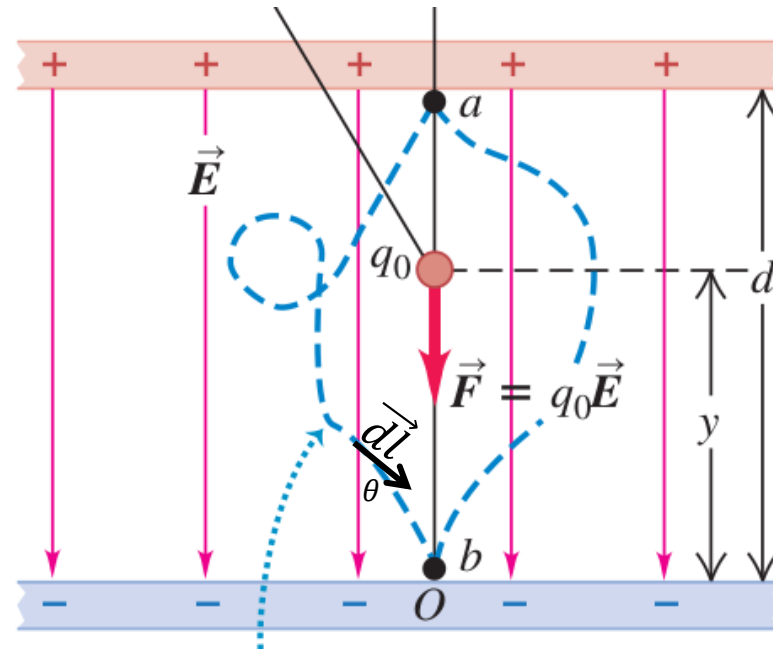
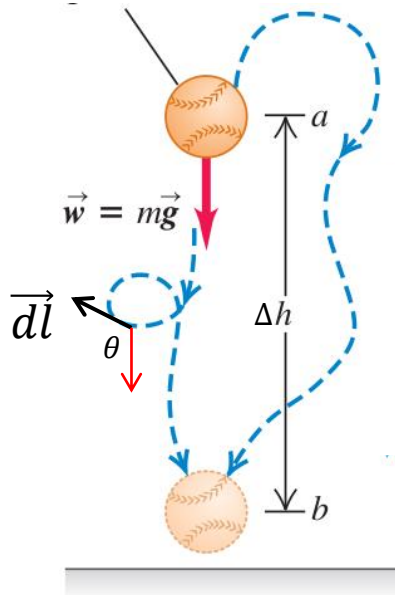


03. Potencial electrostático

Recordemos 3 conceptos 3

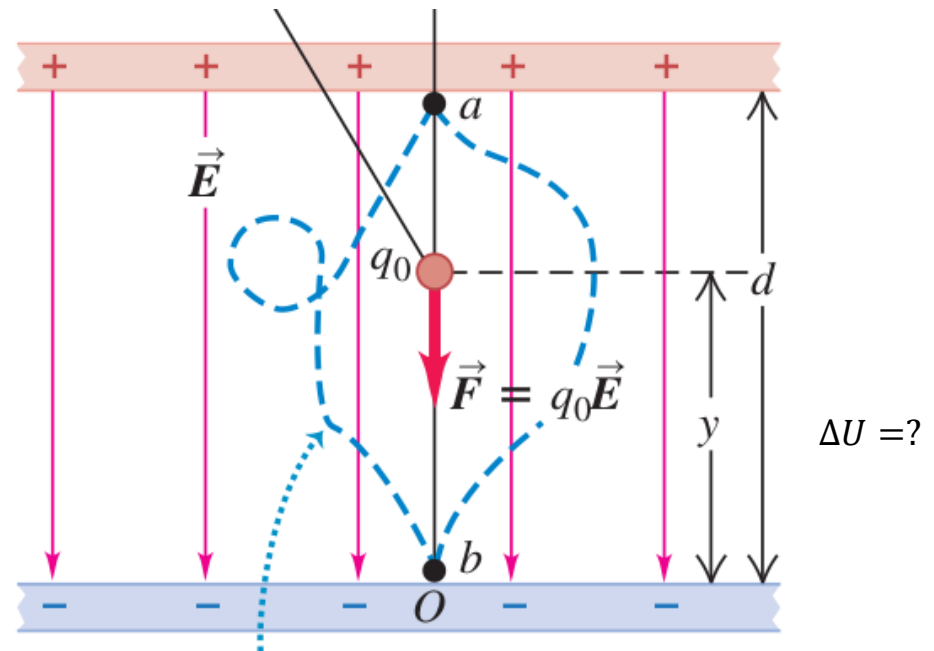
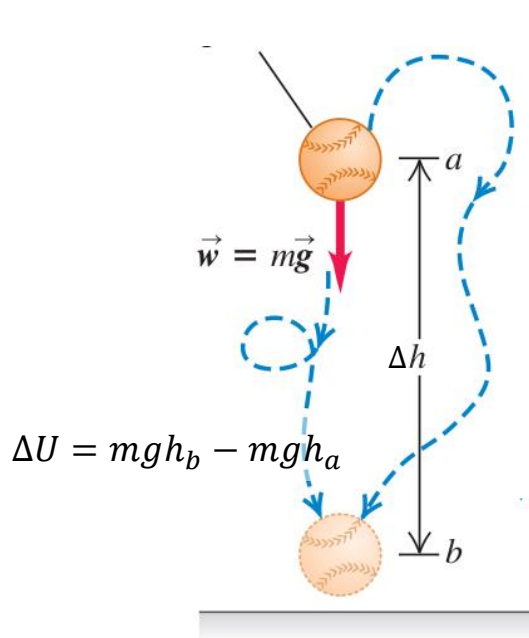


1- Cuando una fuerza $\vec{F}$ actúa sobre una partícula que se mueve de un punto a a otro b , el trabajo W_{ab} efectuado por dicha fuerza resulta

$$W_{ab} = \int_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_a^b F \cos \theta dl$$

Desplazamiento infinitesimal
a lo largo de la trayectoria Γ

Recordemos 3 conceptos 3

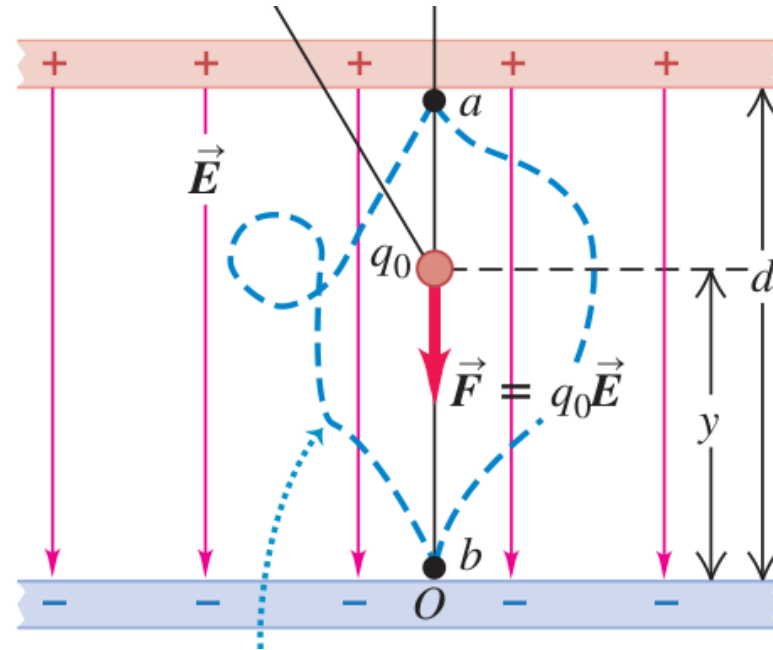
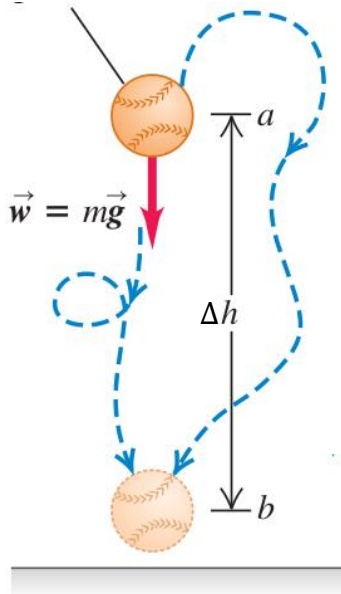


2- Si la fuerza $\vec{F}$ es **conservativa** el trabajo que realiza siempre se puede expresar en términos de una **energía potencial** U .

$$W_{ab} = U_a - U_b = -(U_b - U_a) = -\Delta U$$

- Cuando el trabajo realizado es positivo, disminuye la energía potencial (y viceversa)
- El trabajo realizado por una fza conservativa **no depende de la trayectoria**, sino de los estados inicial y final

Recordemos 3 conceptos 3



3- Según el teorema de trabajo y energía: la variación de energía cinética es igual al trabajo total realizado sobre la partícula

Si sólo hacen trabajo
fuerzas conservativas

$$\Delta K = W_{ab} \leftarrow \equiv -(U_b - U_a)$$

$$K_b - K_a = -(U_b - U_a)$$

$$K_b + U_b = K_a + U_a$$

La energía mecánica se conserva
cuando sólo actúan fuerzas
conservativas

El caso eléctrico

La fuerza eléctrica es conservativa

$$W_{ab} = \int_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\vec{l} = -(U_b - U_a) = -\Delta U$$

Cuál es el trabajo que hace la fza eléctrica ejercida por q' sobre q cuando la misma se desplaza desde a a b ?

$$\vec{F}(\vec{r}) = k \frac{qq'}{|\vec{r}|^2} \hat{r}$$

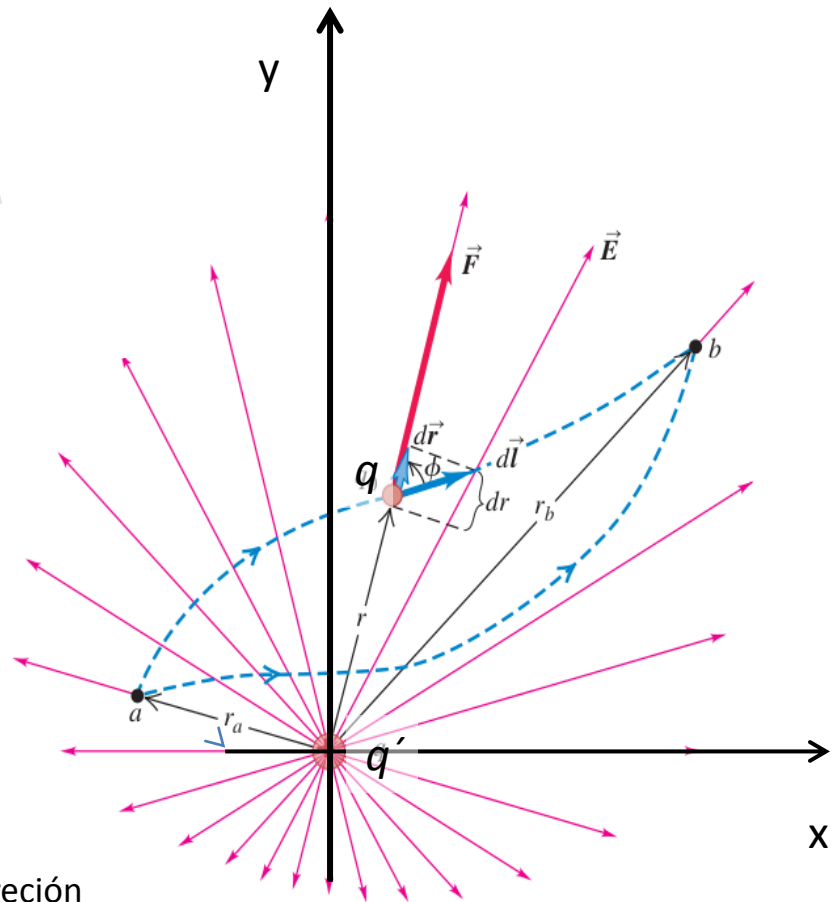
$$W_{ab} = \int_{\Gamma} k \frac{qq'}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{l}$$

$dr = dl \cos \phi$

Proyección del diferencial de desplazamiento sobre la dirección radial. O sea: en cada diferencial solo importa si me alejo o acerco radialmente al centro

$$W_{ab} = \int_{r_a}^{r_b} k \frac{qq'}{r^2} dr = kqq' \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r^2} dr = kqq' \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_a}^{r_b}$$

$$W_{ab} = kqq' \left[\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right] = - \left[\frac{kqq'}{r_b} - \frac{kqq'}{r_a} \right]$$



$$W_{ab} = - \left[\frac{kqq'}{r_b} - \frac{kqq'}{r_a} \right]$$

$$W_{ab} = -[U(\vec{r}_b) - U(\vec{r}_a)]$$

con $U(\vec{r}) = \frac{kqq'}{r} + cte$

El caso eléctrico

F eléctrica es conservativa

$$W_{ab} = \int_{\Gamma} \vec{F} \cdot d\vec{l} = -(U_b - U_a) = -\Delta U$$

Comprobamos que para el caso electrico

$$W_{ab} = -[U(\vec{r}_b) - U(\vec{r}_a)]$$

con

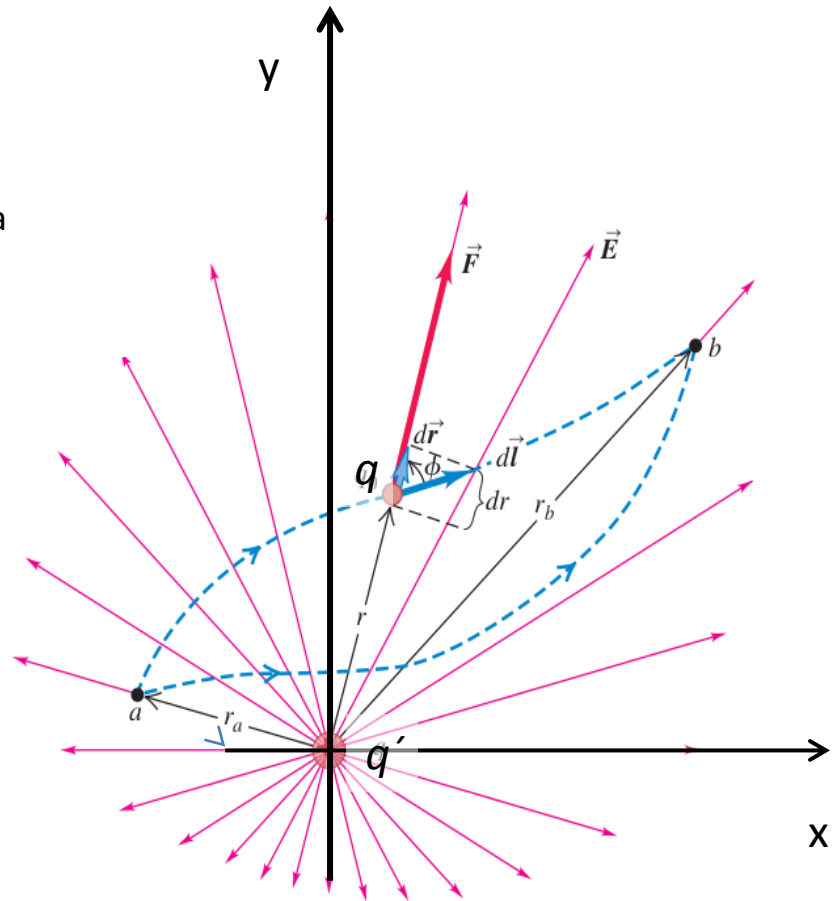
$$U(\vec{r}) = \frac{kqq'}{r} + cte$$

Energía potencial eléctrica

Definimos:

$$V(\vec{r}) = \frac{U(\vec{r})}{q} = \frac{kq'}{r} + cte$$

Potencial electrostático



[U]: Joules

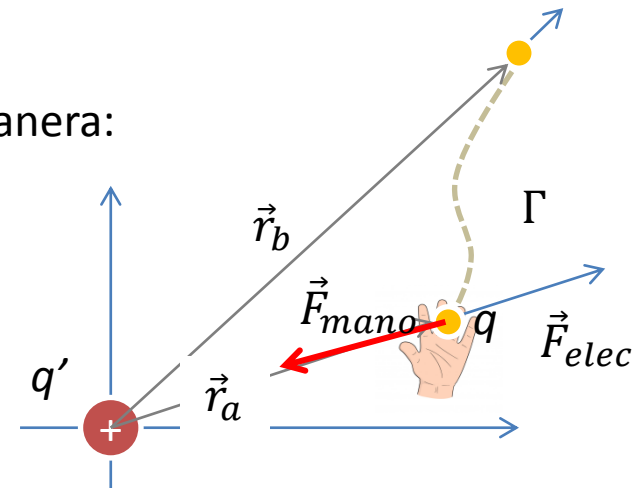
[V]: Joules/C = Volts

Interpretación física

$$W_{F_{el}} = -[U(\vec{r}_b) - U(\vec{r}_a)] = -q[V(\vec{r}_b) - V(\vec{r}_a)]$$

Pero además podemos pensar lo de la siguiente manera:

Cúal es **trabajo** que se debería hacer para mover a la carga q a lo largo de la trayectoria Γ , en presencia de la carga fuente q' de manera **cuasi-estática**?



con aceleración despreciable en todo punto de la trayectoria

$$\vec{F}_{mano} \sim -\vec{F}_{elec}$$

desplazamiento cuasi-estático

$$W_{F_{externa}} = \int_{\Gamma} \vec{F}_{externa} \cdot \vec{dl} = - \int_{\Gamma} \vec{F}_{elec} \cdot \vec{dl} = +[U(\vec{r}_b) - U(\vec{r}_a)]$$

Indep de la trayectoria(!)

$$W_{F_{externa}} = q[V(\vec{r}_b) - V(\vec{r}_a)]$$

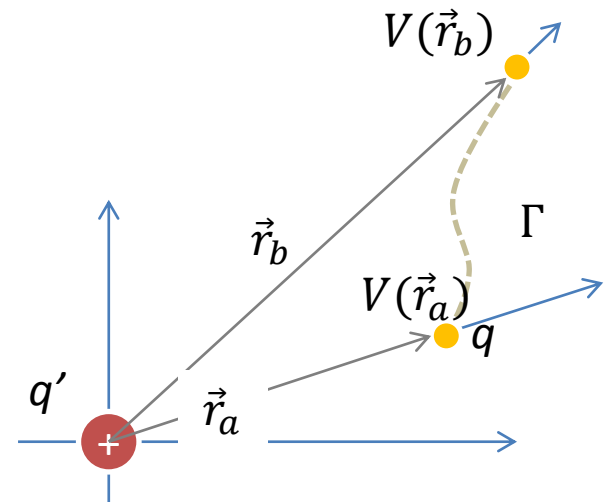
La **diferencia de potencial** entre dos puntos es igual al **trabajo necesario, por unidad de carga**, para llevar una carga de prueba a lo largo de **cualquier trayectoria cuasiestática** definida entre los mismos

Que hacemos con la constante?

$$V(\vec{r}) = \frac{U(\vec{r})}{q} = \frac{kq'}{r} + cte$$

Llegamos al concepto de potencial calculando un trabajo

$$W_{F_{externa}} = q[V(\vec{r}_b) - V(\vec{r}_a)]$$



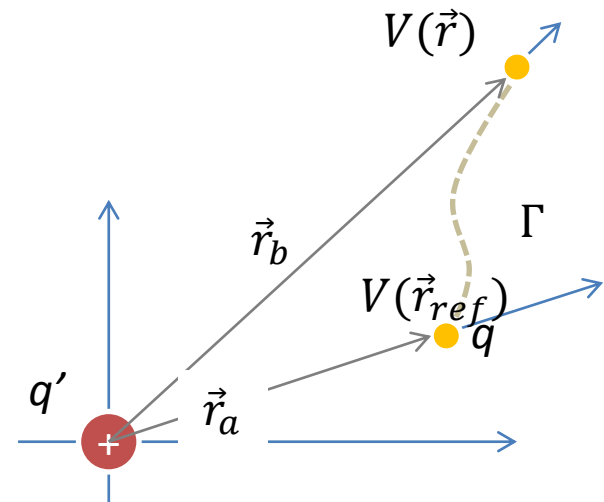
Lo que tiene sentido físico es una variación de potencial...que hacemos para fijar la cte?

Que hacemos con la constante?

$$V(\vec{r}) = \frac{U(\vec{r})}{q} = \frac{kq'}{r} + cte$$

Llegamos al concepto de potencial calculando un trabajo

$$W_{F_{externa}} = q[V(\vec{r}) - V(\vec{r}_{ref})]$$



Lo que tiene sentido físico es una variación de potencial...que hacemos para fijar la cte?

- I. Utilizamos un punto de referencia, $\vec{r}_{ref}$, y definimos el potencial en cualquier punto del espacio como

$$V(\vec{r}) = \frac{W_{F_{externa}}}{q} + V(\vec{r}_{ref})$$

- II. Si la distribución de fuentes es **localizada** (i.e. no hay cargas en el infinito)

$$\vec{r}_{ref} \rightarrow \infty \quad V(\vec{r}_{ref} = \infty) = 0$$

$$V(\vec{r}_{ref} = \infty) = \frac{kq'}{\infty} + cte = 0$$

$$V(\vec{r}) = \frac{kq'}{r}$$

(No seria consistente pedir $V=0$ si hubiera cargas alli)

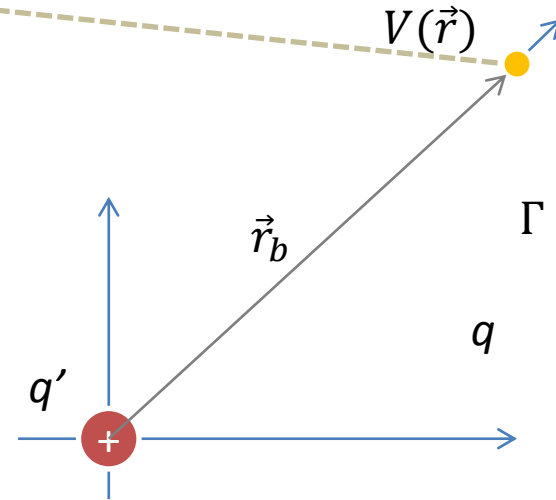
$$V(\vec{r}_{ref}) = 0$$

Potencial asociado a fuentes **localizadas**

$$V(\vec{r}) = \frac{kq'}{r}$$

$$W_{F_{externa}} = q[V(\vec{r}) - V(\vec{r}_{ref})]$$

$$V(\vec{r}) = \frac{W_{F_{externa}}}{q}$$



Así definido $V(\vec{r})$ representa el **trabajo por unidad de carga**, que se debe realizar para, en presencia de las fuentes, **traer desde el infinito** hasta el punto $\vec{r}$ una carga q , de manera cuasiestática.

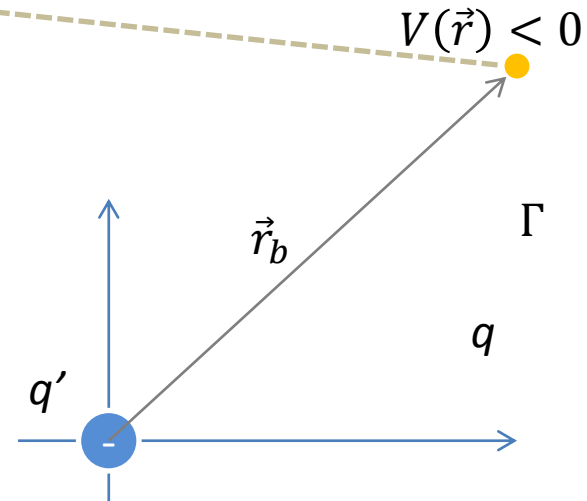
$$V(\vec{r}_{ref}) = 0$$

Potencial asociado a fuentes **localizadas**

$$V(\vec{r}) = \frac{kq'}{r}$$

$$W_{F_{externa}} = q[V(\vec{r}) - V(\vec{r}_{ref})]$$

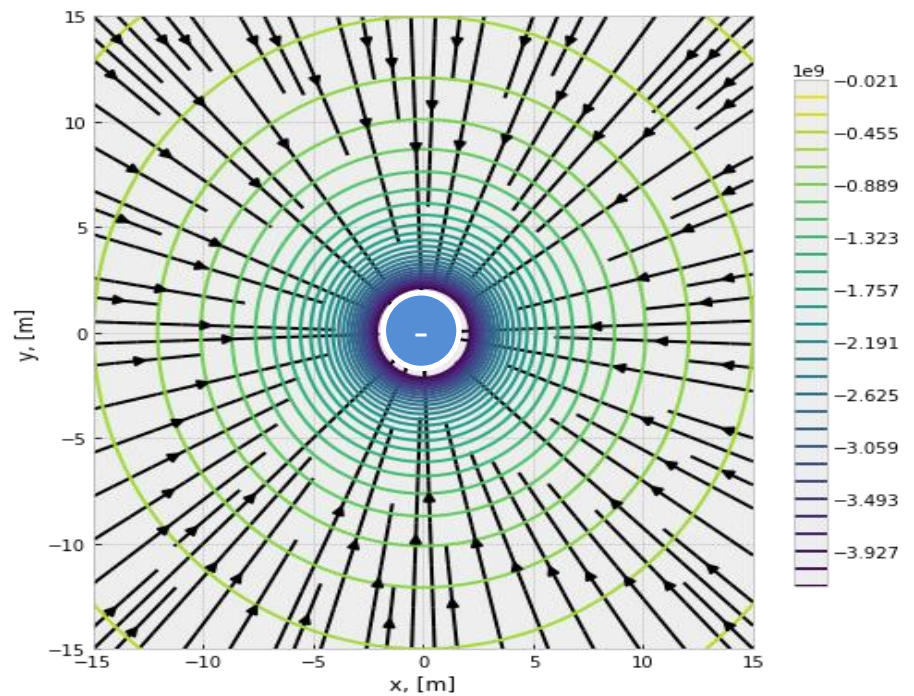
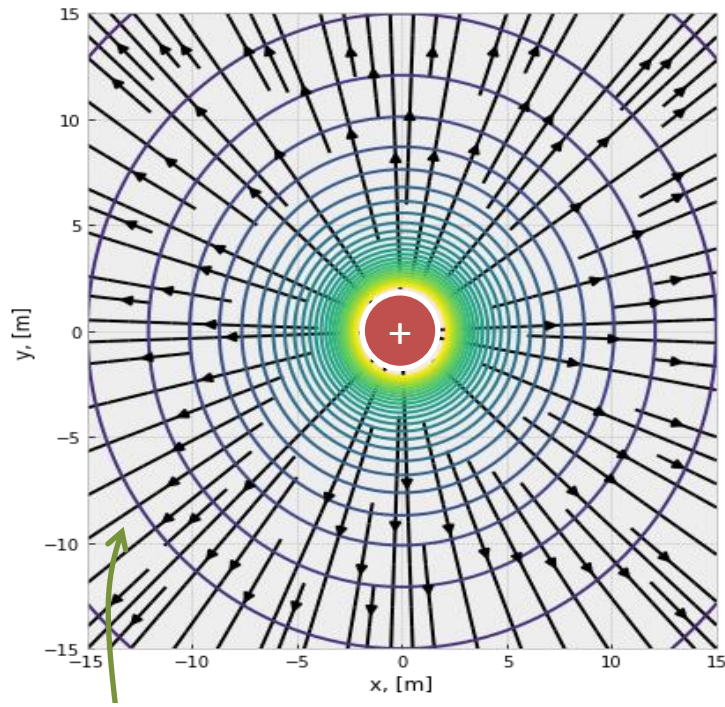
$$V(\vec{r}) = \frac{W_{F_{externa}}}{q}$$



Así definido $V(\vec{r})$ representa el **trabajo por unidad de carga**, que se debe realizar para, en presencia de las fuentes, **traer desde el infinito** hasta el punto $\vec{r}$ una carga q , de manera cuasiestática.

Qué representa $V(\vec{r}) < 0$?

$$V(\vec{r}) = \frac{kq'}{r}$$



equipotenciales: líneas que unen puntos de igual V

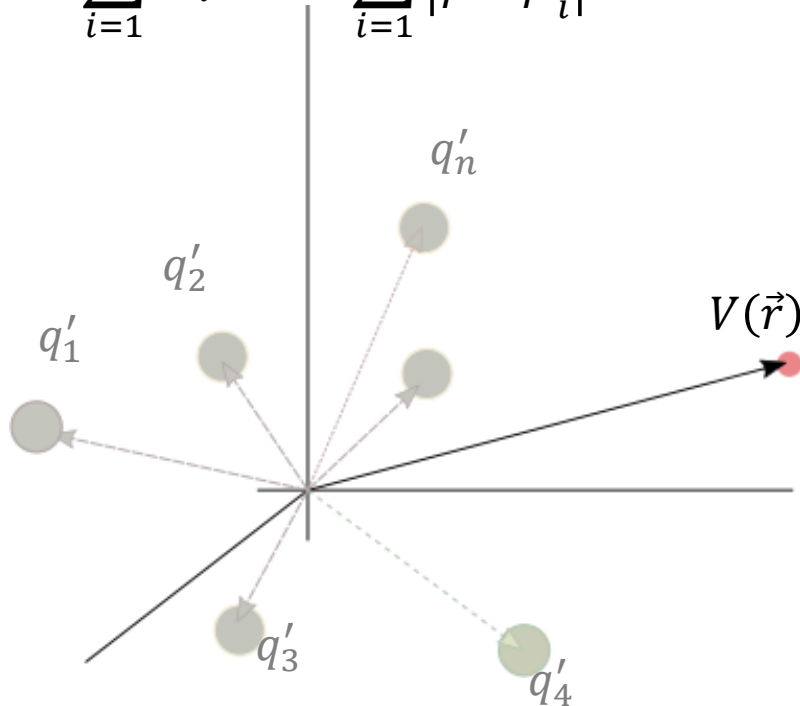
En estos ejemplos notar que $V(\vec{r} \rightarrow 0) \rightarrow \pm\infty$

Así definido $V(\vec{r})$ representa el **trabajo por unidad de carga**, que se debe realizar para, en presencia de las fuentes, **traer desde el infinito** hasta el punto $\vec{r}$ una carga q , de manera cuasiestática.

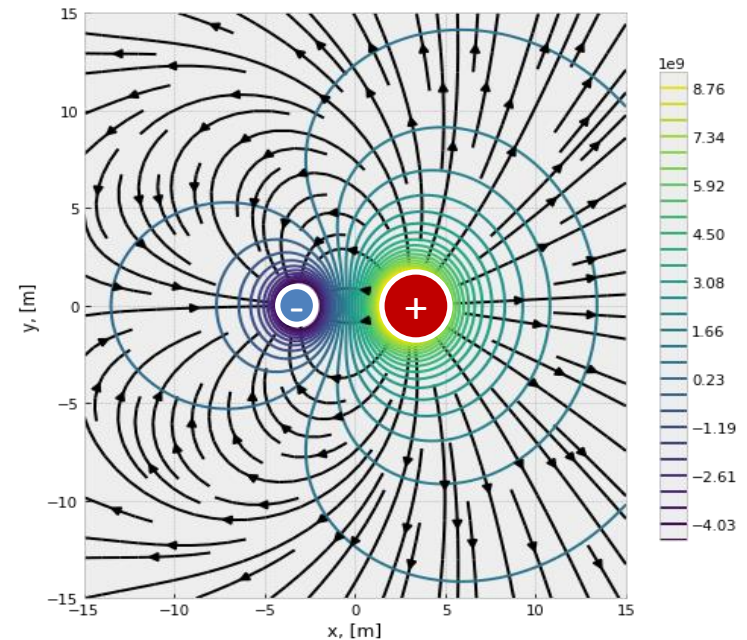
Superposición

Como vale superposición para fuerza Coulombiana y campo, también vale para potencial:

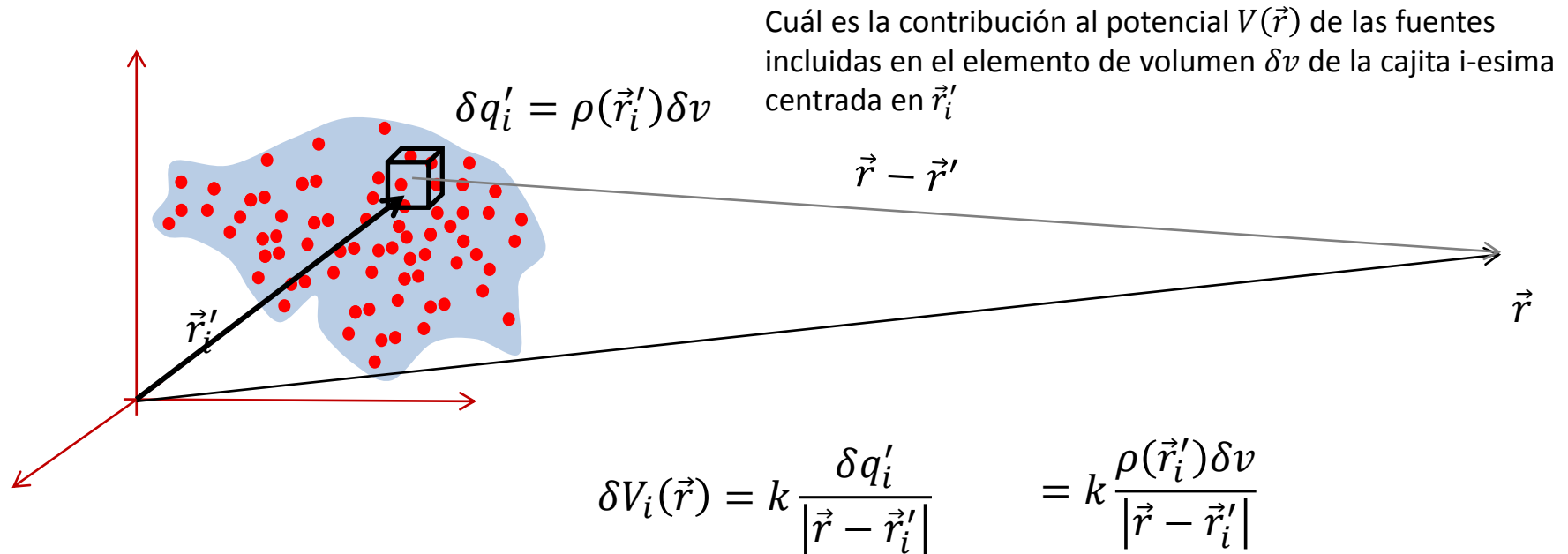
$$V(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n V_{q'_i}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n \frac{kq'_i}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|}$$



$$V(\vec{r}) = \frac{kq'_1}{|\vec{r} - \vec{r}'_1|} + \frac{kq'_2}{|\vec{r} - \vec{r}'_2|}$$



Distribuciones continuas



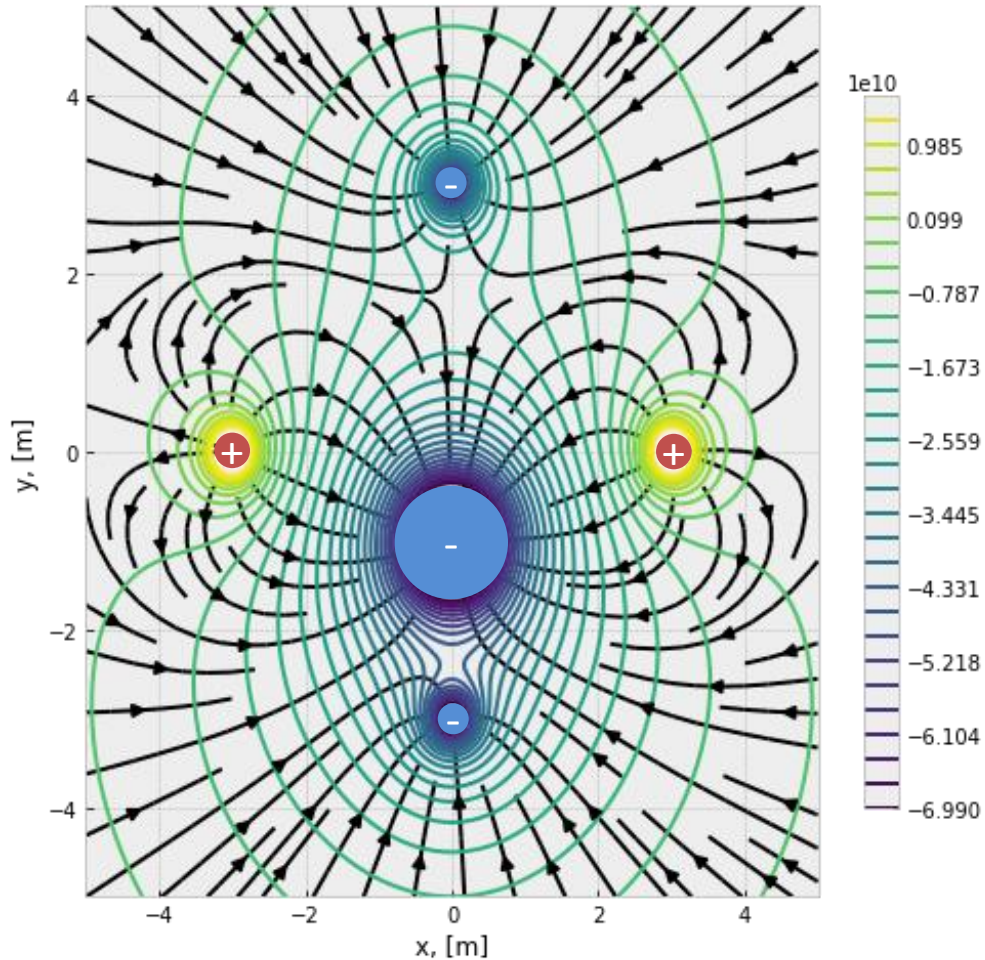
El potencial **total** resulta de sumar la contribución de las cargas de todas las cajitas

$$V(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \delta V_i(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N k \frac{\rho(\vec{r}'_i) \delta v}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|}$$

$\xrightarrow[0 < \delta v \ll 1]{N \rightarrow \infty}$

$$V(\vec{r}) = \int k \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \delta v$$

Dos campos dos



Campo **vectorial**: Fza por unidad de carga debido a las fuentes

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N k \frac{(\vec{r} - \vec{r}'_i)}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|^3} \rho(\vec{r}'_i) \delta v$$

$$V(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N k \frac{\rho(\vec{r}'_i) \delta v}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|}$$

Campo **escalar**: Trabajo por unidad de carga para traer cuasiestáticamente una carga desde lejos en presencia de las fuentes

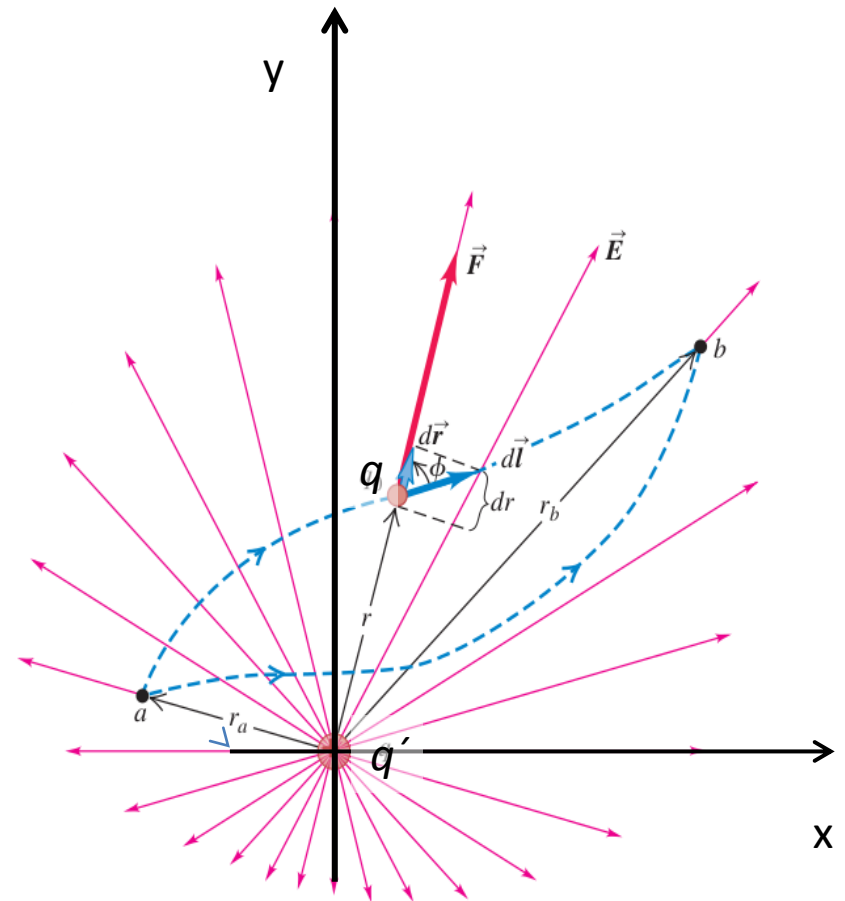
Dos campos dos

Ya vimos que si conozco $\vec{E}(\vec{r})$ puedo obtener V

$$W_{F_{elec}} = -q[V(\vec{r}_b) - V(\vec{r}_a)]$$

$$\int_{\Gamma} q \vec{E} \cdot d\vec{l} = -q[V(\vec{r}_a) - V(\vec{r}_b)]$$

$$V(\vec{r}_b) = - \int_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} + V(\vec{r}_a)$$



Dos campos dos

- Si conozco $\vec{E}(\vec{r})$: $V(\vec{r}_b) = - \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{E} \cdot d\vec{l} + V(\vec{r}_a)$
- Si conozco $V(\vec{r})$:

$$\Delta V(\vec{r}) = \int_{\vec{r}} \overbrace{-\vec{E} \cdot d\vec{l}}^{dV}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

En coordenadas cartesianas:

$$\vec{E} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z}$$
$$d\vec{l} = dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z}$$

$$dV = -E_x dx - E_y dy - E_z dz$$

Pero ademas:

$$dV(x, y, z) = \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} dx + \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} dy + \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} dz$$

$$\left. \begin{aligned} E_x(\vec{r}) &= -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y(\vec{r}) &= -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z(\vec{r}) &= -\frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned} \right\} \vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r})$$

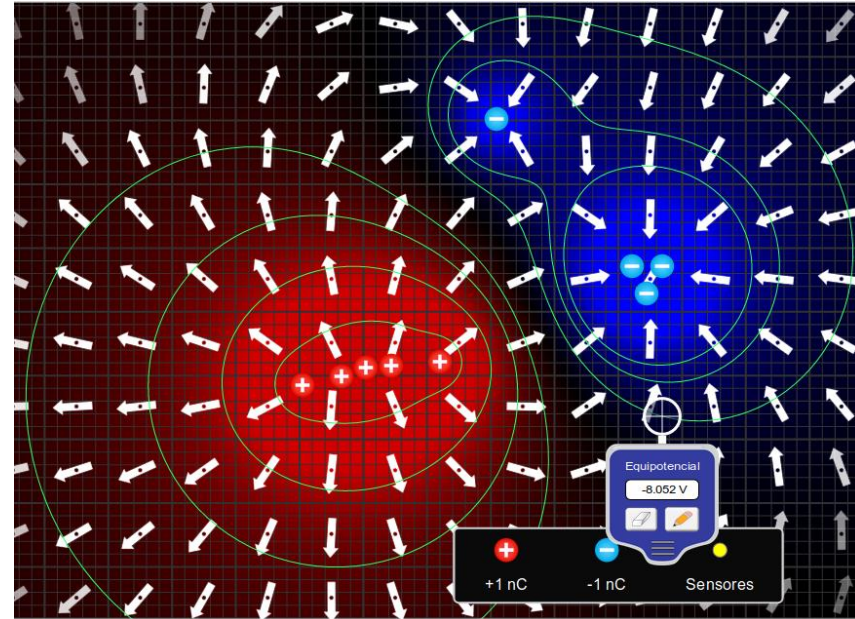
Vector gradiente de V

$$\vec{\nabla} V(\vec{r}) = \left(\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x}, \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y}, \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \right)$$

Dos campos dos

- Si conozco $\vec{E}(\vec{r})$: $V(\vec{r}_b) = - \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{E} \cdot d\vec{l} + V(\vec{r}_a)$
- Si conozco $V(\vec{r})$: $\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V(\vec{r})$

El **gradiente** de una función escalar es un vector que apunta en la máxima dirección de crecimiento



$\vec{E}$ es perpendicular a las líneas equipotenciales

$$\Delta V(\vec{r}) = \int_{\vec{r}} \overbrace{-\vec{E} \cdot d\vec{l}}^{dV} \quad dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = -E dl \cos \phi \quad \text{si } dV = 0 \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{2}$$

El potencial disminuye su valor lo más rápidamente en la dirección de $\vec{E}$

$$dV^* = -\vec{E} \cdot d\vec{l}^* = -E dl \cos \phi^* \longrightarrow \phi^* = 0$$

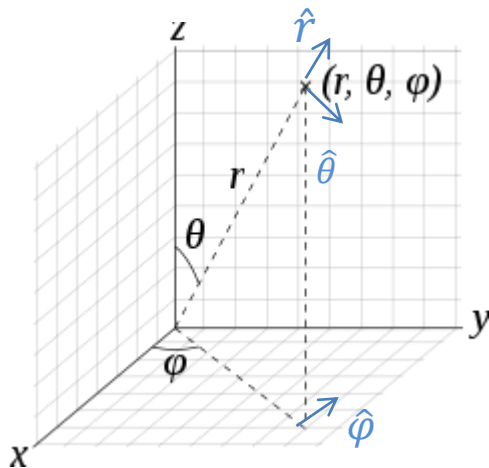
Dos campos dos

- Si conozco $\vec{E}(\vec{r})$: $V(\vec{r}_b) = - \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{E} \cdot d\vec{l} + V(\vec{r}_a)$
- Si conozco $V(\vec{r})$: $\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V(\vec{r})$

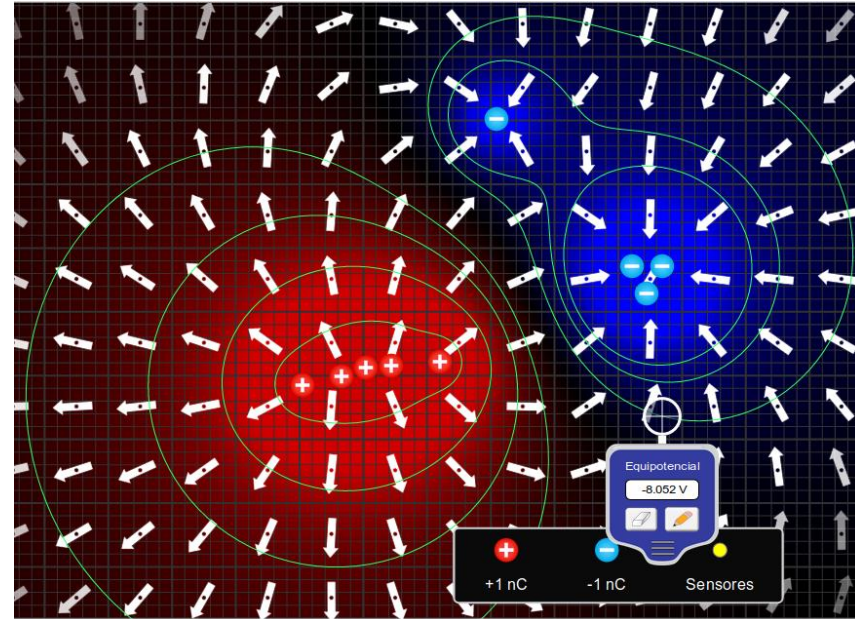
En coordenadas cartesianas:

$$\vec{\nabla}V(\vec{r}) = \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \hat{z}$$

En coordenadas esféricas:



$$\vec{\nabla}V(\vec{r}) = \underbrace{\frac{\partial V(r, \theta, \varphi)}{\partial r}}_{-E_r} \hat{r} + \underbrace{\frac{1}{r} \frac{\partial V(r, \theta, \varphi)}{\partial \theta}}_{-E_\theta} \hat{\theta} + \underbrace{\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V(r, \theta, \varphi)}{\partial \varphi}}_{-E_\varphi} \hat{\varphi}$$



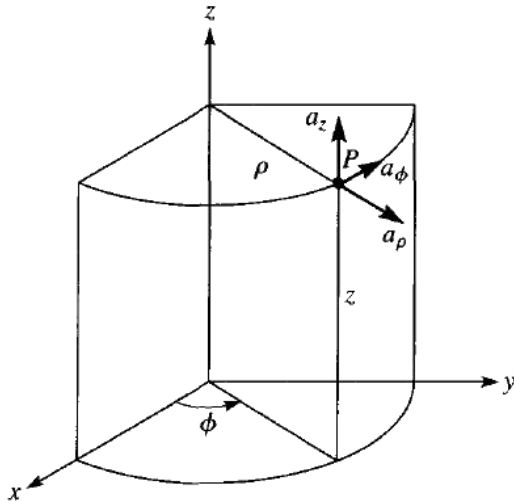
Dos campos dos

- Si conozco $\vec{E}(\vec{r})$: $V(\vec{r}_b) = - \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{E} \cdot d\vec{l} + V(\vec{r}_a)$
- Si conozco $V(\vec{r})$: $\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V(\vec{r})$

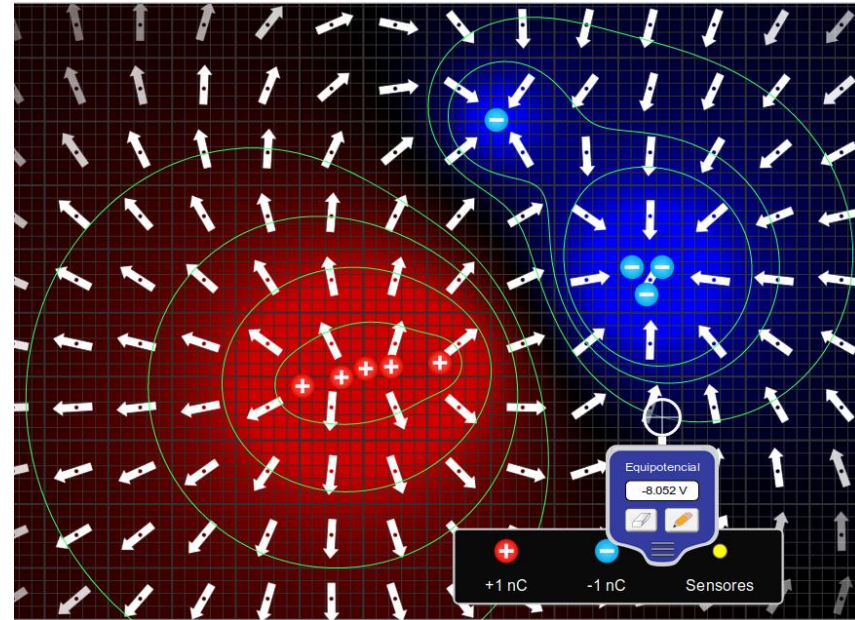
En coordenadas cartesianas:

$$\vec{\nabla}V(\vec{r}) = \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial V(x, y, z)}{\partial z} \hat{z}$$

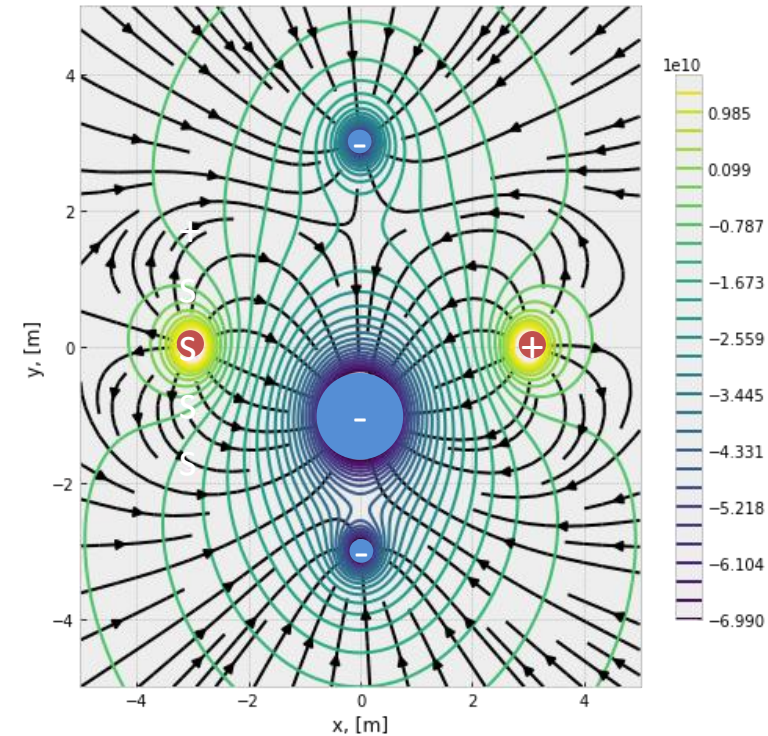
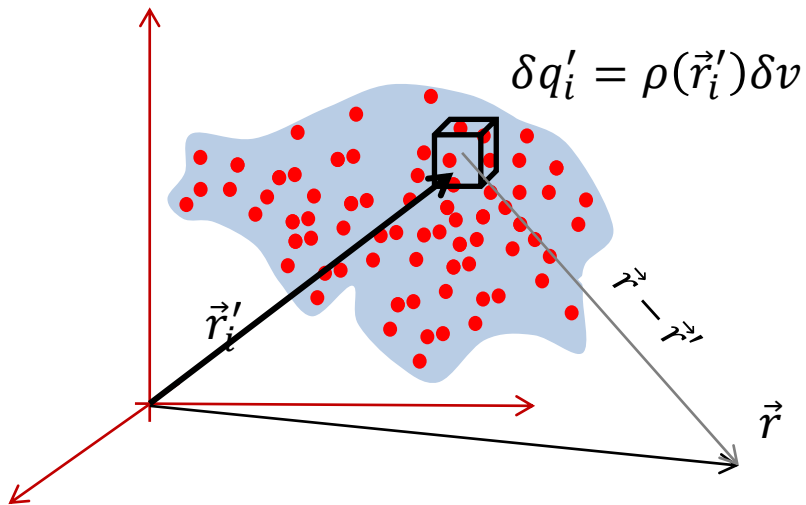
En coordenadas cilíndricas:



$$\vec{\nabla}V(\vec{r}) = \underbrace{\frac{\partial V(\rho, \varphi, z)}{\partial \rho}}_{-E_r} \hat{r} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial V(\rho, \varphi, z)}{\partial \varphi}}_{-E_\theta} \hat{\varphi} + \underbrace{\frac{\partial V(\rho, \varphi, z)}{\partial z}}_{-E_\varphi} \hat{z}$$



Resumen



Si conozco la distribución de cargas fuente ($\delta q_i'$ o $\rho(\vec{r}')$)

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int k \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \rho(\vec{r}') \delta v' \quad \left(\sum_{i=1}^N k \frac{(\vec{r} - \vec{r}_i')}{|\vec{r} - \vec{r}_i'|^3} \delta q_i' \right)$$

$$V(\vec{r}) = \int k \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \delta v \quad \left(\sum_{i=1}^N k \frac{\delta q_i'}{|\vec{r} - \vec{r}_i'|} \right)$$

Si conozco $\vec{E}$

$$V(\vec{r}_b) = - \int_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} + V(\vec{r}_a)$$

Si conozco V

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r})$$

Resumen

Si conozco la distribución de cargas fuente ($\delta q'_i$ o $\rho(\vec{r}')$)

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int k \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \rho(\vec{r}') \delta v' \quad \left(\sum_{i=1}^N k \frac{(\vec{r} - \vec{r}'_i)}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|^3} \delta q'_i \right)$$

$$V(\vec{r}) = \int k \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \delta v \quad \left(\sum_{i=1}^N k \frac{\delta q'_i}{|\vec{r} - \vec{r}'_i|} \right)$$

- Integrar V es más fácil que integrar $\vec{E}$ (integral vectorial)
- Derivar es más fácil que integrar

Entonces...para configuraciones de carga **localizadas** (i.e. podemos poner la ref en el infinito) conviene en general

$$\rho(\vec{r}') \rightarrow V(\vec{r}) = \int k \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \delta v \rightarrow \vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r})$$

Para configuraciones de carga **no-localizadas** $\rho(\vec{r}') \rightarrow E(\vec{r}) \rightarrow V(\vec{r})$

Si conozco $\vec{E}$

$$V(\vec{r}_b) = - \int_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} + V(\vec{r}_a)$$

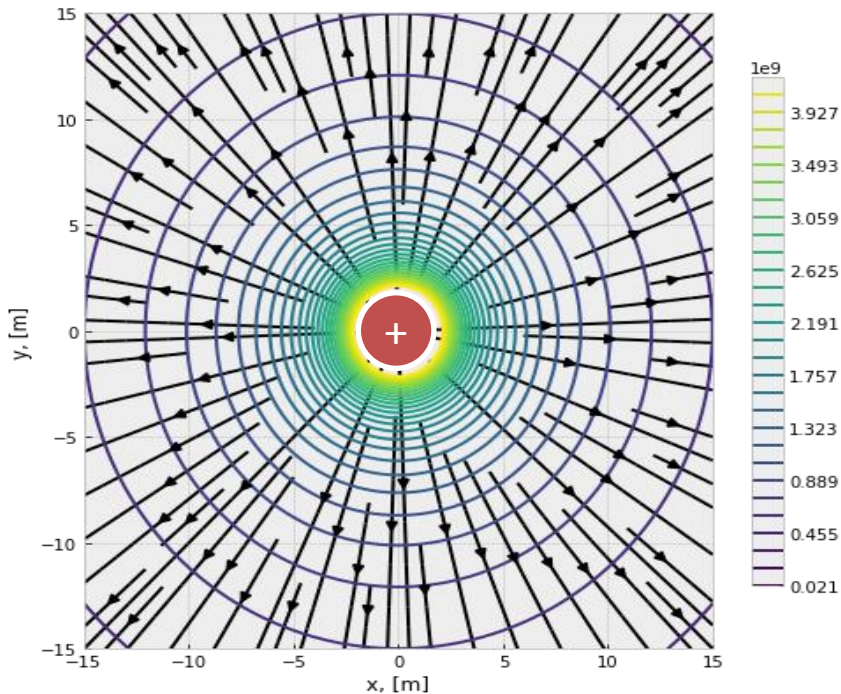
Si conozco V

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla} V(\vec{r})$$

De $V(\vec{r})$ a $\vec{E}(\vec{r})$

Veamos como lo que estuvimos viendo funciona en algunos ejemplos

$$V(\vec{r}) = \frac{kq'}{r}$$



- Como $V(\vec{r}) = V(r)$ las equipotenciales son esferas centradas en el origen ($r=\text{cte}$)

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V(r, \theta, \varphi) = -\vec{\nabla}V(r)$$

$$\vec{\nabla}V(\vec{r}) = \frac{\partial V(r, \theta, \varphi)}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V(r, \theta, \varphi)}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V(r, \theta, \varphi)}{\partial \varphi} \hat{\phi}$$

$$= \frac{\partial V(r)}{\partial r} \hat{r} = \frac{\partial}{\partial r} \frac{kq'}{r} \hat{r} = -k \frac{q'}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = k \frac{q'}{r^2} \hat{r} \quad (\text{perpendicular a equipots})$$

Potencial de un plano infinito

Como esta distribucion es **no-localizada** calculamos V a partir de $\vec{E}$

Recordemos:

$$\vec{E}(\vec{r}) = E(x)\hat{x} = 2\pi k \sigma \operatorname{sign}(x)\hat{x}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$= -2\pi k \sigma \operatorname{sign}(x)\hat{x} \cdot d\vec{l}$$

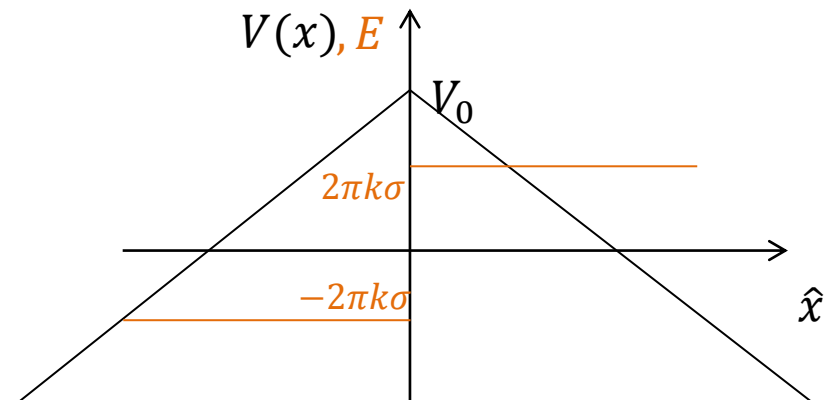
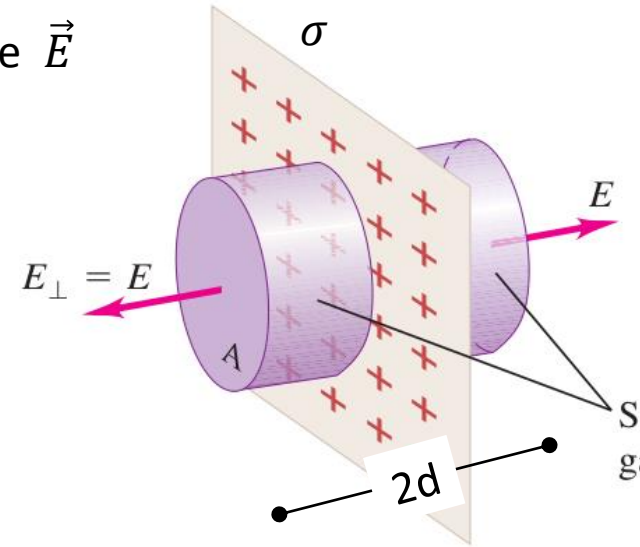
$$dV = -2\pi k \sigma \operatorname{sign}(x)dx$$

$$\int_{x_0}^x dV = - \int_{x_0}^x 2\pi k \sigma \operatorname{sign}(x)dx$$

Si elijo $x_0 = 0$ (sobre el plano)

$$V(x) - V(x_0) = \mp 2\pi k \sigma (x - x_0)$$

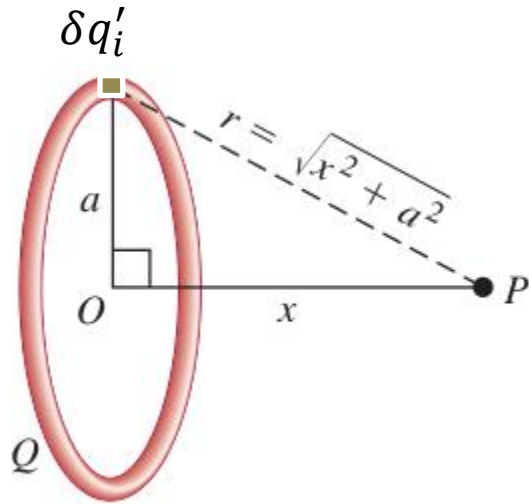
$$V(\vec{r}) = \begin{cases} V_0 - 2\pi k \sigma x & (x > 0) \\ V_0 + 2\pi k \sigma x & (x < 0) \end{cases}$$



Notar que todo cierra:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V = -\frac{\partial V}{\partial x} = 2\pi k \sigma \operatorname{sign}(x)\hat{x}$$

Potencial V en el eje de un anillo cargado

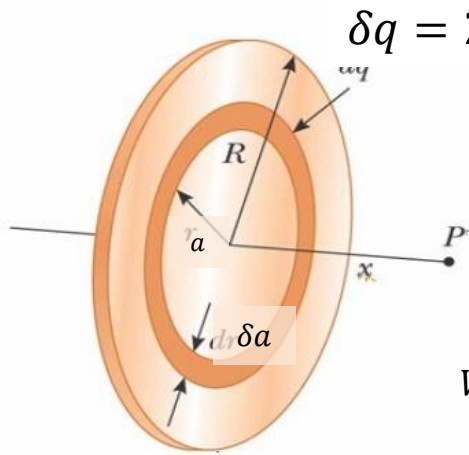


$$\begin{aligned} V(x) &= \int k \frac{\delta q'}{r} = \int k \frac{\delta q'}{\sqrt{x^2 + a^2}} \\ &= \frac{k}{\sqrt{x^2 + a^2}} \int \delta q' = \frac{kQ'}{\sqrt{x^2 + a^2}} \end{aligned}$$

$$V(x) = \frac{kQ'}{|x|} \frac{1}{\sqrt{1 + (a/x)^2}}$$

Notar que cuando $x \gg a$ el potencial es el de una carga en el origen

Potencial V en el eje de un disco cargado



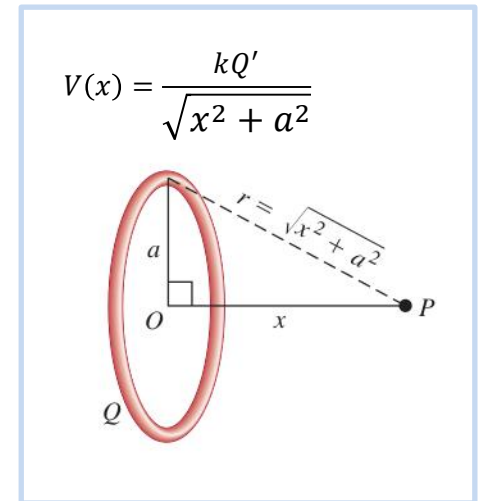
Puedo pensar al disco cargado como una serie de anillos concéntricos y usar superposición

$$\delta V_{\text{anillo}}(x) = \frac{k\delta q}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{k2\pi a \delta a \sigma}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$V(\vec{r}) = \int_0^{\delta a} \delta V_{\text{anillo}} + \int_{\delta a}^{2\delta a} \delta V_{\text{anillo}} + \dots + \int_{R-\delta a}^R \delta V_{\text{anillo}}$$

$$V(\vec{r}) = \int_0^R \frac{k2\pi a \delta a \sigma}{\sqrt{x^2 + a^2}} = 2\pi k\sigma \int_0^R \frac{a\delta a}{\sqrt{x^2 + a^2}} = 2\pi k\sigma \left(\sqrt{x^2 + R^2} - \sqrt{x^2} \right)$$

$$= 2\pi k\sigma \left(\sqrt{x^2 + R^2} - |x| \right)$$



Que debería pasar **muy cerca del disco** ($x \ll R$)?

$$\sqrt{x^2 + R^2} = R \sqrt{1 + \left(\frac{x}{R}\right)^2} \sim R \left[1 + \frac{(x/R)^2}{2} \right]$$

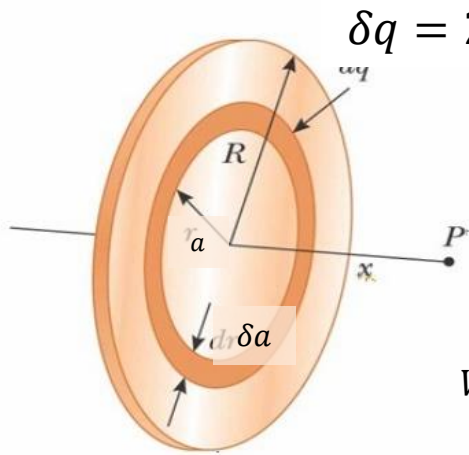
Expresión del potencial de un plano infinito(!) Tiene sentido?

$$V(\vec{r}) \sim 2\pi k\sigma R \left[1 + \frac{(x/R)^2}{2} - \frac{|x|}{R} \right]$$

$$\sim 2\pi k\sigma R \left[1 - \frac{|x|}{R} \right]$$

$$V(\vec{r}) \sim 2\pi k\sigma R - 2\pi k\sigma |x|$$

Potencial V en el eje de un **disco** cargado



Puedo pensar al disco cargado como una serie de anillos concéntricos y usar superposición

$$\delta V_{\text{anillo}}(x) = \frac{k\delta q}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{k2\pi a \delta a \sigma}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

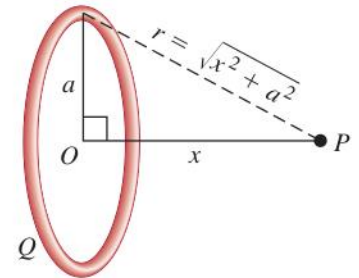
$$V(\vec{r}) = \int_0^{\delta a} \delta V_{\text{anillo}} + \int_{\delta a}^{2\delta a} \delta V_{\text{anillo}} + \dots + \int_{R-\delta a}^R \delta V_{\text{anillo}}$$

$$V(\vec{r}) = \int_0^R \frac{k2\pi a \delta a \sigma}{\sqrt{x^2 + a^2}} = 2\pi k\sigma \int_0^R \frac{a\delta a}{\sqrt{x^2 + a^2}} = 2\pi k\sigma \left(\sqrt{x^2 + R^2} - \sqrt{x^2} \right)$$

$$V(\vec{r}) = 2\pi k\sigma |x| \left(\sqrt{1 + (R/x)^2} - 1 \right)$$

Puedo usar este resultado para determinar V de un plano infinito?
Que pasa con el limite $R \rightarrow \infty$? Cual es el problema?

$$V(x) = \frac{kQ'}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$



Para cargas no localizadas tengo que estimar E primero