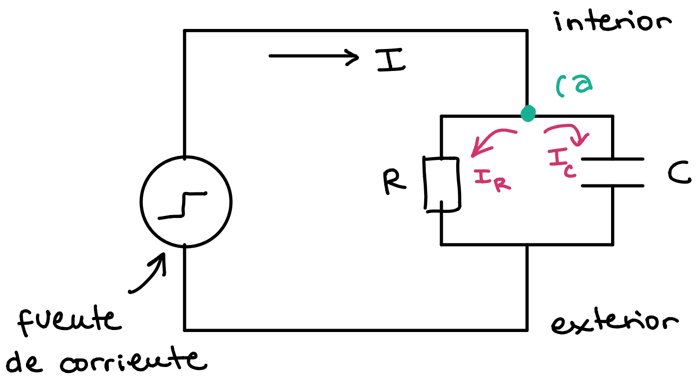
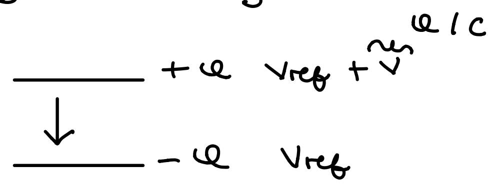
# LA CÉLULA COMO UN CIRCUITO RC

- Equivalente eléctrico de la membrana celular




Empieza a fluir corriente y se va cargando el C




En un dt entra carga $dQ = I_c\, dt$ a la cara interna del capacitor

$$dV_c = \frac{dQ}{C} = \frac{I_c\, dt}{C} \Rightarrow \frac{dV_c}{dt} = \frac{I_c(t)}{C}$$

dif. de pot. en el capacitor por el aumento de carga en dQ

POR OTRO LADO, nodos en (a) $\longrightarrow$ $I = I_R + I_c$ corriente fijada por la fuente de corriente

Como C y R están en paralelo, la diferencia de potencial sobre la resistencia es la misma que en el capacitor.

$$\Rightarrow V_{ext} - V_{int} = - I_R R$$

$$V_c = \frac{Q}{C} = V_{int} - V_{ext} = -(V_{ext} - V_{int})$$

$$\Big\} \; \cancel{-}V_c = \cancel{-} I_R R$$

De nodos $\longrightarrow$ $I_R = I - I_c$

$$\longrightarrow V_c = (I - I_c)R$$

$$I_c = I_c(t) = C\frac{dV_c}{dt}$$

juntando todo $\longrightarrow$ $V_c = I.R - RC\dfrac{dV_c}{dt}$

$V_c \equiv V$

$I$ = constante $= I_1$

$$\boxed{V + RC\frac{dV}{dt} - I_1 R = 0}$$

↳ para resolver: $RC\dfrac{dV}{dt} = -(V - I_1.R)$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{RC}(V - I_1.R) \rightarrow \int_{V(t_0)}^{t} \frac{dV}{V - I_1 R} = \int_{t_0}^{t} -\frac{dt}{RC}$$

$$\rightarrow \ln\left[\frac{V(t) - I_1.R}{V(t_0) - I_1 R}\right] = -\frac{(t-t_0)}{RC}$$

$$\Rightarrow \boxed{V(t) = [V(t_0) - I_1 R]\, e^{-\frac{(t-t_0)}{RC}} + I_1 R} \quad (*)$$

Esto describe la situación ilustrada en el problema 14.

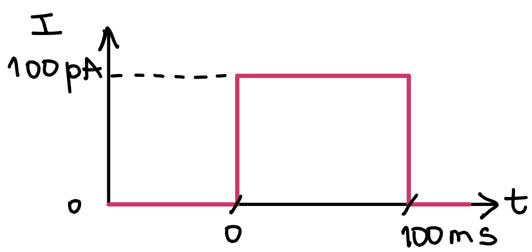
- tenemos que $\begin{cases} C = 50\ pF \\ R = 500\ M\Omega \end{cases} \rightarrow \tau = RC = 50 \times 10^{-12}\ F\ 500 \times 10^{6}\ \Omega$

$$= 25000 \times 10^{-6}\ s$$
$$= 25 \times 10^{-3}\ s$$

constante de tiempo $\rightarrow \tau = 25\ ms$

si $C = 200\ pF$ (4 veces más grande) $\rightarrow \tau$ es 4 veces más grande $= 100\ ms$

Tenemos que la corriente de la fuente es un escalón.




si la corriente fuera igual a 100 pA para $t > 0$, a $t \rightarrow \infty$ el potencial de membrana va a ser $100\ pA \times R$

Pero, como $I = 100\ pA$ por 100 ms, el capacitor no llega a cargarse del todo, y el voltaje va a ser menor que $I_1 R$.

Tenemos que en $t_0 = 0$
$V(t_0) = V_0 = 0$

$$\Rightarrow V(t) = I_1 R \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad \Big\}\ \text{donde } I_1 = 100\ pA$$

así, $V(t=0) = I_1 R (1 - \underbrace{e^{0}}_{=1}) = 0$

en $t = 100\ ms \rightarrow V(t = 100ms) = I_1 . R \left(1 - e^{-\frac{100ms}{25ms}}\right)$

$$= I_1 R \left(1 - e^{-4}\right)$$

$$= \underbrace{I_1 R}_{50\ mV} \underbrace{\left(1 - \frac{1}{e^4}\right)}_{0.98}$$

Recordemos que $\tau = RC$ es el tiempo característico del sistema, y es una medida de qué tan rápido se carga o descarga el capacitor (en particular, cuando estamos viendo la carga del capacitor cuando $t = \tau$ la carga es $\sim 2/3$ de la carga final)

↳ Aquí, tenemos $t = 100\,ms = 4\tau$

si bien el capacitor no se cargó del todo (en este modelo eso ocurre en $t \to \infty$), se cargó lo suficiente para que

$$V(t = 100\,ms) = 0.98\, I_1 . R$$

si $C = 200\,pF \longrightarrow \tau = 100\,ms$ y entonces

$$V(t = 100ms) = I_1 R \left(1 - e^{-100ms/100\,ms}\right)$$
$$= I_1 R \left(1 - e^{-1}\right)$$
$$\simeq I_1 R \; 0.63$$

↳ A mayor $C$, mayor $\tau$ y entonces en el mismo intervalo de tiempo se alcanza un voltaje menor

$\Rightarrow$ a mayor $\tau$, el sistema tarda más en ajustarse a los cambios impuestos por la fuente.

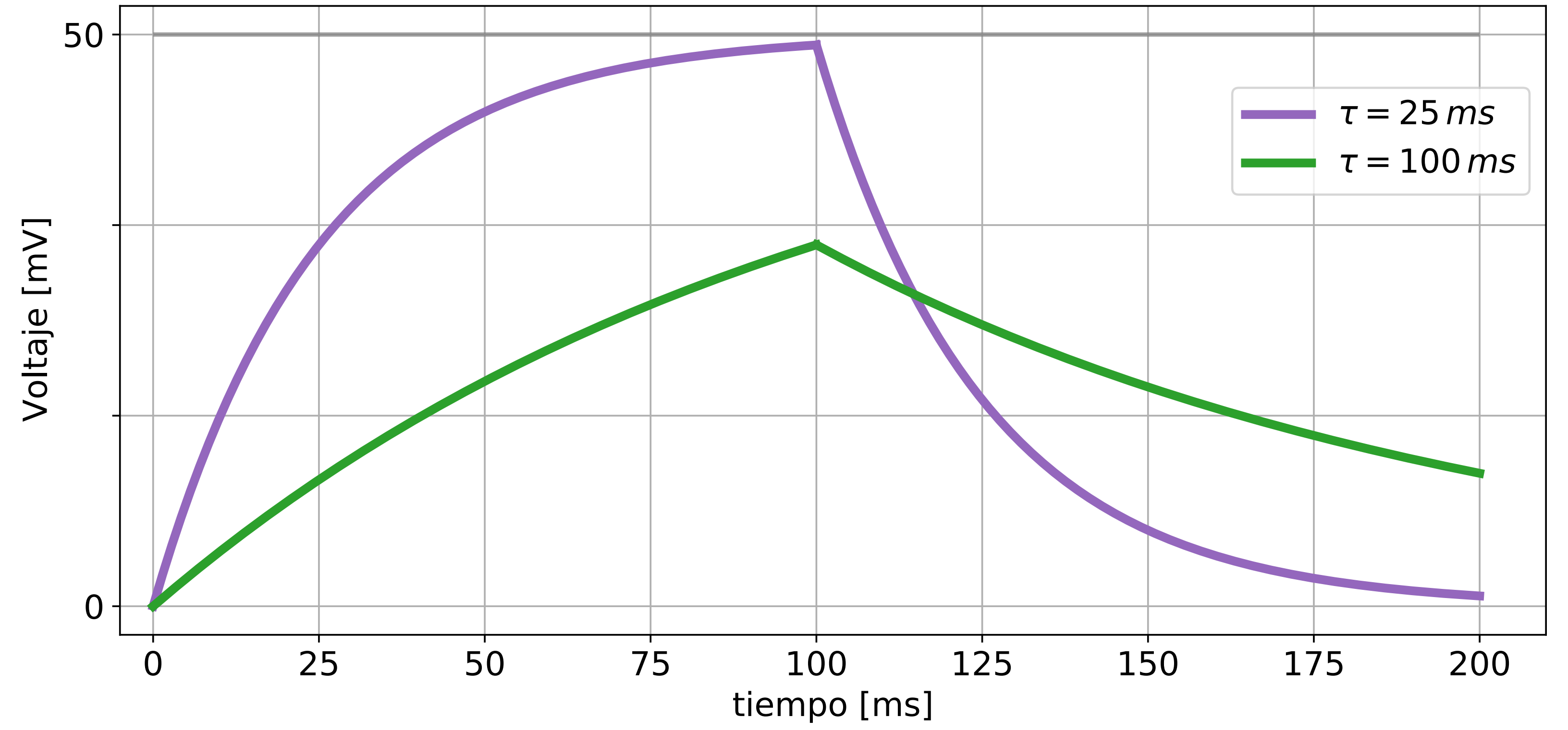
- ¿Qué ocurre cuando baja el escalón?

Podemos usar nuevamente la ec. (*) para describir el sistema, tomando

$t_0 = 100\,ms$
$I_1 = 0\,A$
$V(t_0) =$ voltaje máximo alcanzado luego de 100 ms con la fuente de corriente en 100 pA
$\equiv V_0$

entonces, para $t > 100\,ms$ tenemos que

$$V(t) = V_0\, e^{-(t - t_0)/RC}$$



50
0
Voltaje [mV]
0
25
50
75
100
125
150
175
200
tiempo [ms]
$\tau = 25\,ms$
$\tau = 100\,ms$