Clase 2/9/2020

Ley de Coulomb

Si se tienen dos partículas con carga q_1 y q_2 a una distancia r como muestra la figura (1). Entonces la fuerza eléctrica que siente q_2 debido a q_1 será

$$\boldsymbol{F}_{2,1} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}, \tag{1}$$

con $k = 1/4\pi\epsilon_0$ y $\hat{r}$ la dirección del vector $\boldsymbol{r}$

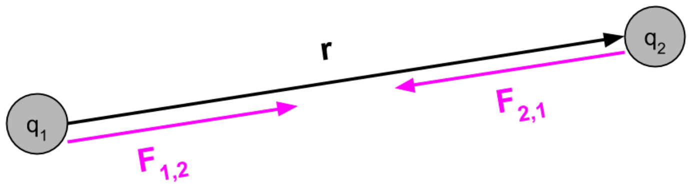

Figura 1: *Sistema de dos cargas q_1 y q_2 a una distancia **r**, con la esquematización de las fuerzas eléctricas en ambas cargas.*

Ahora, si recordamos algo de mecánica se puede decir que la fuerza que siente q_1 debido a q_2 ($\boldsymbol{F}_{1,2}$) tiene el mismo módulo y dirección que $\boldsymbol{F}_{2,1}$ pero en sentido contrario. Lo que significa que $\boldsymbol{F}_{2,1} = -\boldsymbol{F}_{1,2}$.

Fuerza Gravitatoria

La forma que tiene la fuerza de Coulomb es bastante parecida a la fuerza gravitatoria, recordemosla un poco así podemos compararlas. En la figura (2) hay un sistema parecido al anterior pero en vez de tener cargas tienen masas m_1 y m_2. Entonces, por ejemplo, la masa m_2 siente una fuerza gravitatoria debido a m_1:

$$\boldsymbol{F}_{G2,1} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{r} \tag{2}$$

acá G es la constante gravitatoria y tiene un menos, pero la forma es básicamente la misma. Pero la gran diferencia es que las masas solo pueden ser positivas, entonces la fuerzas grav. solo puede ser atractiva.

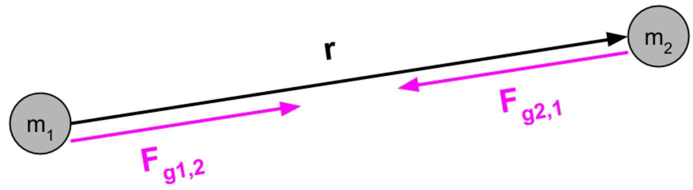

Figura 2: *Sistema con dos masas y sus atracciones gravitatorias.*

Por el lado de la fuerza Coulombiana, las cargas pueden tomar valores negativos también, entonces puede ser tanto repulsiva como atractiva de tal forma que:

- Si las dos tienen el mismo signo (+ o -) $\Rightarrow$ Es repulsiva
- Si las dos cargas tienen signo contrario $\Rightarrow$ Es atractiva

Como agregado, podemos ver que si miro la fuerza eléctrica en función de una de las carguitas (por ejemplo q_2), es decir $\boldsymbol{F}_{2,1} = q_2[\frac{kq_1\hat{r}}{r^2}]$, lo que queda solo en función de la otra carga es el campo eléctrico que genera ($\boldsymbol{E}_1$) en todo el espacio $\Rightarrow \boldsymbol{F}_{2,1} = q_2\boldsymbol{E}_1$. En otras clases lo vamos a ver mejor, pero la idea es que si calculo una vez como es el campo generado por una carga, puedo mover a la otra de lugar y voy a saber que fuerza sentirá en ese nuevo punto del espacio.

Problema 3

El ejercicio 3 de la guía 1 (Electrostática), consiste en el sistema con 4 cargas en los extremos de un cuadrado (cargas fuente) y una en el centro (carga prueba), como muestra la figura (3). Lo que se busca es saber que fuerza sentirá la carga del centro debido a las demás, por eso consideramos a esas cargas fuente y la del centro de prueba (Si no se entiende la sutileza, pueden consultar).

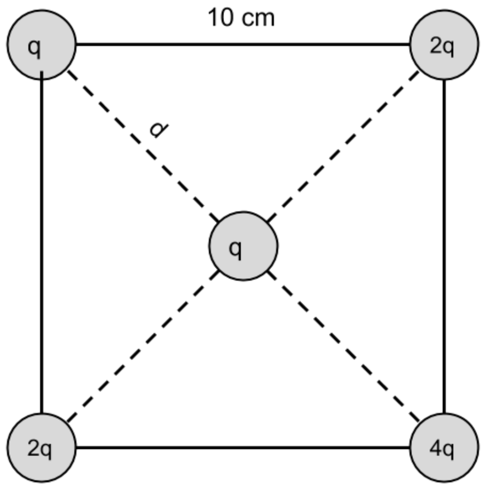

Figura 3: *Esquema del ejercicio*

Ya vimos como calcular la fuerza en nuestra carga prueba debido a una sola carga, pero como la fuerza de Coulomb cumple el principio de superposición (básicamente la fuerza total es la suma de todas las fuerzas), podemos calcular por separado y luego juntarlas. Una observación es que las fuerzas serán todas repulsivas, ya que independientemente de si $q > 0$ o $q < 0$, todas las cargas tienen el mismo signo.

Intentemos de usar la intuición: como hay dos cargas opuestas con la misma carga ($2q$), que obviamente están a la misma distancia, se puede esperar que ambas se anulen entre si. De esta manera solo estará la fuerza en la dirección de las dos que faltan (q y $4q$), pero como están tambien equidistantes y una tiene mayor carga que otra, se espera que la fuerza vaya en sentido opuesto a la carga mas grande.

Ahora si veamos si da así, primero hay que establecer un sistema de referencia. Si los pongo como en la figura (4) tengo la ventaja de que todas las fuerzas tendrán componentes o en el eje x o en el eje (no de ambos).

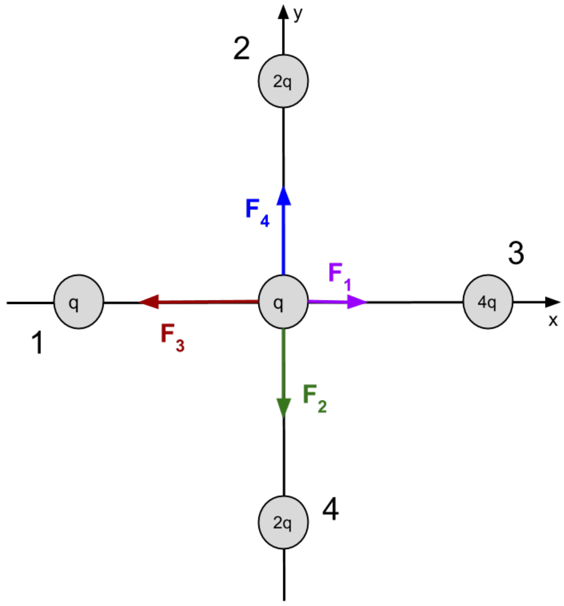

Figura 4: *Diagrama del cuerpo libre donde se enumeró a las cargas para notar mas fácil las fuerzas dibujadas.*

Una vez dibujadas las fuerzas las escribimos por separado y sumamos:

1. $\boldsymbol{F}_1 = k\frac{qq}{d^2}\hat{x} = k\frac{q^2}{d^2}\hat{x}$
2. $\boldsymbol{F}_2 = k\frac{2q^2}{d^2}(-\hat{y})$
3. $\boldsymbol{F}_3 = -k\frac{4q^2}{d^2}\hat{x}$
4. $\boldsymbol{F}_4 = k\frac{2q^2}{d^2}\hat{x}$

Entonces la suma da: $\boldsymbol{F}_{Tot} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \boldsymbol{F}_4 \Rightarrow \boldsymbol{F}_{Tot} = \frac{kq^2}{d^2}\hat{x} - \frac{2kq^2}{d^2}\hat{y} - \frac{4kq^2}{d^2}\hat{x} + \frac{2kq^2}{d^2}\hat{y}$
$\Rightarrow \boldsymbol{F}_{Tot} = -3\frac{kq^2}{d^2}\hat{x}$
Efectivamente da como esperabamos. Ahora solo falta usar Pitágoras para calcular d y reemplazar los valores para ver que da como en la respuesta de la guía.

Bonus

En este ejercicio se ve que la fuerza que siente la carga es como si hubiese una sola carga $3q$ en el lugar de la carga $4q$, pero ¿es lo mismo siempre reemplazar la configuración entera por esa única carga?. *Ayuda:* Piensen que pasa si cambiamos la carga del centro de lugar.