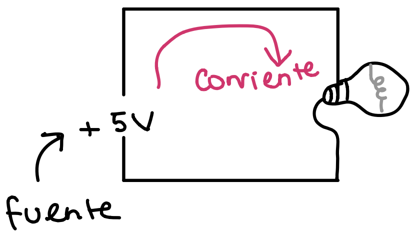
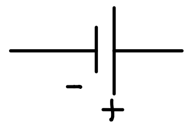
Corriente continua, ley de Ohm y leyes de Kirchhoff

Hasta ahora estuvimos discutiendo sobre cargas y campos eléctricos. Sabemos que si tenemos una distribución de carga, se genera una diferencia de potencial: tenemos energía para mover cargas, o dicho de otra forma, podemos generar una corriente. Si tengo una batería, que es un objeto que fija una diferencia de potencial, podemos hacer circular cargas, y a partir de la energía cinética que tienen las cargas, se pueden hacer cosas como encender una lamparita.



¿Qué elementos tenemos?

1. **Fuente de tensión**, impone una diferencia de potencial V.
   Se representa con el símbolo



   donde la pata más larga está a un potencial V mayor que la pata más corta.

2. **Cables**. Son conductores con baja resistividad. Los aproximamos como equipotenciales, lo que implica que dos puntos que están conectados por un cable están al mismo potencial.

3. **Cargas resistivas**. En nuestro ejemplo sencillo es la lamparita, a la que quiero enviarle energía para, por ejemplo, encenderla e iluminar. Las cargas tienen la propiedad de tener **resistencia**, que pone un límite a cuánto se aceleran las cargas debido a la diferencia de potencial.

La **ley de Ohm** precisamente nos dice cuánta carga por unidad de tiempo —cuánta corriente I— circula por una carga resistiva con resistencia R dada una diferencia de potencial V.

$$I = \frac{V}{R}$$

<u>UNIDADES</u>

$$[I] = \frac{C}{s} = A \quad \text{\} Ampère, carga por un. de t}$$

$$[R] = \Omega = \frac{V}{A} \quad \text{\} ohm}$$

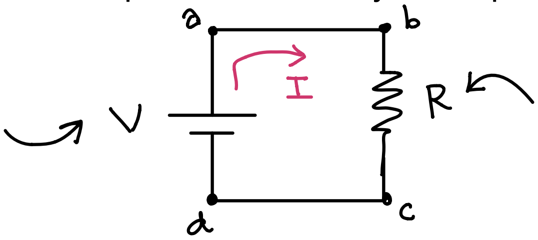
La ley de Ohm nos dice que, cuando en un circuito circula una corriente I por una resistencia R, la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia es V = I R. En la resistencia lo que está ocurriendo es que la energía potencial se cede, y suele disiparse como calor. La transferencia de energía se hace a una tasa P (potencia) dada por

$$P = \frac{E}{t} = \frac{QV}{t} = IV = \frac{V^2}{R}$$

Dijimos que los puntos que están unidos por un cable están al mismo potencial. Esto es en realidad una idealización, porque los cables reales también tienen una resistencia asociada. Los idealizamos pensando que su resistencia es muy pequeña, por lo que la diferencia de potencial entre dos extremos del cable es muy pequeña también.

Esquematicemos el circuito simple de la fuente y la lamparita.

la fuente aumenta el potencial en V



en la resistencia tenemos una caída de potencial

Como los cables son equipotenciales, el punto **a** y el punto **b** están al mismo potencial, fijado por la fuente de voltaje. Lo mismo ocurre entre los puntos **c** y **d**. Entonces, la caída de potencial sobre R tiene que ser exactamente lo que suba el potencial al pasar por la fuente. Esto es la ley de Ohm!

$$V - V_R = 0 \quad \text{donde} \quad V_R = I.R$$

$$\Rightarrow \quad V - IR = 0 \quad \Rightarrow \quad V = I.R$$

En general, los circuitos a resolver son más complejos que este ejemplo. Para resolverlo existen dos leyes, las **leyes de Kirchhoff**, que hacen uso de dos propiedades que ya utilizamos: que la carga se conserva, y que la diferencia de potencial a lo largo de un camino solamente depende de los extremos del camino.

(1) Ley de mallas. Si recorremos un camino cerrado en un circuito y vamos sumando las subidas y bajadas de potencial, al volver al punto inicial la diferencia total de potencial es 0.

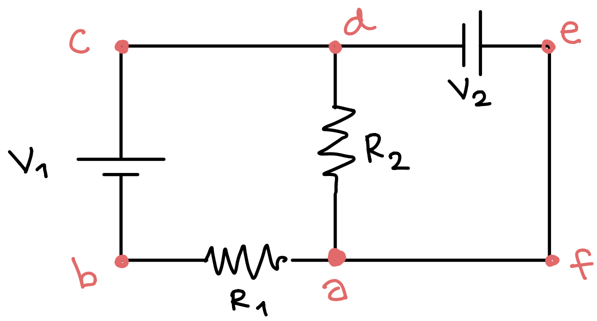
$$\sum_i V_i = 0 \quad \text{en un camino cerrado en un circuito}$$

(2) Ley de nodos. Como la carga se conserva, en un punto (nodo) donde confluyen dos o más cables, la carga que entra al nodo por unos cables tienen que ser igual a las que sale por los otros. Escrito en términos de la corriente,

$$\sum_i I_i = 0 \quad \text{en un nodo}$$

donde cada corriente lleva un signo “+” si está entrando al nodo, y un signo “-” si está saliendo.

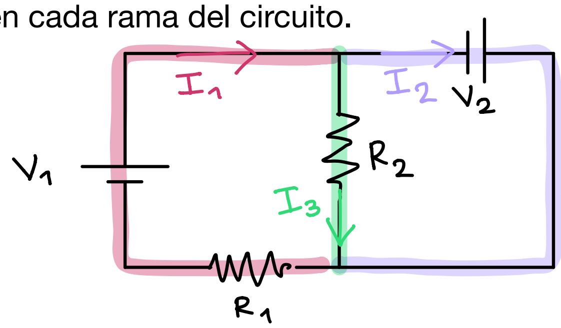
¿Cómo usamos esto si tenemos el siguiente circuito?



Conocemos cuánto valen las fuentes V1 y V2, y también los valores de las resistencias R1 y R2.

¿Qué corrientes circulan por cada cable?

El segmento de cable a-b, b-c y c-d no tiene bifurcaciones, por lo que no hay ningún lugar a dónde la carga que circula por a-b se “escape” al pasar a b-c. Entonces, por toda esa rama del circuito, circula la misma corriente, que vamos a llamar I1. Lo mismo ocurre en el segmento de cable d-e, e-f y f-a, la corriente ahí es la misma, y la llamamos I2. Por último, a la corriente que circula entre a-d la llamamos I3. Para poder usar las leyes de Kirchhoff tenemos que fijar un sistema de referencia; esto implica asumir un sentido de circulación de la corriente en cada rama del circuito.



Esta elección es arbitraria. Tenemos entonces 3 incógnitas, por lo que necesitamos 3 ecuaciones independientes. Comencemos usando la ley de nodos. Tenemos 2 puntos en el circuito donde se bifurca la corriente: el punto **a** y el punto **d.**

Para el punto **d**, la ley de nodos se escribe

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \qquad \text{nodo } d. \quad (1)$$

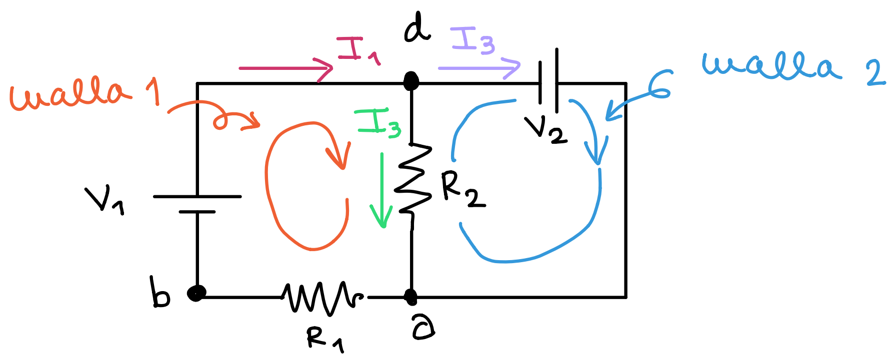
Con la elección que hicimos de los sentidos de circulación, la corriente I1 está entrando al nodo **d**, y por eso lleva un signo "+". Las corrientes I2 e I3 las elegimos saliendo del nodo, por lo que llevan un signo "-".

Para el nodo **a**, la ley de nodos se escribe

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0 \qquad \text{nodo } a,$$

porque para este punto la corriente I1 está saliendo, mientras que las corrientes I2 e I3 están saliendo. Como en ambos nodos las corrientes involucradas son las mismas, solamente sacamos información útil de un solo nodo, la ley para el otro aporta exactamente la misma información, así que de acá obtenemos una ecuación.

Necesitamos 2 ecuaciones más. Veamos cómo usar la ley de mallas. En este circuito necesitamos hacer 2 caminos cerrados distintos para poder pasar al menos una vez por cada elemento del circuito; es decir, vamos a escribir en principio la ley de mallas para dos mallas distintas. Para cada malla, elegimos un camino cerrado y un sentido para recorrerlo, y vamos escribiendo la diferencia de potencial entre los diferentes elementos del circuito que estén incluidos en el recorrido que hacemos.



Malla 1

La recorremos en sentido horario, y arrancamos en el punto **b**

$$\underbrace{+V_1}\ \underbrace{-\ I_3 R_2}\ \underbrace{-\ I_1 R_1} = 0 \qquad (2)$$

Por como recorremos la malla, vamos de menos a más potencial al pasar por la fuente

ocurre lo mismo que en R_2

como dibujamos I_3 yendo hacia abajo, el punto a tiene menos potencial que d; la caída de potencial está dada por la ley de Ohm.

Malla 2

La recorremos en sentido horario y arrancamos en el punto **d**

$$+V_2 \underbrace{+\ I_3 R_2} = 0 \qquad (3)$$

la malla 2 la estamos recorriendo en el sentido contrario a la corriente I_3; el punto d está a potencial más alto que a.

Tenemos 3 ecuaciones y 3 incógnitas, así que podemos despejar las corrientes.

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 & (1) \\ V_1 - I_2 R_3 - I_1 R_1 = 0 & (2) \\ V_2 + I_3 R_2 = 0 & (3) \end{cases}$$

De (3),

$$I_3 = -\frac{V_2}{R_2}$$

como $V_2 > 0$ y $R_2 > 0 \rightarrow I_3 < 0$

Esto significa que la corriente I_3 circula en el sentido contrario del que la dibujamos.

(2) + (3)

$$V_1 + V_2 - I_1 R_1 = 0$$

$$V_1 + V_2 = I_1 R_1$$

$$\Rightarrow \frac{V_1 + V_2}{R_1} = I_1 > 0$$

va como en el dibujo

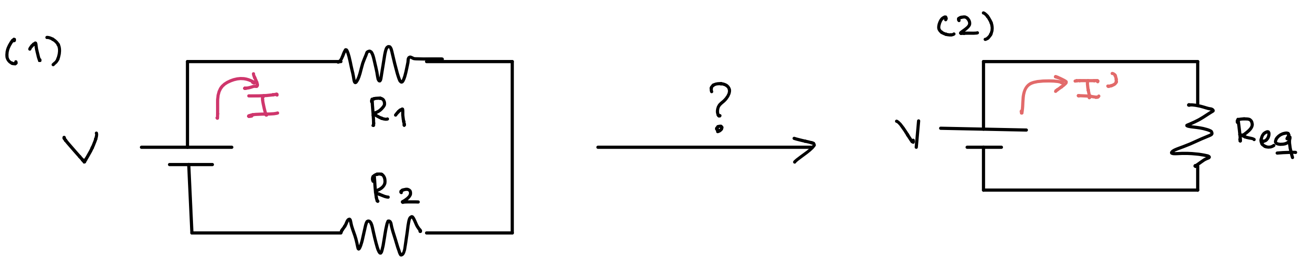
De (1)

$$I_2 = I_1 - I_3$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{V_1 + V_2}{R_1} - \left(-\frac{V_2}{R_2}\right) = \frac{V_1 + V_2}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}$$

Notar que en todos los casos, quedó que la corriente es una diferencia de potencial dividido por una resistencia, que tiene las dimensiones correctas (potencial/resistencia es corriente). Chequear unidades es una buena forma de revisar si los resultados a los que se llegan están OK.

Pantallazo de resistencias en serie y paralelo



tenemos una sola malla así que hay una sola corriente I.
¿Qué valor tiene que tener R_{eq} para que $I' = I$?

En el circuito (1)

$$V - IR_1 - IR_2 = 0 \longrightarrow I = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

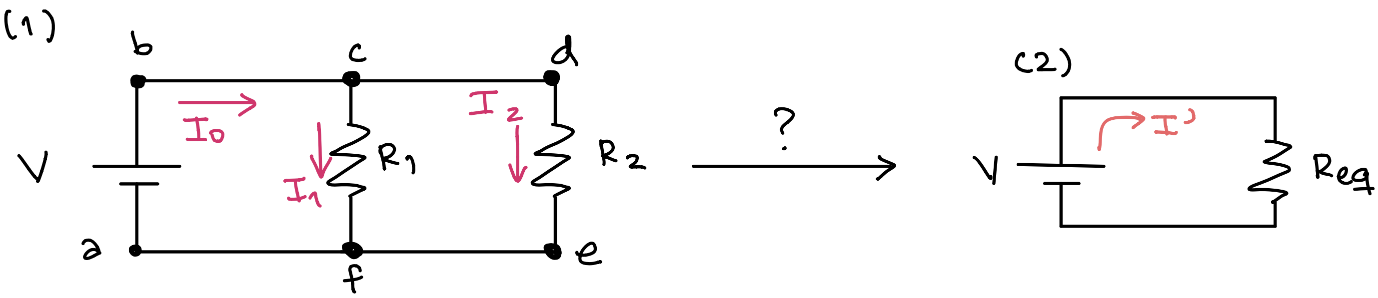
En el circuito (2)

$$V - I' R_{eq} = 0 \longrightarrow I' = \frac{V}{R_{eq}}$$

$\Rightarrow$ si $R_{eq} = R_1 + R_2$, $I' = I$.

Para resistencias en serie (por las que circula la misma corriente) podemos pensar que son una sola resistencia de valor

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots$$



¿Qué valor tiene que tener R_{eq} p/ que $I' = I_0$?

En (1) tenemos 2 mallas. Las resistencias R_1 y R_2 están a la misma diferencia de potencial.

Hacemos 2 mallas.

$(a \to b \to c \to f)$ $\quad + V - I_1 R_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_1 = \dfrac{V}{R_1}$

$(a \to b \to d \to e)$ $\quad + V - I_2 R_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad I_2 = \dfrac{V}{R_2}$

Usando la ley de nodos en c , $I_0 = I_1 + I_2$

$$\Rightarrow \quad I_0 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

En el circuito (2), $\quad I' = \dfrac{V}{R_{eq}}$

Pedimos $I' = I_0 \quad \rightarrow \quad \dfrac{1}{R_{eq}} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$

Cuando tenemos resistencias en paralelo (ie, que están a la misma diferencia de potencial), podemos pensar que tenemos una única resistencia con valor R_{eq} dado por

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$