# 09. Dipolo magnético
# Ampere

# Fuerza magnética sobre una espira

Consideremos una espira por la que circula corriente *I* inmersa en un campo unifome: $\vec{B} = B_x\hat{x} + B_y\,\hat{y}$

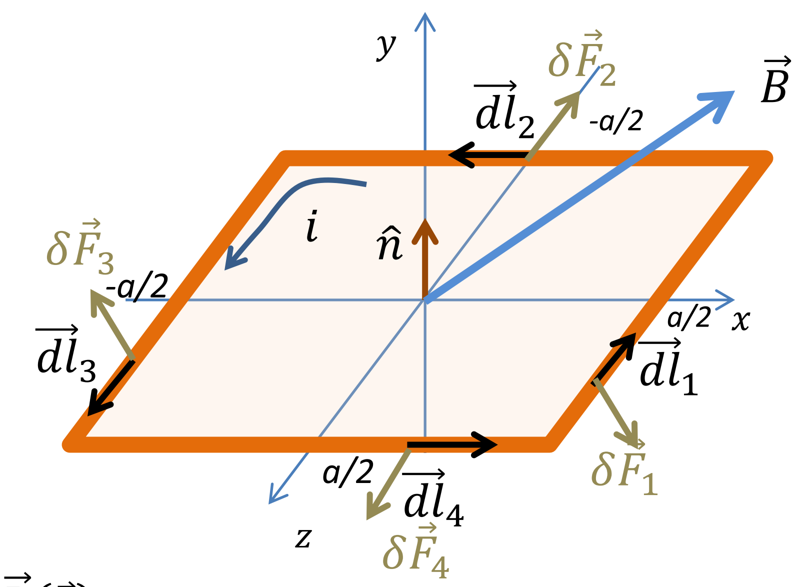
El circuito de la espira está definido por

$\overrightarrow{dl}_1 = -dl\,\hat{z}$ para $-a/2 < z < a/2$

$\overrightarrow{dl}_2 = -dl\,\hat{x}$ para $-a/2 < x < a/2$

$\overrightarrow{dl}_3 = dl\,\hat{z}$ para $-a/2 < z < a/2$

$\overrightarrow{dl}_4 = dl\,\hat{x}$ para $-a/2 < x < a/2$




Sobre cada segmento de la espira aparece una fuerza

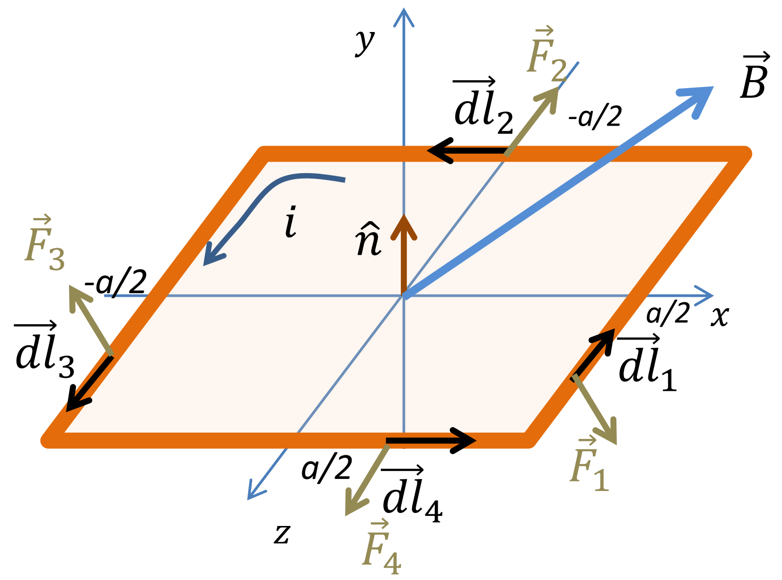
$$\delta\vec{F}_B = I\,\overrightarrow{dl}\times\vec{B}(\vec{r})$$

# Fuerza magnética sobre una espira

Consideremos una espira por la que circula corriente *I* inmersa en un campo unifome: $\vec{B} = B_x\hat{x} + B_y\,\hat{y}$

$$\delta\vec{F}_B = I\,\overrightarrow{dl}\,\mathrm{x}\,\vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{F}_i = I\int\overrightarrow{dl}\,\mathrm{x}\,\vec{B}(\vec{r}) = I\left(\int\overrightarrow{dl}\right)\mathrm{x}\,\vec{B}(\vec{r})$$




$$\vec{F}_1 = I\,a\,(-\hat{z})\,\mathrm{x}\,\vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{F}_2 = I\,a\,(-\hat{x})\,\mathrm{x}\,\vec{B}(\vec{r}) = I\,a\,(-\hat{x})\,\mathrm{x}\,B_y\hat{y}$$

$$= I\,a\,B_y(-\hat{z})$$

$$\vec{F}_3 = I\,a\,\hat{z}\,\mathrm{x}\,\vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{F}_4 = I\,a\,\hat{x}\,\mathrm{x}\,\vec{B}(\vec{r}) = I\,a\,B_y\hat{z}$$

$$\vec{F}_4 = -\vec{F}_2$$

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_3$$

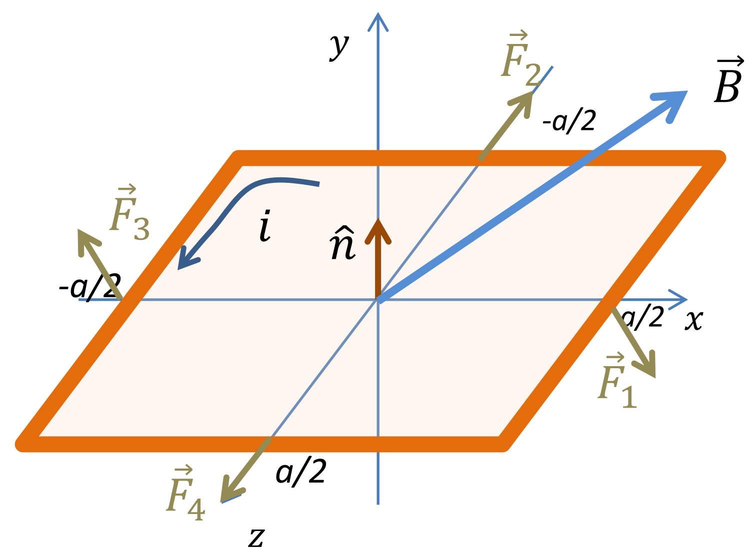
$$\boxed{\vec{F}_{Tot} = 0}$$

# Fuerza magnética sobre una espira

Consideremos una espira por la que circula corriente *I* inmersa en un campo unifome: $\vec{B} = B_x\hat{x} + B_y\,\hat{y}$

$$\delta\vec{F}_B = I\,\overrightarrow{dl}\times\vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{F}_i = I\int\overrightarrow{dl}\times\vec{B}(\vec{r}) = I\left(\int\overrightarrow{dl}\right)\times\vec{B}(\vec{r})$$




$$\vec{F}_1 = I\,a\,(-\hat{z})\times\vec{B}(\vec{r})$$

$$\vec{F}_2 = I\,a\,(-\hat{x})\times\vec{B}(\vec{r}) = I\,a\,(-\hat{x})\times B_y\hat{y} = I\,a\,B_y(-\hat{x})$$

$$\vec{F}_3 = I\,a\,(-\hat{x})\times\vec{B}(\vec{r}) = I\,a\,B_y\hat{x}$$

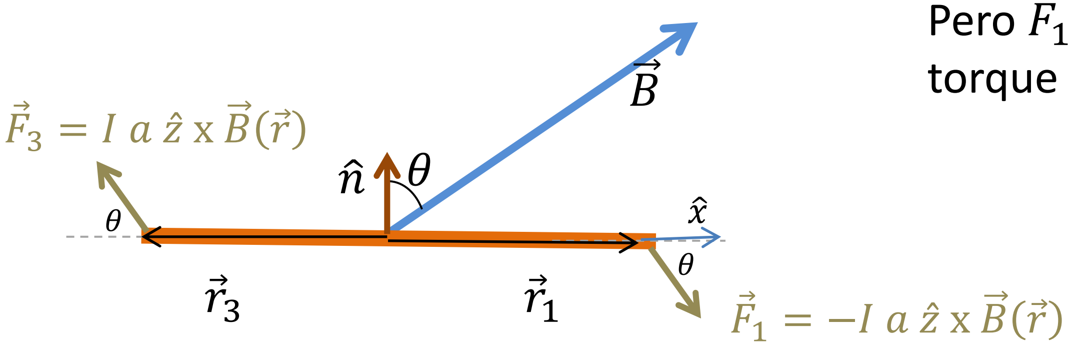
$$\vec{F}_4 = I\,a\,\hat{z}\times\vec{B}(\vec{r})$$

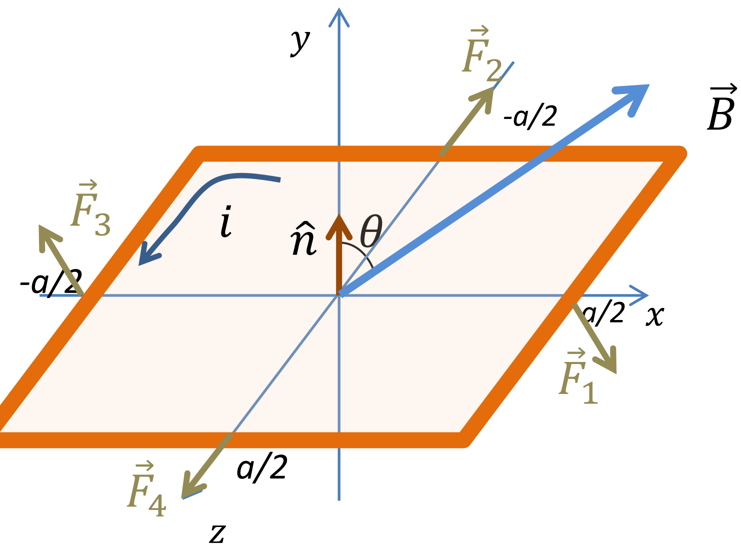
$$\longrightarrow \quad \vec{F}_4 = -\vec{F}_2 \qquad \vec{F}_1 = -\vec{F}_3 \quad \longrightarrow \quad \vec{F}_{Tot} = 0$$

# Fuerza magnética sobre una espira

$$\vec{F}_{Tot} = 0$$

Pero $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_3$ son fzas opuestas que realizan torque (momento) sobre la espira




$$\begin{aligned}\vec{\tau}_3 &= \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 \\ &= \frac{a}{2}(-\hat{x}) \times \vec{F}_3 \\ &= \frac{a}{2} F_3 \sin\theta\,(-\hat{z}) \\ &= \frac{a}{2} IaB \sin\theta\,(-\hat{z})\end{aligned}$$

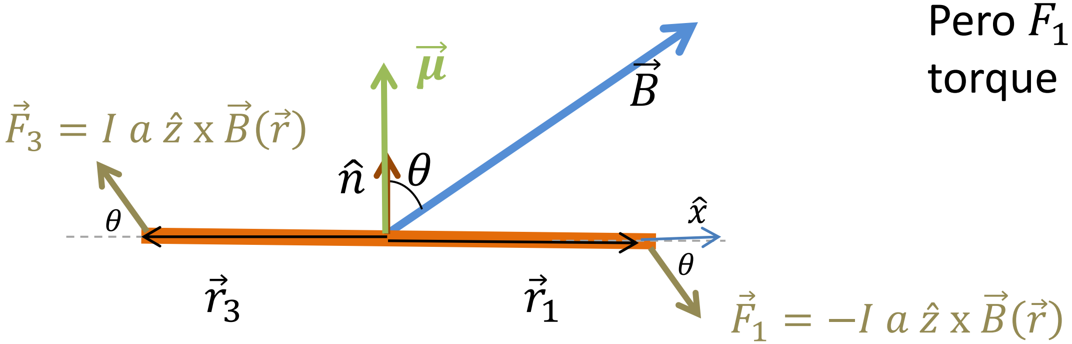
$$\begin{aligned}\vec{\tau}_1 &= \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 \\ &= \frac{a}{2}\hat{x} \times \vec{F}_1 \\ &= \frac{a}{2} F_1 \sin\theta\,(-\hat{z}) \\ &= \frac{a}{2} IaB \sin\theta\,(-\hat{z})\end{aligned}$$

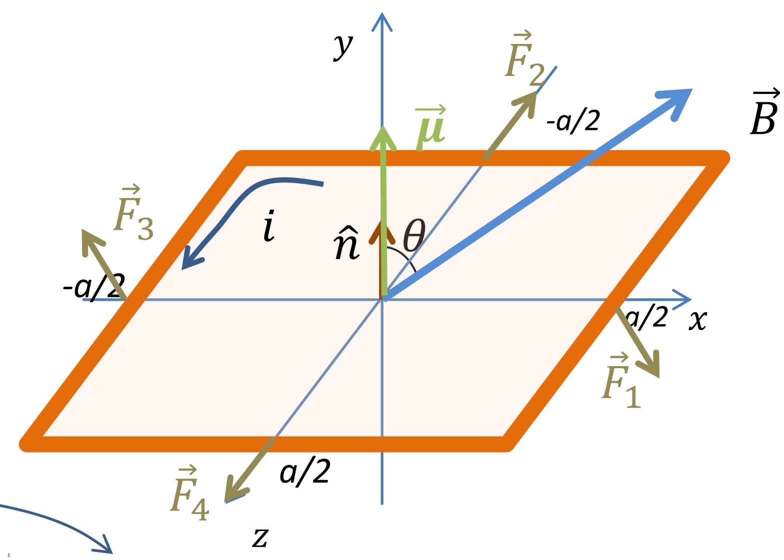
$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_3 \quad = Ia^2 B \sin\theta\,(-\hat{z})$$

# Fuerza magnética sobre una espira

$$\vec{F}_{Tot} = 0$$

Pero $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_3$ son fzas opuestas que realizan torque (momento) sobre la espira




$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_3 \ = I a^2 B \sin\theta\,(-\hat{z})$$

Propiedades de la espira

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}}$$

Definimos el momento dipolar magnético de la espira:

$$\boxed{\vec{\mu} = I\ \times\ area\ \hat{n}}$$

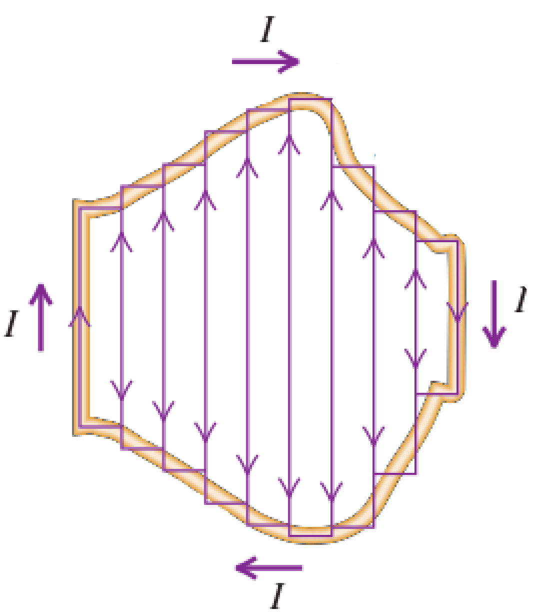
El torque tiende a alinear $\vec{\mu}$ con $\vec{B}$

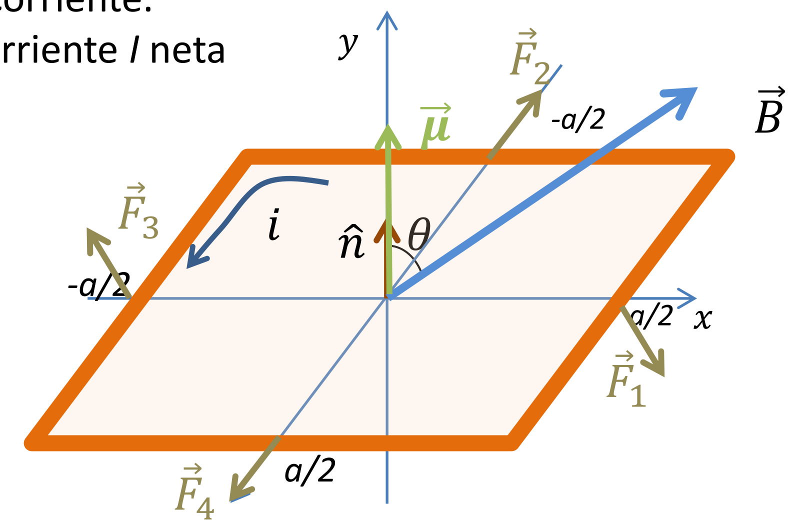
- Toda espira de corriente esta caracterizada por su $\vec{\mu}$
- Notar que adoptamos el sentido de $\hat{n}$ compatible con el sentido de circulación de corriente (regla mano derecha)

# Vale para toda espira

Lo pensamos para una espira cuadrada…pero vale para cualquier espira…

- Una espira de cualquier forma puede aproximarse por un número grande de espiras rectangulares por los que circula la misma corriente.
- Corrientes internas se anulan y puedo modelar una corriente *I* neta circulando por la espira original

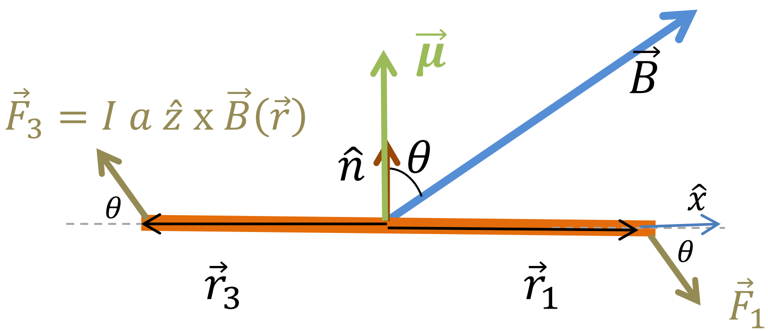



$$\vec{\mu} = I \times area\,\hat{n}$$

# Energía potencial (de orientación) de un dipolo magnético

El campo magnético hace rotar al dipolo.
Cuanto trabajo realiza para cambiar su orientación?




$$dW = -\tau\ d\theta$$

- proporcional al angulo rotado
- el signo se debe a que el trabajo tiende a achicar el angulo $\theta$

$$dW = -\tau\ d\theta = -\mu B \sin\theta\ d\theta$$

Este trabajo tiende a minimizar la **energía potencial de orientación** del sistema espira-campo

Haciendo este trabajo igual a la disminición de la energia de orientación

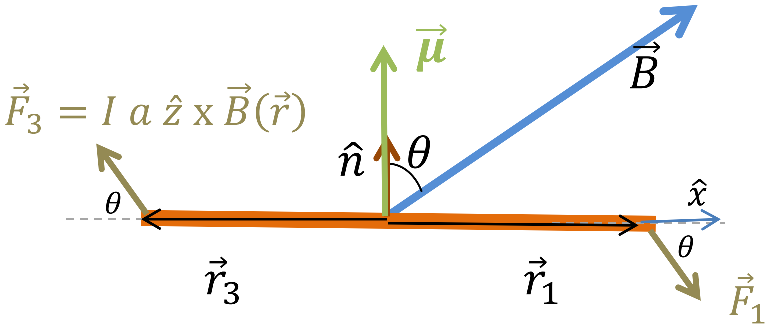
tomando $U_0 = 0$

$$dU = -dW = \mu B \sin\theta\ d\theta$$

$$\boxed{U = -\mu B \cos\theta + \cancel{U_0} = \vec{\mu}.\vec{B}}$$

$$\int dU = \mu B \int \sin\theta\ d\theta$$

# Energía potencial (de orientación) de un dipolo magnético




El campo magnético hace rotar al dipolo.
Cuanto trabajo realiza para cambiar su orientación?

$$dW = -\tau\ d\theta$$

- proporcional al angulo rotado
- el signo se debe a que el trabajo tiende a achicar el angulo $\theta$

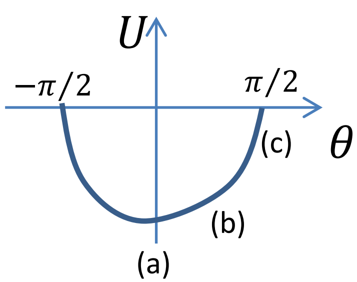
$$dW = -\tau\ d\theta = -\mu B \sin\theta\ d\theta$$

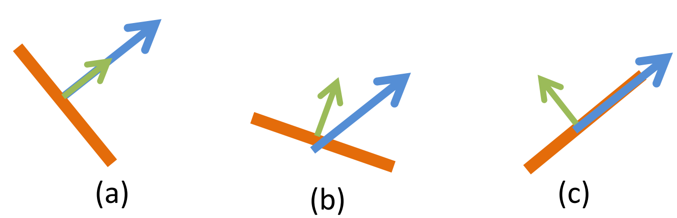
Este trabajo tiende a minimizar la **energía potencial de orientación** del sistema espira-campo

Haciendo este trabajo igual a la disminición de la energia de orientación

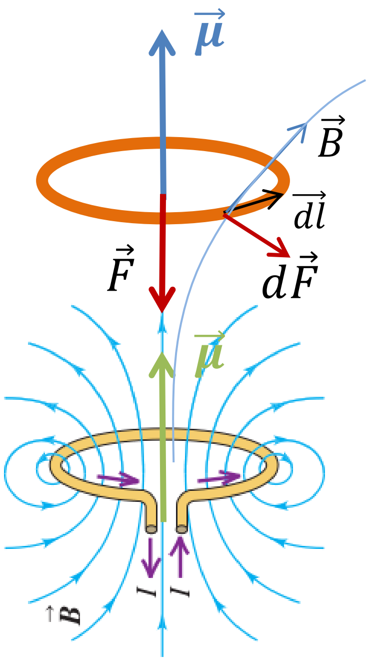
tomando $U_0 = 0$

$$\boxed{U = -\mu B \cos\theta + \cancel{U_0} = \vec{\mu}.\vec{B}}$$



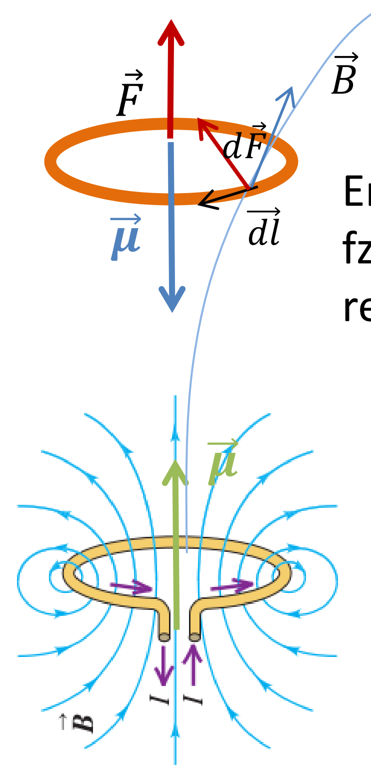
# Fuerza entre dos dipolos




$$d\vec{F}_B = I\,\vec{dl} \times \vec{B}(\vec{r})$$

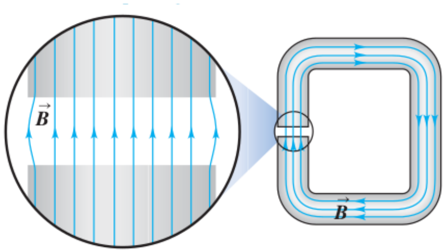
Tiene una componente radial y otra hacia abajo

La fuerza neta total resulta atractiva

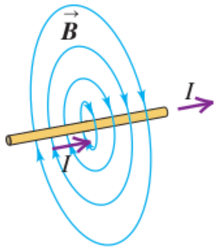



En este caso la fza neta resulta repulsiva

# Ley de Gauss magnética



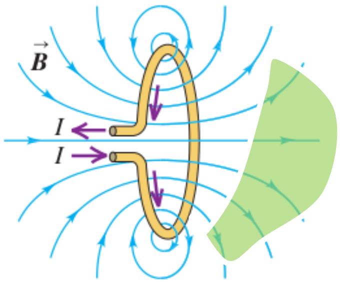

- Las líneas de campo magnético siempre son **cerradas** (no tienen principio ni fin, como las del campo eléctrico)

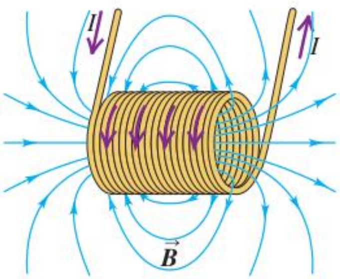



- El flujo magnético total a través de cualquier superficie cerrada es siempre igual a cero

$$\oiint \vec{B}.\hat{n}\, dS = 0$$

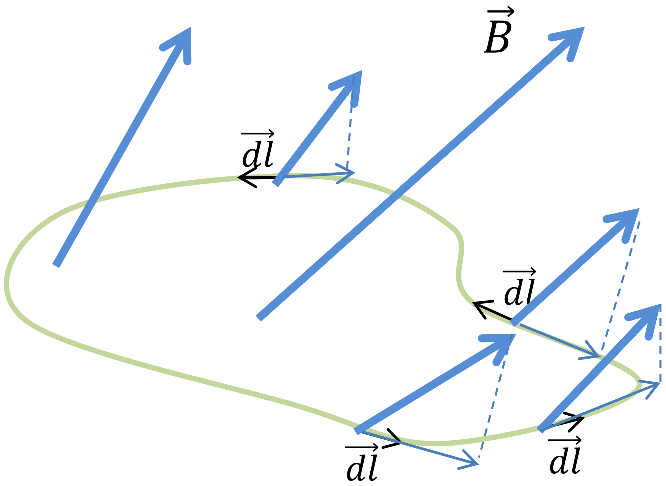
$$\oiint \vec{E}.\hat{n}\, dS = 4\pi k\, Q_{encerrada}$$




- La ley de Gauss para la magnetostática implica que **no hay monopolos magneticos**
- La ´*unidad*´ magnética es el dipolo magnético (i.e. espira con corriente)

# Ley de Ampère




Supongamos una región del espacio donde hay un ***B***

Consideremos un camino orientado **C**

Cuanto vale la suma de todas las proyecciones de ***B*** sobre nuestra curva?

Circulación de ***B*** sobre el circuito orientado C $= \oint_C \vec{B}.\vec{dl}$

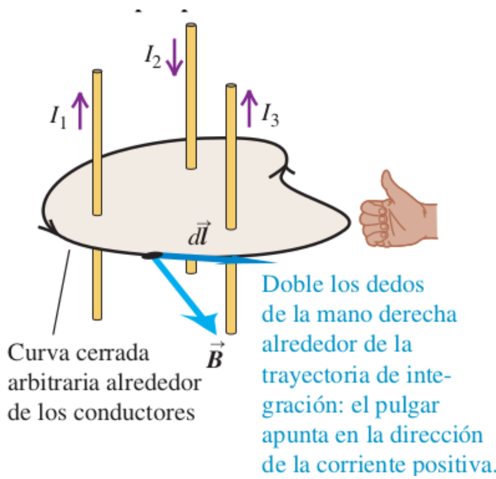
Ley de Ampère

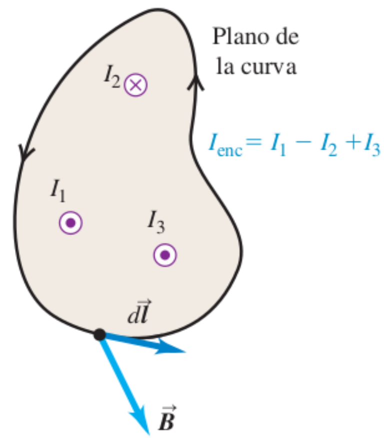
$$\oint_C \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 \, I_{concatenada}$$

Intensidad de corriente *concatenada* por la espira (en nuestro ejemplo es nula)

# Ley de Ampère: ejemplo

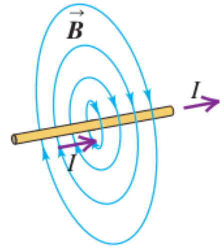
$$\oint_C \vec{B}.\overrightarrow{dl} = \mu_0\, I_{concatenada}$$




Fisica universitaria – Sears-Semansky

# Campo de un hilo

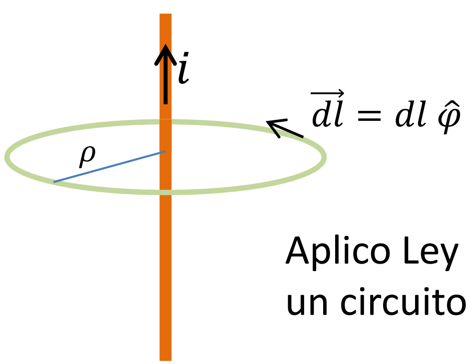



$$\oint_C \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0\, I_{concatenada}$$

- La ley de Ampère impone una ecuación, no para el campo directamente sino para una integral de ***B*** (similar a ley de Gauss para ***E***), la que define su circulación.

- Sin embargo, en situaciones de alta simetría, podemos usarlo para estimar ***B***

Campo generado por un conductor largo y recto por el que circula una corriente *I*




Por simetría $\quad \vec{B} = B(\rho)\hat{\varphi}$

Aplico Ley de Ampère sobre un circuito circular de radio $\rho$

$$\oint_C \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0\, I_{concatenada}$$

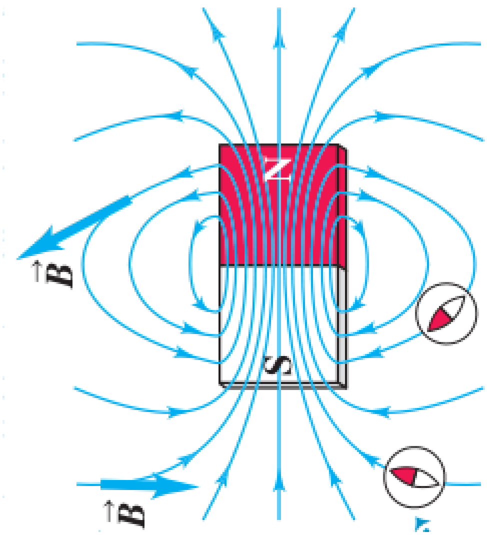
$$\oint_C B(\rho)\hat{\varphi}.\hat{\varphi}dl \; = \mu_0\, i$$

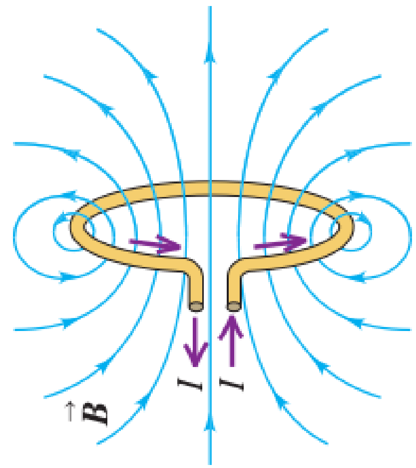
$2\pi\rho$

$$B(\rho)\oint_C \; dl \; = \mu_0\, i$$

$$\boxed{B(\rho) \; = \mu_0\, \frac{i}{2\pi\rho}}$$

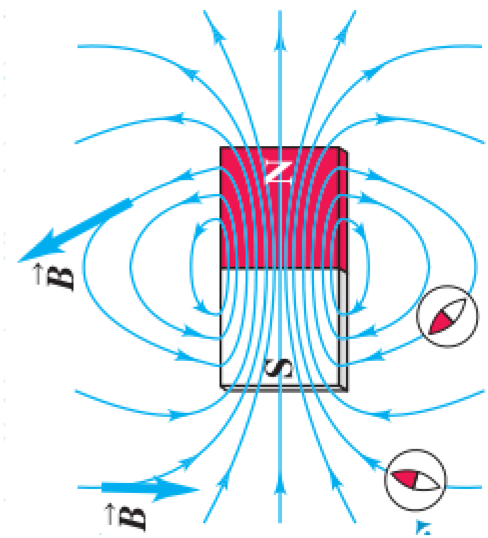
# Materiales magnéticos

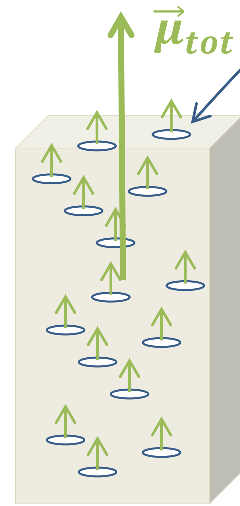


Vimos que las corrientes eran fuentes de campos magnéticos, pero…por qué un imán genera ***B***?

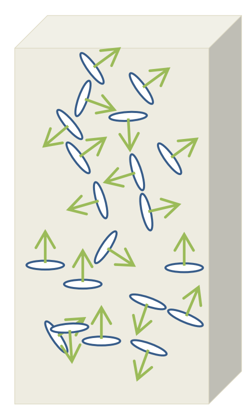
# Materiales magnéticos




**Micro-espiras de corriente**: electrones orbitando centros atómicos

Material magnético (espiras alineadas macroscopicamente)



Material no-magnético (espiras no alineadas macroscopicamente)

$$\vec{\mu}_{tot} = 0$$