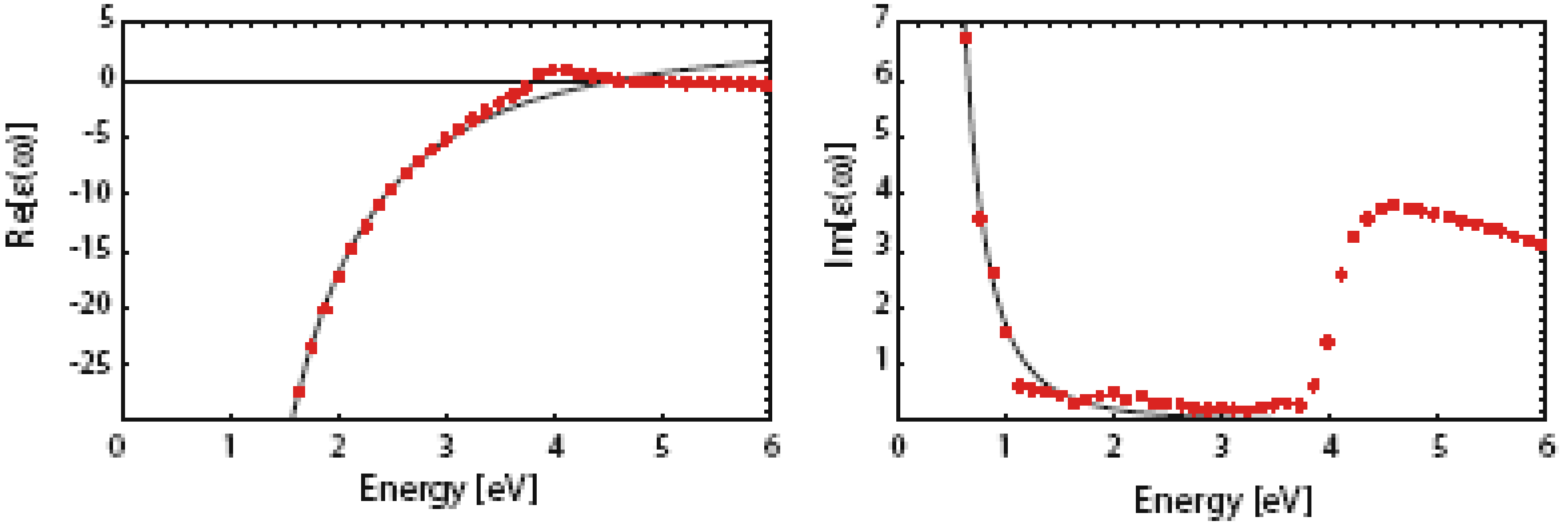



Figura 1.5. La parte real e imaginaria de ε (ω) para la plata.

$$m\ddot{\mathbf{x}} + m\gamma\dot{\mathbf{x}} + m\omega_0^2\mathbf{x} = -e\mathbf{E}. \qquad (1.34)$$

Oscilador de Lorentz $\frac{A_i}{\omega_i^2 - \omega^2 - i\gamma_i\omega}$

# SURFACE PLASMON POLARITONS EN INTERFACES METALES /AISLADORES

*La ecuación de onda*

Los polaritones del plasmón de superficie son excitaciones electromagnéticas que se propagan en la interfaz entre un dieléctrico y un conductor, confinada evanescente en la dirección perpendicular.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{1.1c}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\mathrm{ext}} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \tag{1.1d}$$

en ausencia de cargas externas y densidades de corriente

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2}. \tag{2.1}$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2}. \qquad (2.1)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} \equiv \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E}$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon \mathbf{E}) \equiv \mathbf{E} \cdot \nabla \varepsilon + \varepsilon \nabla \cdot \mathbf{E}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$$

$$\nabla \left( -\frac{1}{\varepsilon} \mathbf{E} \cdot \nabla \varepsilon \right) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu_0 \varepsilon_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \qquad (2.2)$$

$\rightarrow 0$

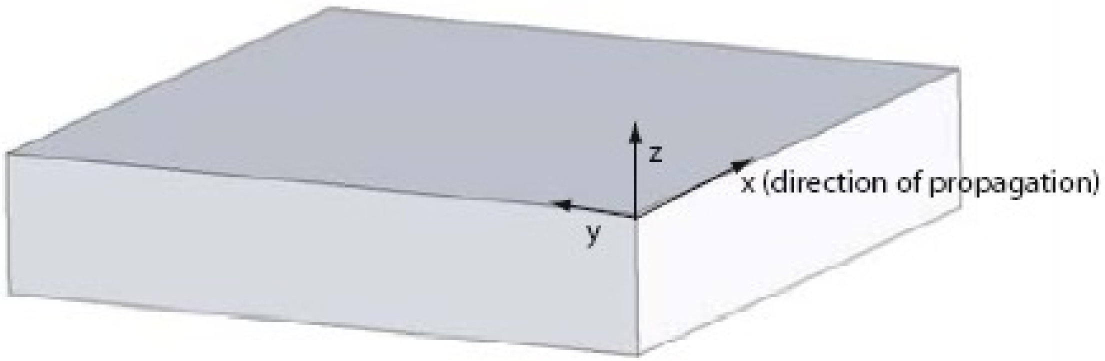
$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \qquad (2.3)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k_0^2 \varepsilon \mathbf{E} = 0 \qquad (2.4)$$

Ecuación de Helmholtz

donde $k_0 = \frac{\omega}{c}$ es el vector de onda de la onda que se propaga en el vacío.




$\varepsilon = \varepsilon(z)$

z = 0 -> $\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(z)e^{i\beta x}$

$\beta = k_x$ → Constante de propagación.

$$\nabla^2\mathbf{E} + k_0^2\varepsilon\mathbf{E} = 0 \qquad (2.4)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial^2\mathbf{E}(z)}{\partial z^2} + (k_0^2\varepsilon - \beta^2)\mathbf{E}(z) = 0 \qquad (2.5)$$

Ahora necesitamos encontrar expresiones explícitas para los diferentes componentes de campo de E y H.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.1c)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{ext}} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.1d)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega\right)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = i\omega\mu_0 H_x \quad (2.6a)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = i\omega\mu_0 H_y \quad (2.6b)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = i\omega\mu_0 H_z \quad (2.6c)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon E_x \quad (2.6d)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon E_y \quad (2.6e)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon E_z \quad (2.6f)$$

Conjunto de ecuaciones acopladas

Para propagación a lo largo de la dirección x $\left(\frac{\partial}{\partial x} = i\beta\right)$

Y homogeneidad en la dirección y $\left(\frac{\partial}{\partial y} = 0\right)$

El sistema se simplifica a:

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega\mu_0 H_x \tag{2.7a}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - i\beta E_z = i\omega\mu_0 H_y \tag{2.7b}$$

$$i\beta E_y = i\omega\mu_0 H_z \tag{2.7c}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega\varepsilon_0\varepsilon E_x \tag{2.7d}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - i\beta H_z = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon E_y \tag{2.7e}$$

$$i\beta H_y = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon E_z. \tag{2.7f}$$

Este sistema permite dos conjuntos de soluciones con diferentes propiedades de polarización de las ondas en propagación.

Los modos magnéticos transversale(TM or p) $\left\{ \begin{array}{l} E_x \\ E_z \\ H_y \end{array} \right. \neq 0$

Los modos eléctricos transversales (TE or s) $\left\{ \begin{array}{l} H_x \\ H_z \\ E_y \end{array} \right. \neq 0$

Para los modos TM

(2.7)

ecuación de onda

Para modos TE

(2.7)

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \left(k_0^2 \varepsilon - \beta^2\right) H_y = 0 \qquad (2.8c)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \left(k_0^2 \varepsilon - \beta^2\right) E_y = 0 \qquad (2.9c)$$

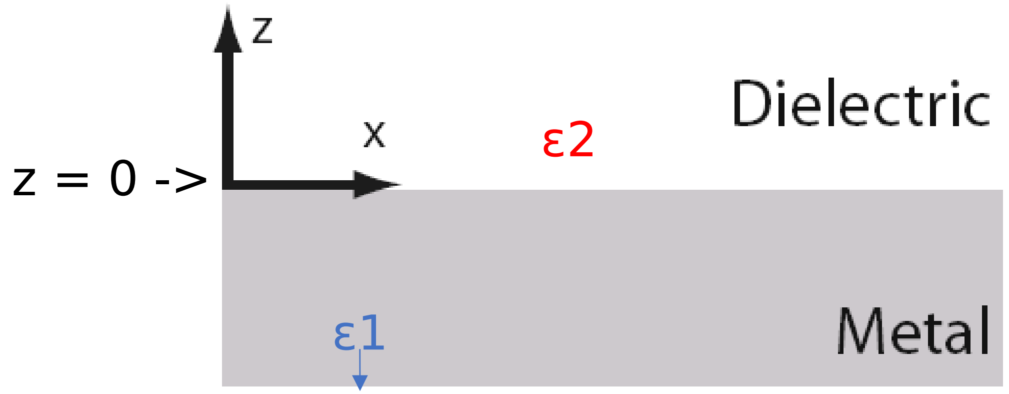
$$E_x = -i \frac{1}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon} \frac{\partial H_y}{\partial z} \qquad (2.8a)$$

$$E_z = -\frac{\beta}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon} H_y \qquad (2.8b)$$

$$H_x = i \frac{1}{\omega \mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z} \qquad (2.9a)$$

$$H_z = \frac{\beta}{\omega \mu_0} E_y \qquad (2.9b)$$

# Surface Plasmon Polaritons en una única interfaz




Re [ε1] < 0 => w < wp

Veamos primero las soluciones para TM

para z

$$H_y(z) = A_2 e^{i\beta x} e^{-k_2 z} \tag{2.10a}$$

$$E_x(z) = i A_2 \frac{1}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_2} k_2 e^{i\beta x} e^{-k_2 z} \tag{2.10b}$$

$$E_z(z) = -A_2 \frac{\beta}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_2} e^{i\beta x} e^{-k_2 z} \tag{2.10c}$$

para z

$$H_y(z) = A_1 e^{i\beta x} e^{k_1 z} \tag{2.11a}$$

$$E_x(z) = -i A_1 \frac{1}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_1} k_1 e^{i\beta x} e^{k_1 z} \tag{2.11b}$$

$$E_z(z) = -A_1 \frac{\beta}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_1} e^{i\beta x} e^{k_1 z} \tag{2.11c}$$

$$k_i \equiv k_{z,i} (i = 1, 2)$$

$$\hat{z} = 1 / |k_z|$$

Continuidad ( $H_y$ $\varepsilon_i E_z$ en la interfaz requiere que A1 = A2 y

$$\frac{k_2}{k_1} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \qquad (2.12)$$

Re [ε1] < 0 si
ε2 > 0

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \left(k_0^2 \varepsilon - \beta^2\right) H_y = 0$$

(2.8c)

$$k_1^2 = \beta^2 - k_0^2 \varepsilon_1 \qquad (2.13a)$$

$$k_2^2 = \beta^2 - k_0^2 \varepsilon_2 \qquad (2.13b)$$

(2.12)

$$\beta = k_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} \qquad (2.14)$$

Relación de dispersión de los SPPs

Modos

para z > 0

$$E_y(z) = A_2 e^{i\beta x} e^{-k_2 z} \tag{2.15a}$$

$$H_x(z) = -iA_2 \frac{1}{\omega\mu_0} k_2 e^{i\beta x} e^{-k_2 z} \tag{2.15b}$$

$$H_z(z) = A_2 \frac{\beta}{\omega\mu_0} e^{i\beta x} e^{-k_2 z} \tag{2.15c}$$

para z < 0

$$E_y(z) = A_1 e^{i\beta x} e^{k_1 z} \tag{2.16a}$$

$$H_x(z) = iA_1 \frac{1}{\omega\mu_0} k_1 e^{i\beta x} e^{k_1 z} \tag{2.16b}$$

$$H_z(z) = A_1 \frac{\beta}{\omega\mu_0} e^{i\beta x} e^{k_1 z} \tag{2.16c}$$

La continuidad $E_y$ e $H_x$ y en la interfaz conduce a condición

$$A_1 (k_1 + k_2) = 0 \tag{2.17}$$

Dado que el confinamiento a la superficie requiere Re [k1]> 0 y Re [k2]> 0, esta condición sólo se cumple si A1 = 0, de modo que también A2 = A1 = 0. Por lo tanto, no existen modos superficiales para la polarización TE. Los polaritones de plasmón de superficie solo existen para la polarización TM.

$$\beta = k_0\sqrt{\frac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}} \quad (2.14)$$

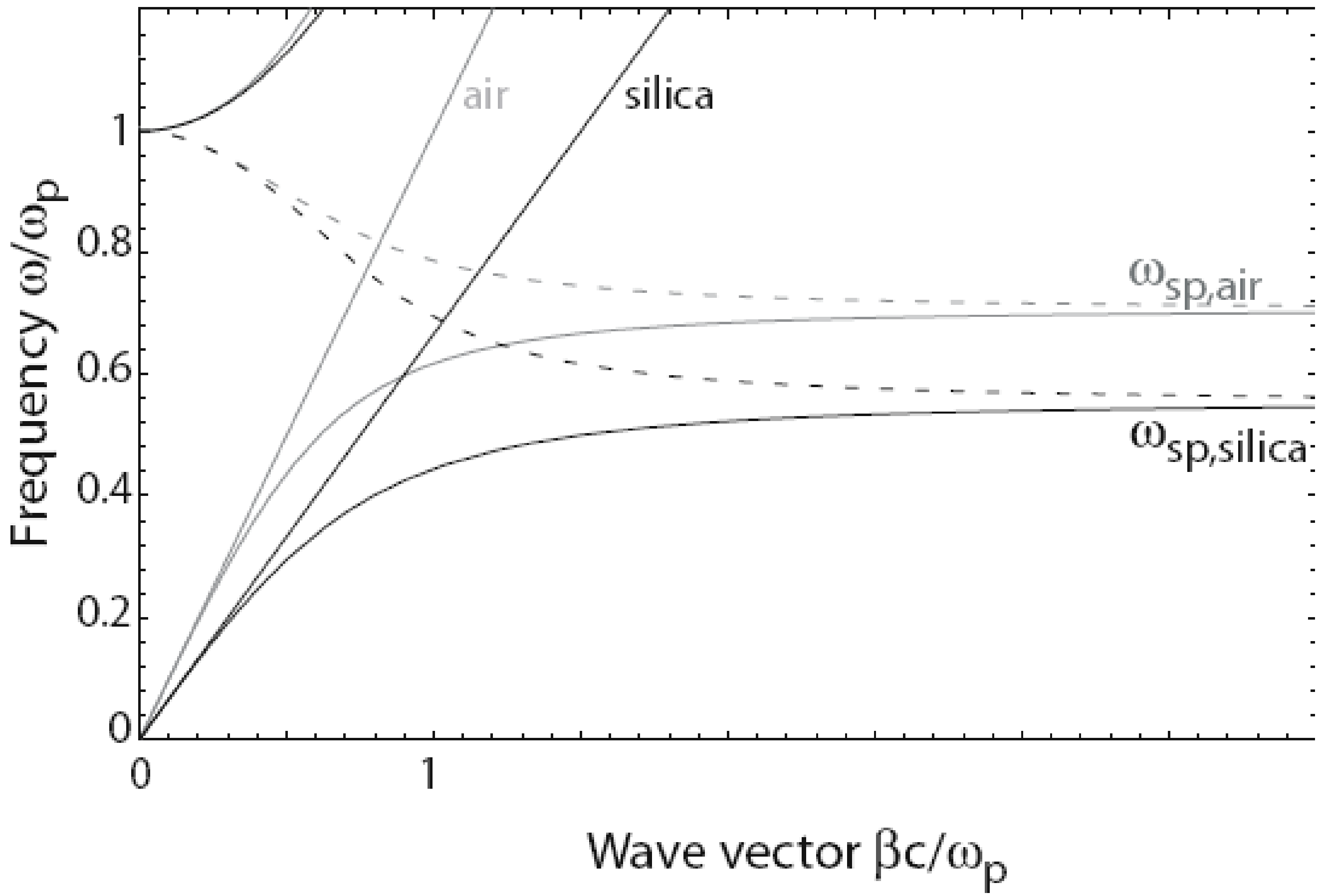
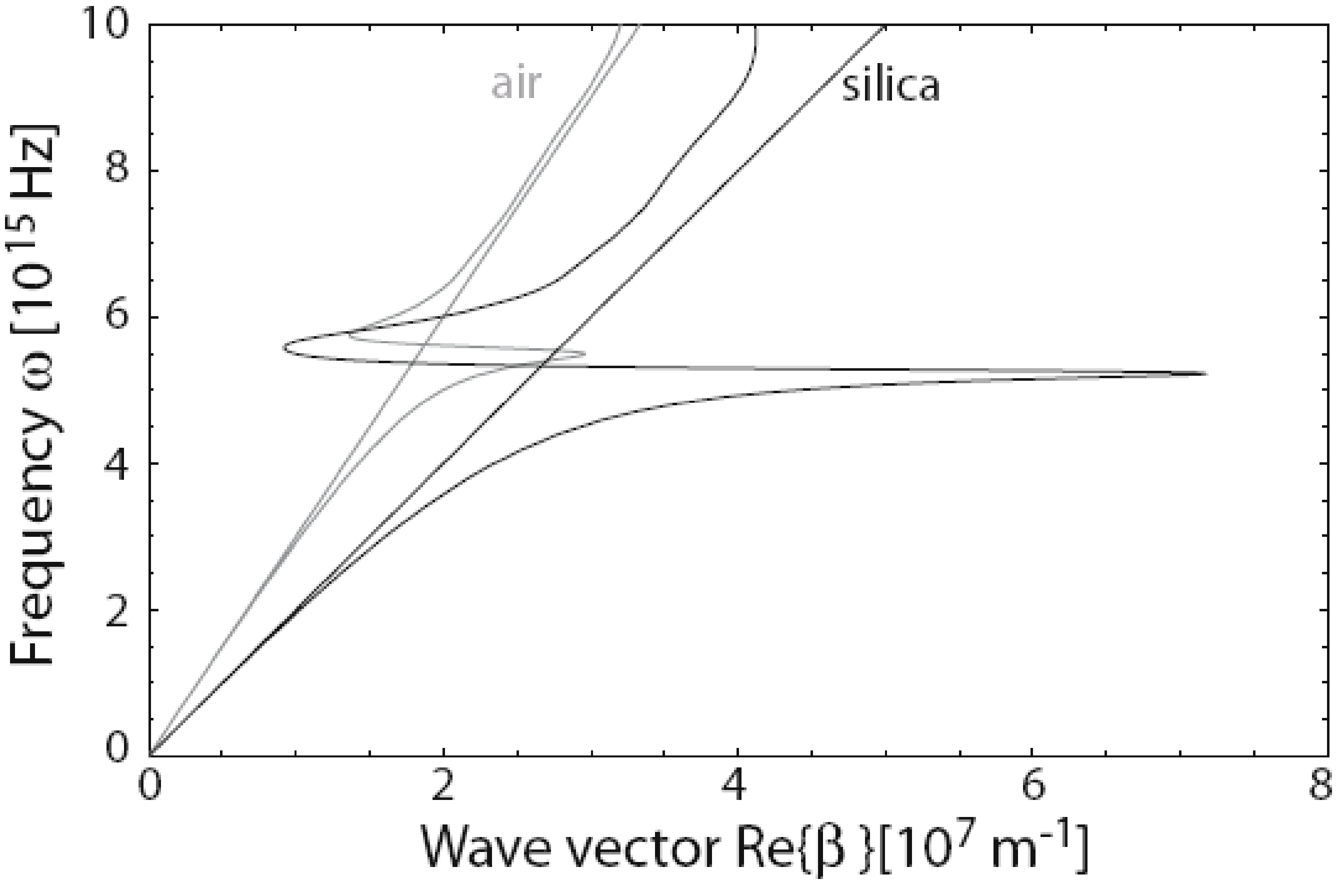



Figura 2.3. Relación de dispersión de SPP en la interfaz entre un metal Drude con frecuencia de colisión  insignificante y aire (curvas grises) y sílice (curvas negras).

$$\omega_{sp} = \frac{\omega_p}{\sqrt{1+\varepsilon_2}}, \quad (2.18)$$




$$L = (2\mathrm{Im}[\beta])^{-1}$$

$$\lambda_{sp} = 2\pi/\mathrm{Re}[\beta]$$

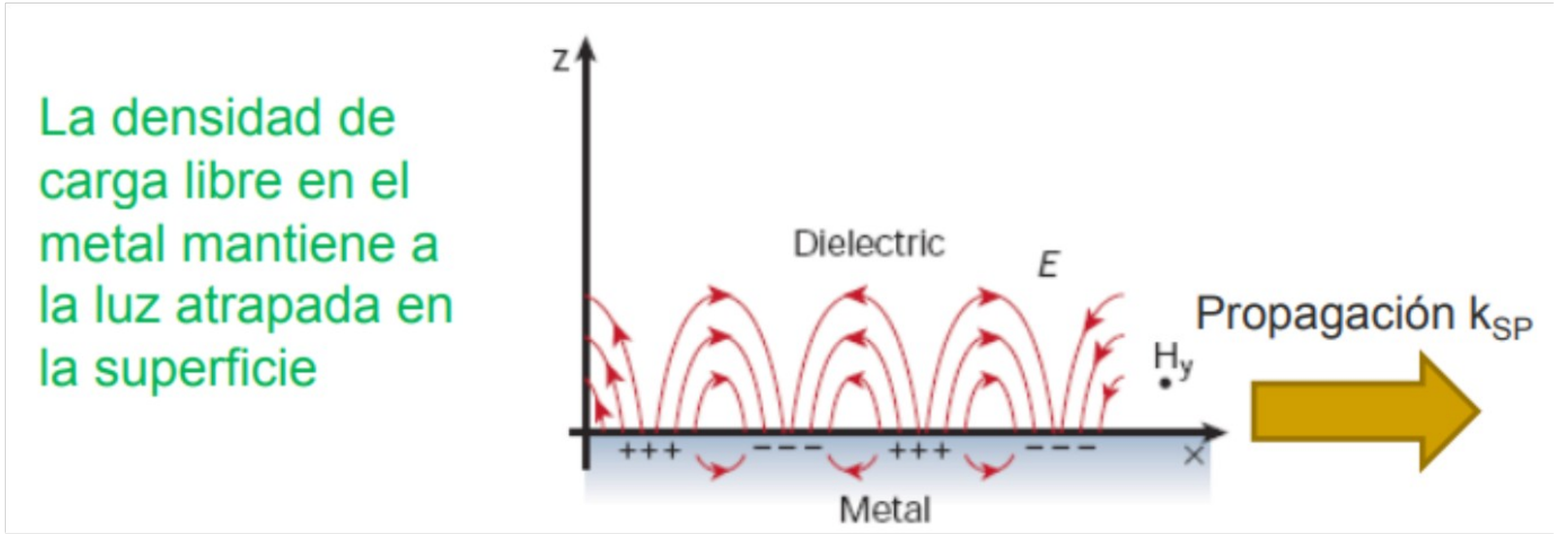
$$e^{-|k_z||z|}$$

$$k_z = \sqrt{\beta^2 - \varepsilon_2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2}$$

Figura 2.4. Relación de dispersión de los SPP en la interfaz plata / aire (curva gris) y plata / sílice (curva negra). Debido al amortiguamiento, el vector de onda de los SPP ligados se acerca a un límite finito en la frecuencia del plasmón superficial.

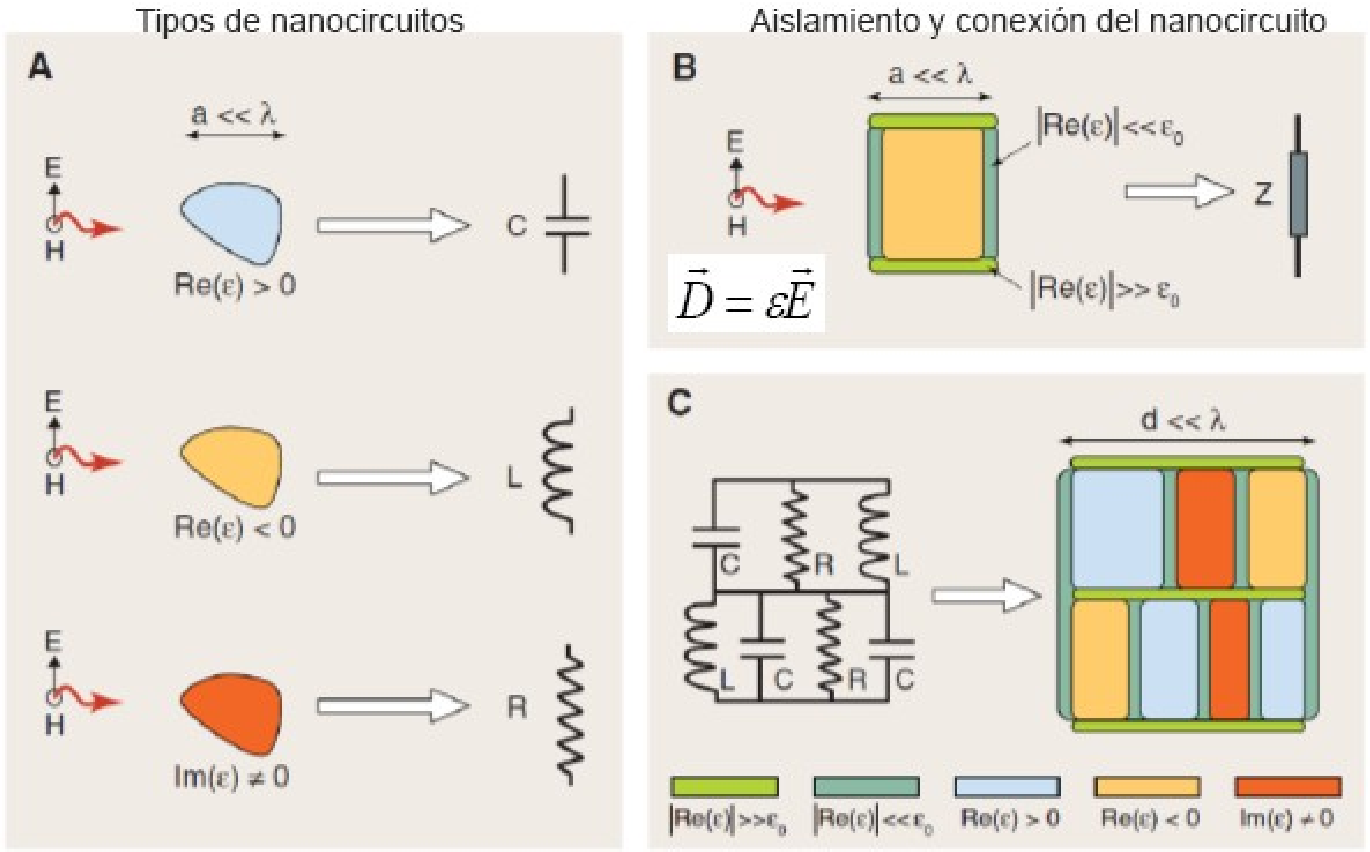
# Conclusiones

- Los plasmones de superficie (Surface Plasmons, SP) son ondas EM que se propagan sobre la superficie de un conductor.
- En general, se considera un interfaz metal-dieléctrico.
- Son de carácter híbrido: onda EM (fotón) + carga superficial (electrón) -> en realidad, se trata de surface plasmon polaritons.
- Son transversales magnéticos (TM) y el campo E es siempre normal a la superficie.



# Aplicaciones

## Circuitos plasmónicos




Nader Engheta, "Circuits with light at nanoscales: optical nanocircuits inspired by metamaterials", Science 317, 1698 (2007)

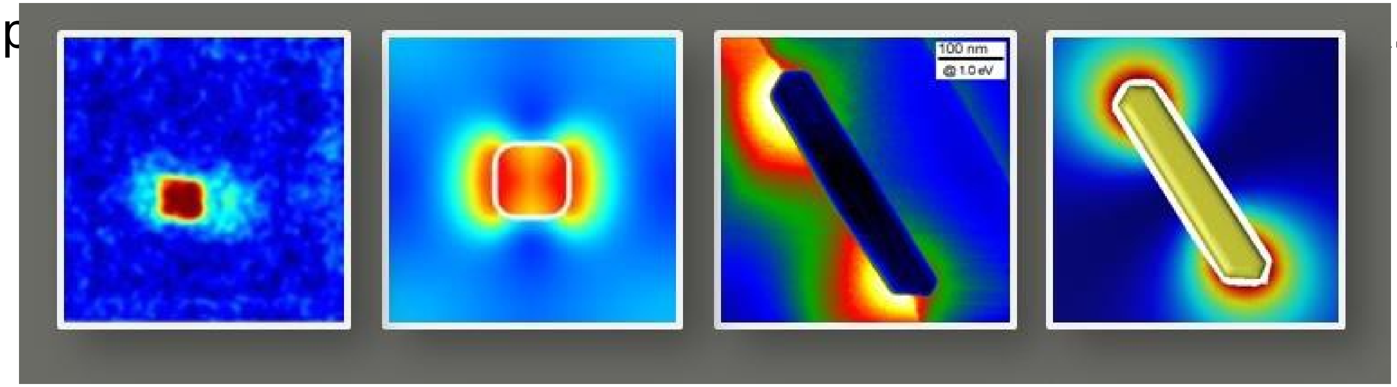
# Aplicaciones

## Sensores plasmónicos

Los SPs nos permiten concentrar luz en nano-estructuras de dimensiones sublambda como consecuencia de la diferente permitividad del metal y del dieléctrico que lo rodea.

En dichas estructuras, que presentan resonancias SPR, se produce una elevada intensidad de campo eléctrico (hot-spot) sobre la superficie del metal, lo que se puede usar para manipular la interacción luz-materia a escala nano.

Ejemplo: las resonancias SPR en nanopartículas metálicas son altamente sensibles a las propiedades del medio dieléctrico que rodea el metal -> uso como sensor: un pequeño cambio en el dieléctrico produce un elevado cambio en la respuesta plasmónica, p .



# Muchas Gracias…

…

# Preguntas?