

17. Polarizacion 101

Polarizacion

Caracter vectorial de la luz

$$\vec{\psi}(x, t) = \vec{E}_0 \cos(kz - \omega t + \varphi_0)$$

direccion de propagación (rayo)



direccion de \vec{E}_0

Carga puntual acelerada

La luz es una onda, i.e. una perturbación que se propaga.

En cada punto del espacio la perturbación **es** el campo **E**

En cada punto E tiene
magnitud
direccion
sentido

Perturbación armónica que se propaga

$$\psi(x, t) = E_0 \cos(kx - \omega t + \varphi_0)$$

φ : fase de la onda

Periodicidad espacial

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Nro de onda
(periodo espacial)

Long de onda

λ : Desplazamiento en x que hace que la fase de la onda se incremente en 2π

Periodicidad Temporal

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Frecuencia angular

Periodo temporal

T : Desplazamiento en t que hace que la fase de la onda se incremente en 2π

Fase inicial

φ_0

$$v = \frac{\omega}{k}$$

$$\psi(x, t) = E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right)$$

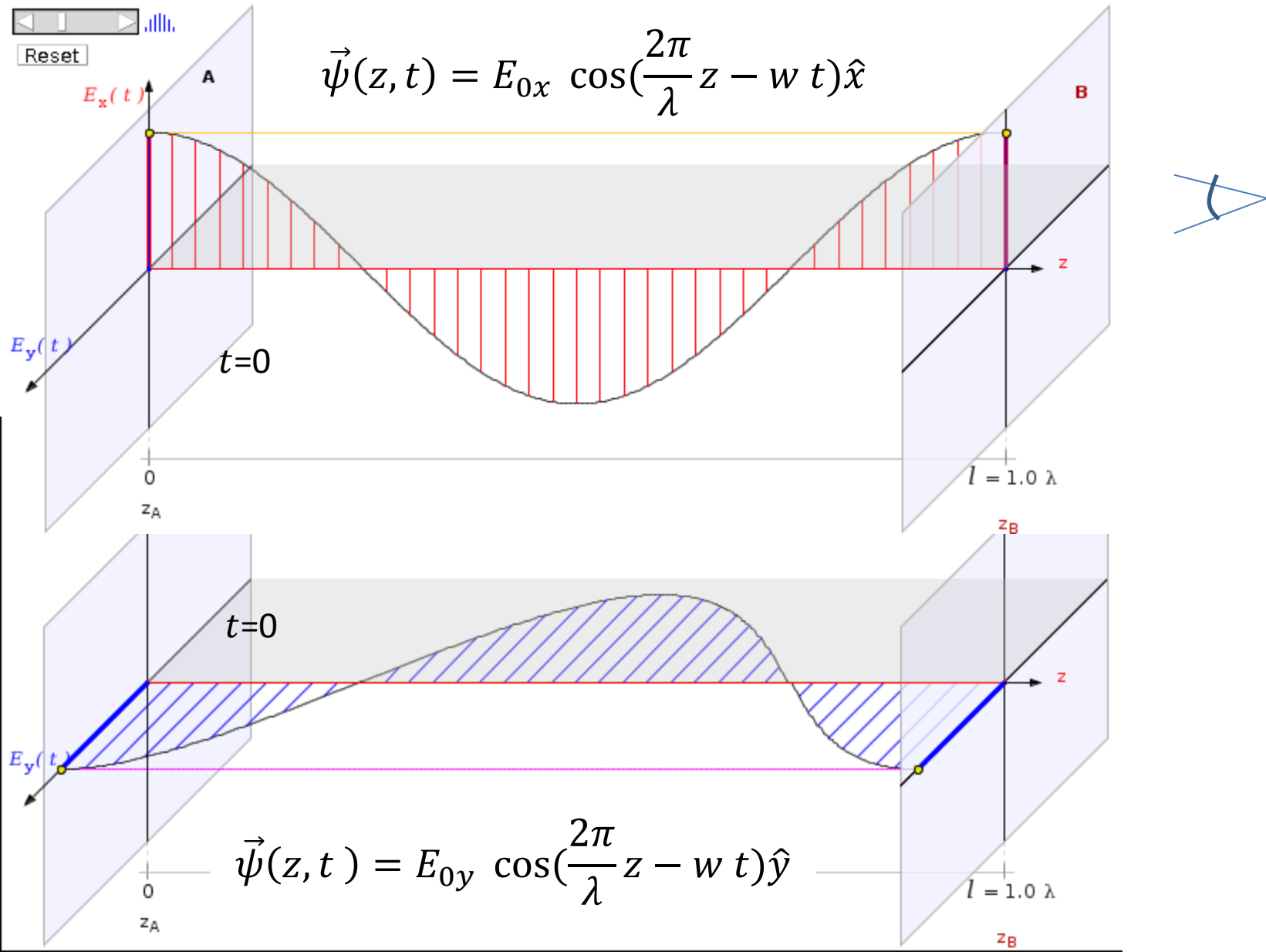
$$v = \lambda f$$

Perturbación armónica que se propaga

$$\vec{\psi}(x, t) = \vec{E}_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right)$$

$$v = \lambda f$$

Estados de polarización: ej de pol. lineal



Estado de polarización de una onda

El estado de polarización más general para una onda que se propaga según la dirección z puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z : una onda oscilante en la dirección x y la otra según y :

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_x\right) \hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_y\right) \hat{y}$$

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_x\right) \hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_x + \varepsilon\right) \hat{y}$$

$\varphi_y = \varphi_x + \varepsilon$

diferencia de fase entre
onda y y onda en x

Estado de polarización de una onda

El estado de polarización más general para una onda que se propaga según la dirección z puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z : una onda oscilante en la dirección x y la otra según y :

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_x\right) \hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_y\right) \hat{y}$$

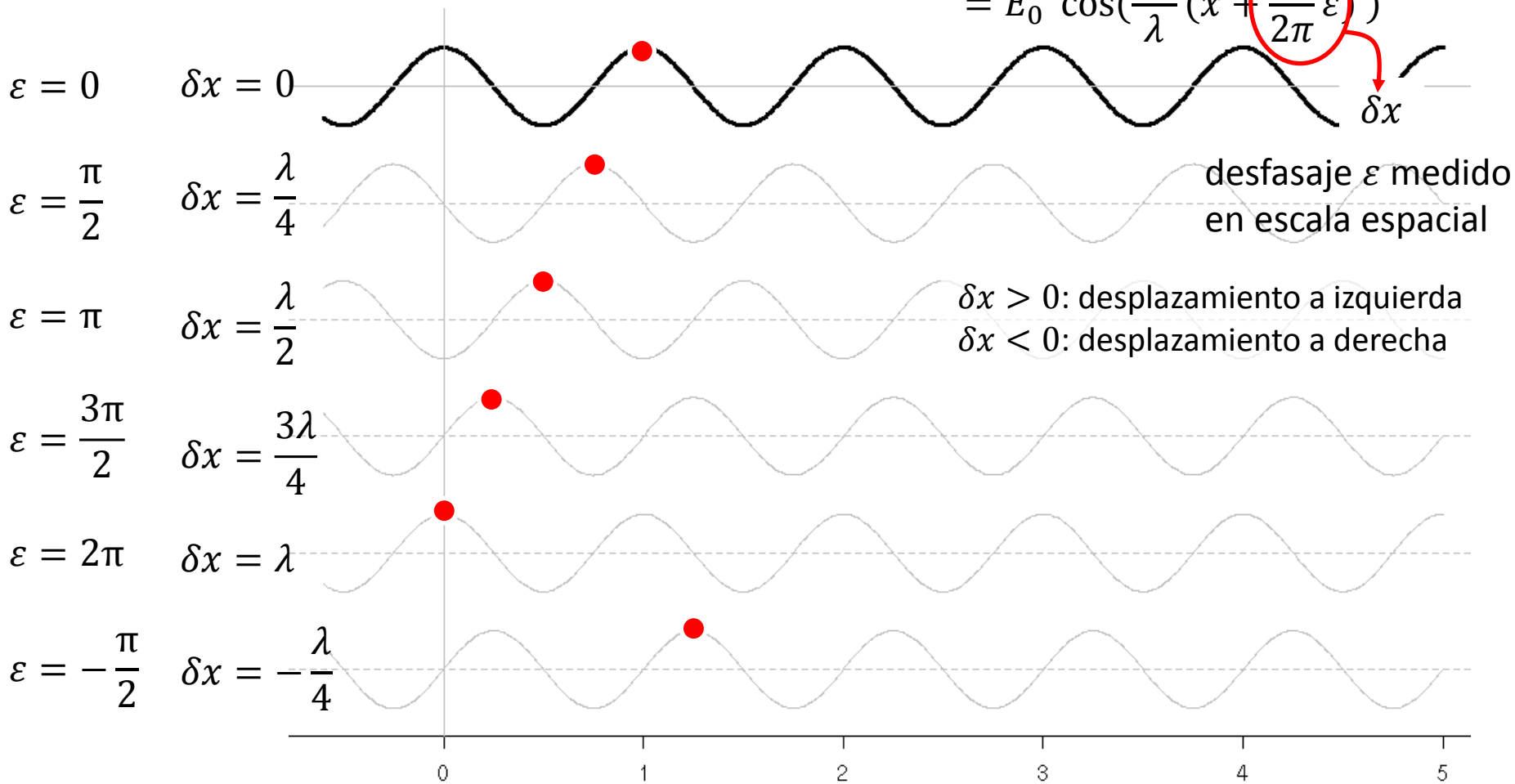
$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_x\right) \hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_x + \epsilon\right) \hat{y}$$

Estos parámetros son los que definen como se mezclan las contribuciones en x e y , por lo que terminan definiendo el estado de polarización de la onda.

Diferencia de fases y desfases

$$\psi(x, t) = E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \varepsilon\right)$$

$$\begin{aligned} \psi(x, t) &= E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2\pi} \varepsilon\right) \\ &= E_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(x + \frac{\lambda}{2\pi} \varepsilon\right)\right) \end{aligned}$$

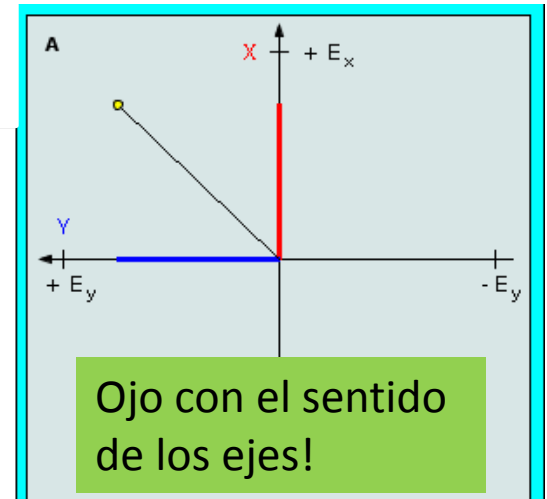
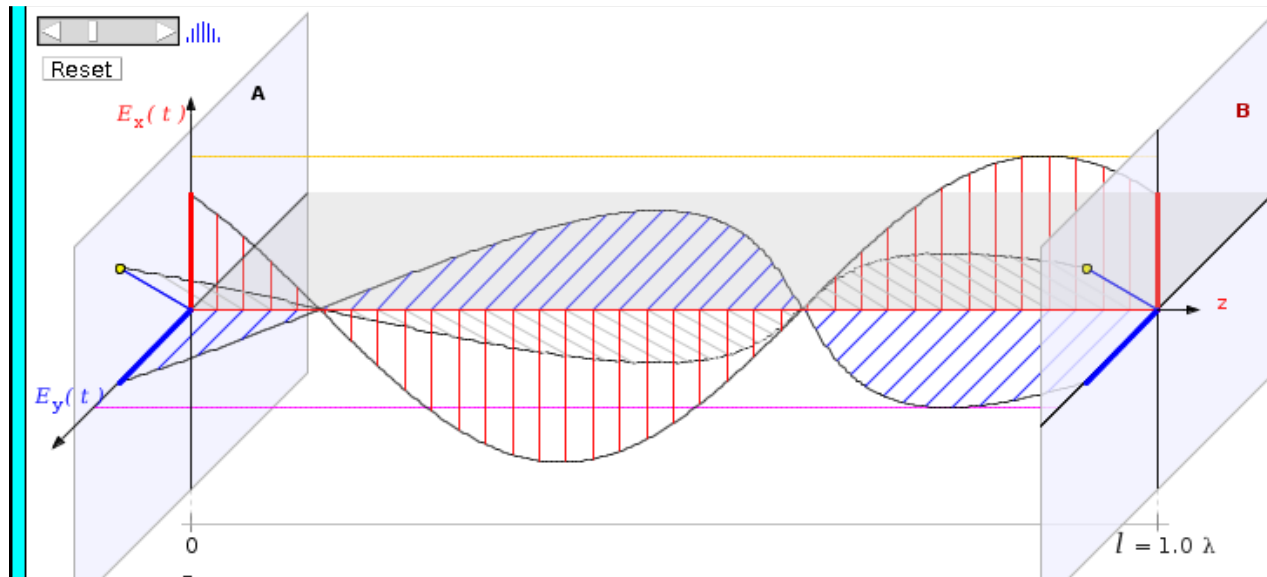


Polarización lineal 1

El estado de **polarización lineal** para una onda que se propaga según la dirección z puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z : una onda oscilante en la dirección x y la otra según y :

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)\hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varepsilon\right)\hat{y}$$

con $\varepsilon=0$ o mas general: $\varepsilon = \pm m 2\pi$



Polarización lineal 1

El estado de **polarización lineal** para una onda que se propaga según la dirección z puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z : una onda oscilante en la dirección x y la otra según y :

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)\hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varepsilon\right)\hat{y}$$

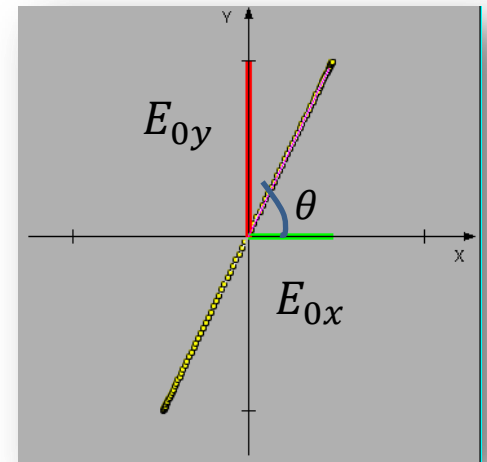
con $\varepsilon=0$ o mas general: $\varepsilon = \pm m 2\pi$

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)\hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)\hat{y}$$

$$\vec{\psi}(z, t) = (E_{0x}\hat{x} + E_{0y}\hat{y}) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)$$

dirección constante

$$\tan \theta = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$$

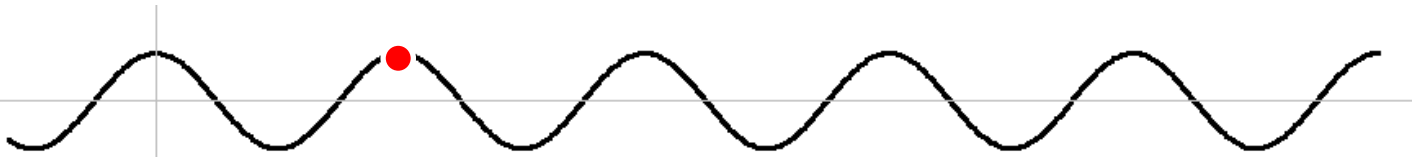


Polarización lineal 2

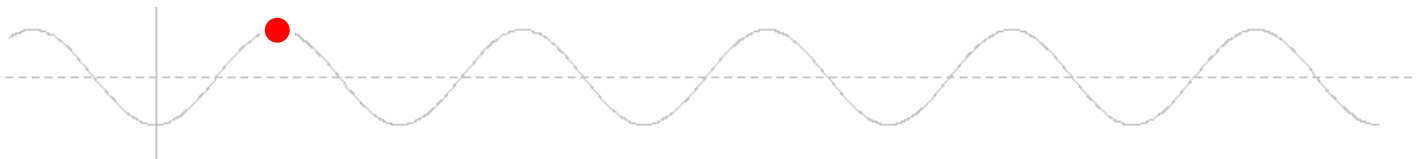
Supongamos ahora que $\varepsilon = \pm \pi$ o mas general: $\varepsilon = \pm \pi \pm 2m\pi$

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \pi\right) \hat{y}$$

$$\varepsilon = 0 \quad \delta x = 0$$



$$\varepsilon = \pi \quad \delta x = \frac{\lambda}{2}$$



Polarización lineal 2

Supongamos ahora que $\varepsilon = \pm \pi$ o mas general: $\varepsilon = \pm \pi \pm 2m\pi$

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)\hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \pi\right)\hat{y}$$

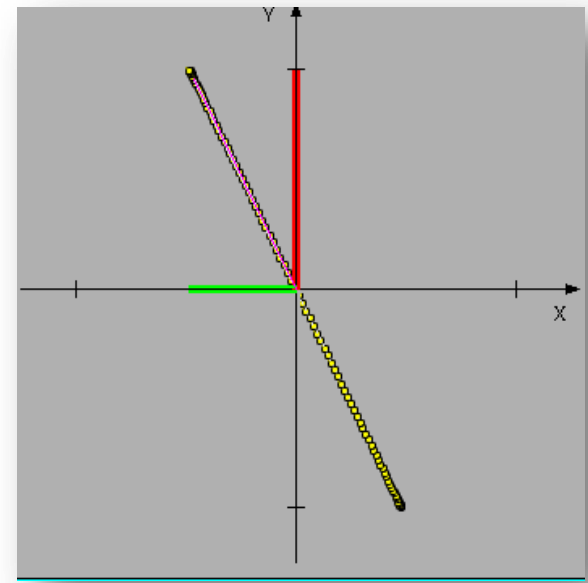
applet

Usando que $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \pi\right) &= \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \cos \pi - \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \sin \pi \\ &= -\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \end{aligned}$$

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)\hat{x} - E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)\hat{y}$$

$$\vec{\psi}(z, t) = (E_{0x}\hat{x} - E_{0y}\hat{y}) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)$$



O sea...polarización lineal

El estado de **polarización lineal** para una onda que se propaga según la dirección z puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z : una onda oscilante en la dirección x y la otra según y :

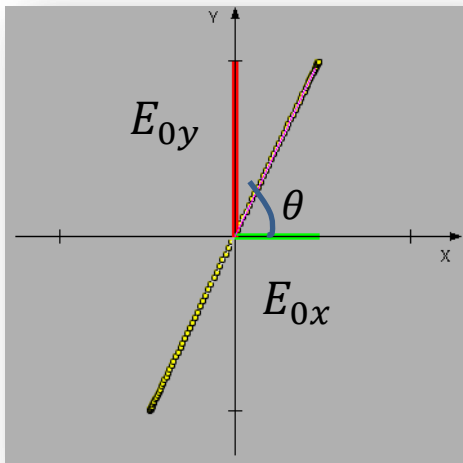
$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)\hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varepsilon\right)\hat{y}$$

$$\varepsilon=0$$

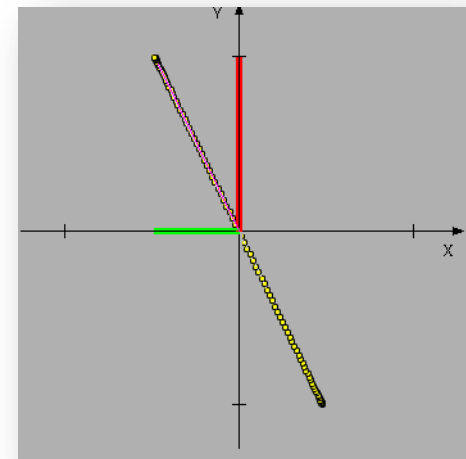
$$\varepsilon = m 2\pi$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\varepsilon = \pm\pi + 2\pi m$$



$$\tan \theta = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$$

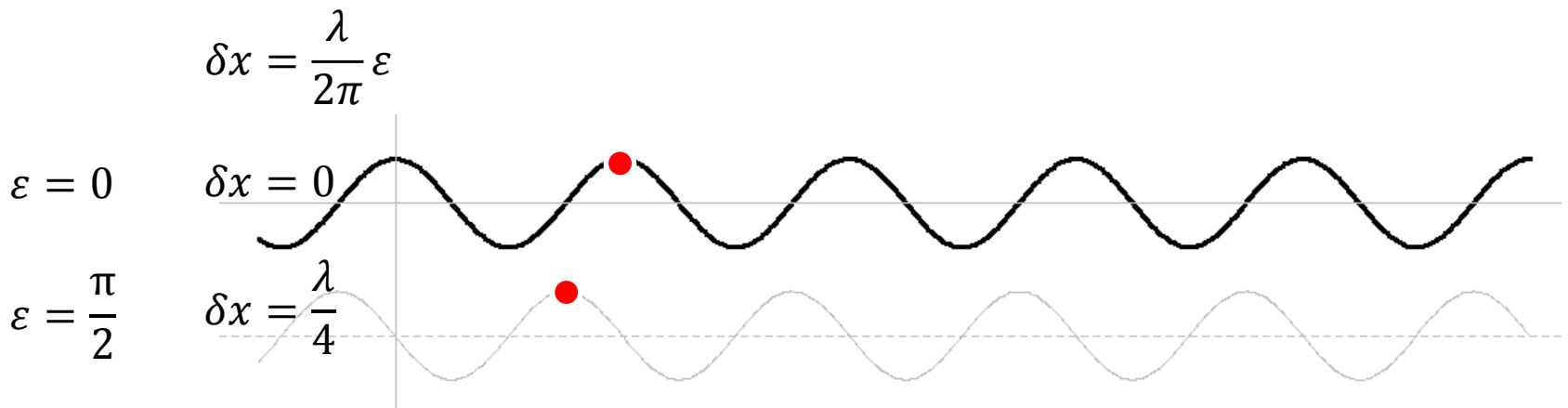


Polarización Circular

El estado de **polarización circular** para una onda que se propaga según la dirección z puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual amplitud y frecuencia, desfasadas en $\pi/2$ radianes** que se propagan en z :

$$\vec{\psi}(z, t) = \mathbf{E}_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)\hat{x} + \mathbf{E}_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varepsilon\right)\hat{y}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \pi/2 \\ E_{0x} &= E_{0y} \end{aligned}$$

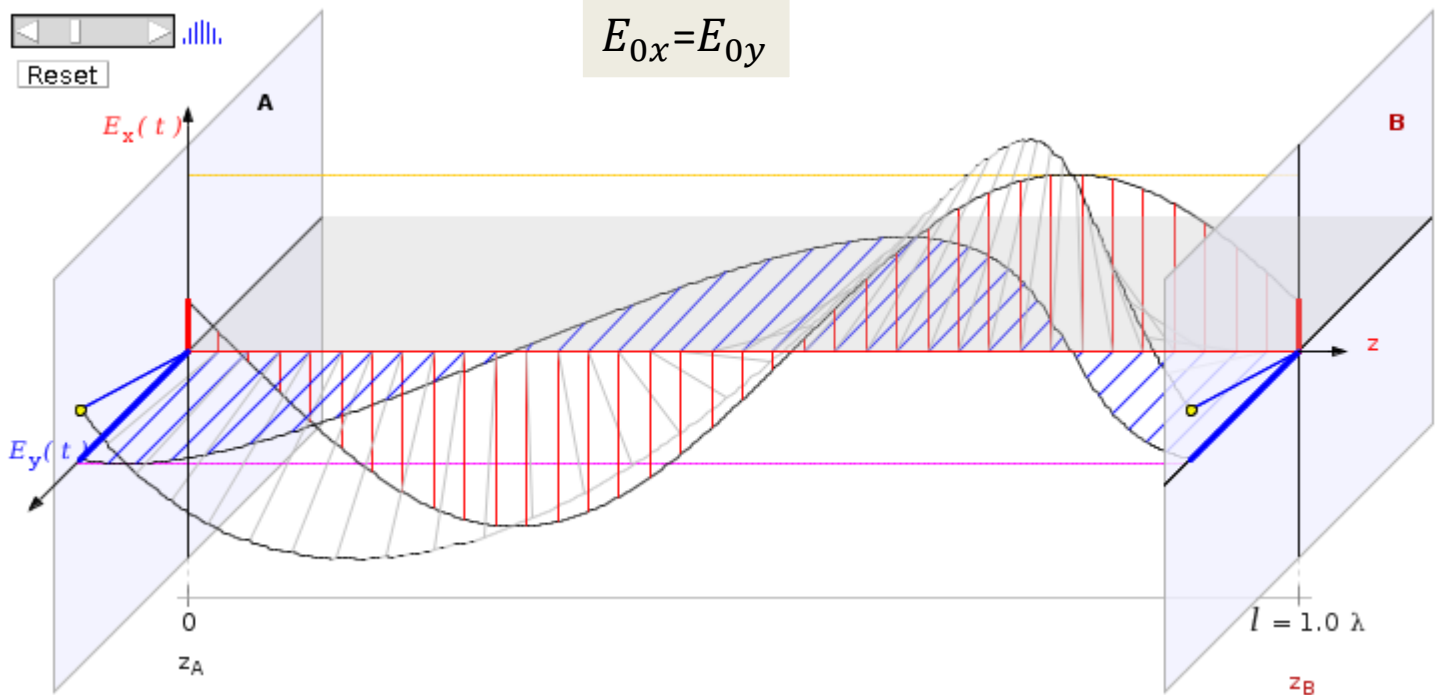


Polarización Circular

El estado de **polarización circular** para una onda que se propaga según la dirección z puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual amplitud y frecuencia, desfasadas en $\pi/2$ radianes** que se propagan en z :

$$\vec{\psi}(z, t) = \mathbf{E}_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)\hat{x} + \mathbf{E}_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varepsilon\right)\hat{y}$$

$$\varepsilon = \pi/2$$
$$E_{0x} = E_{0y}$$



applet

Polarización Circular

El estado de **polarización circular** para una onda que se propaga según la dirección z puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual amplitud y frecuencia, desfasadas en $\pm \pi/2$ radianes** que se propagan en z :

$$\vec{\psi}(z, t) = \mathbf{E}_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \hat{x} + \mathbf{E}_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \epsilon\right) \hat{y}$$

$$\epsilon = \pm \pi/2 \quad E_{0x} = E_{0y}$$

Usando que $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t \pm \pi/2\right) &= \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \cancel{\cos \pi/2} \mp \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \overset{1}{\sin \pi/2} \\ &= \mp \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \end{aligned}$$

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \hat{x} \mp \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \hat{y} \right]$$

Versor que gira con t

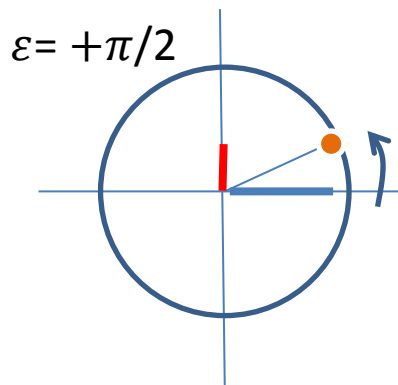
O sea...Polarización Circular

El estado de **polarización circular** para una onda que se propaga según la dirección z puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual amplitud y frecuencia, desfasadas en $\pm \pi/2$ radianes** que se propagan en z :

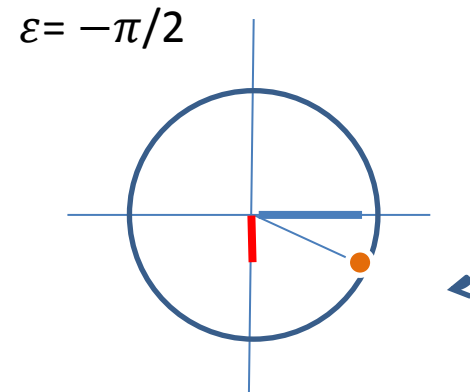
$$\vec{\psi}(z, t) = \mathbf{E}_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)\hat{x} + \mathbf{E}_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t \pm \pi/2\right)\hat{y}$$

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)\hat{x} \mp \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right)\hat{y} \right]$$

Ejemplo: $\vec{\psi}(z = 0, t) = E_{0x} [\cos(w t)\hat{x} \pm \sin(w t)\hat{y}]$



Luz circular izquierda
(anti-horaria)



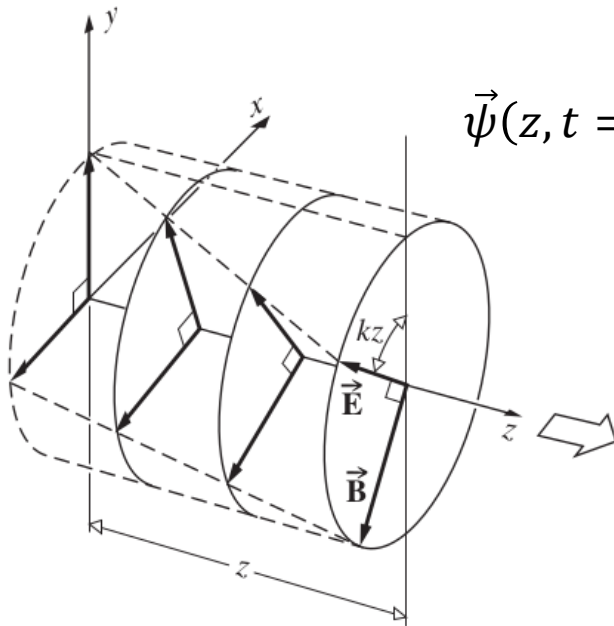
Luz circular derecha
(horaria)

Una cosa...

$$\vec{\psi}(z, t) = \mathbf{E}_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \hat{x} + \mathbf{E}_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t \pm \pi/2\right) \hat{y}$$

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \hat{x} \mp \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \hat{y} \right]$$

Ejemplo: $\vec{\psi}(z = 0, t) = E_{0x} [\cos(w t) \hat{x} \pm \sin(w t) \hat{y}]$



$$\vec{\psi}(z, t = 0) = E_{0x} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right) \hat{x} \mp \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right) \hat{y} \right]$$



Como funcion de z
gira para el otro lado

Polarización Elíptica: caso particular

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t\right) \hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - \omega t + \varepsilon\right) \hat{y}$$

$$\varepsilon = \pm\pi/2 \quad E_{0x} \neq E_{0y}$$

$\varepsilon = +\pi/2$

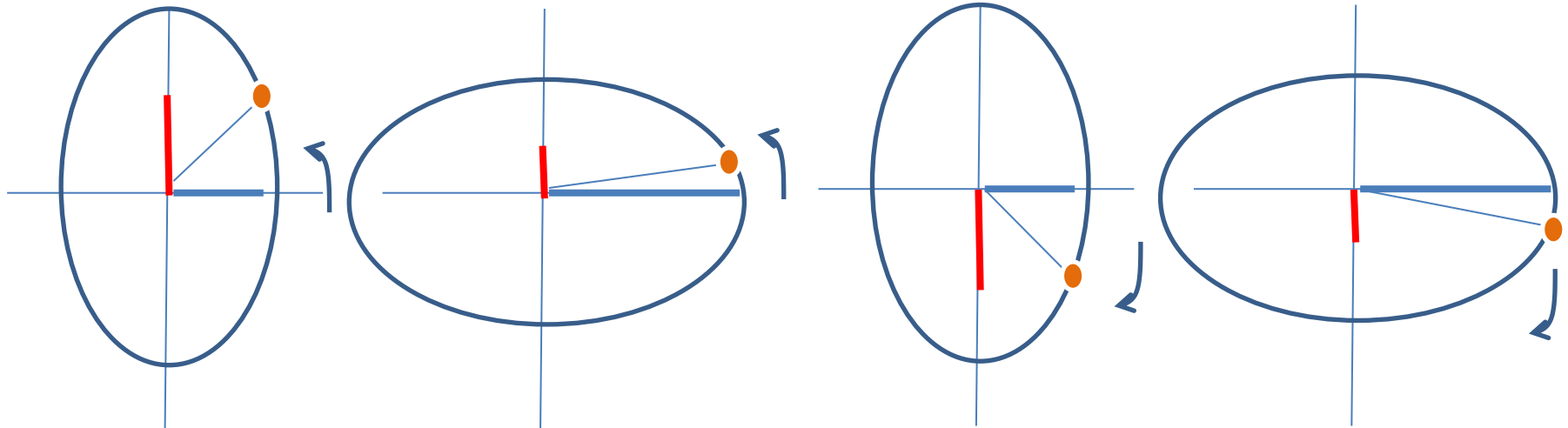
$\varepsilon = -\pi/2$

$E_{0x} < E_{0y}$

$E_{0x} > E_{0y}$

$E_{0x} < E_{0y}$

$E_{0x} > E_{0y}$



Polarización elíptica. Caso general

- En realidad los casos de polarización lineal y circular vistos hasta ahora pueden ser considerados como casos particulares de un estado de **polarización elíptico**.

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t\right) \hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \epsilon\right) \hat{y}$$

- Veámoslo en un **applet** primero.

Polarización elíptica. Caso general

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_x\right) \hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_y\right) \hat{y}$$

$$\varphi_y = \varphi_x + \varepsilon$$

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_x\right) \hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_x + \varepsilon\right) \hat{y}$$

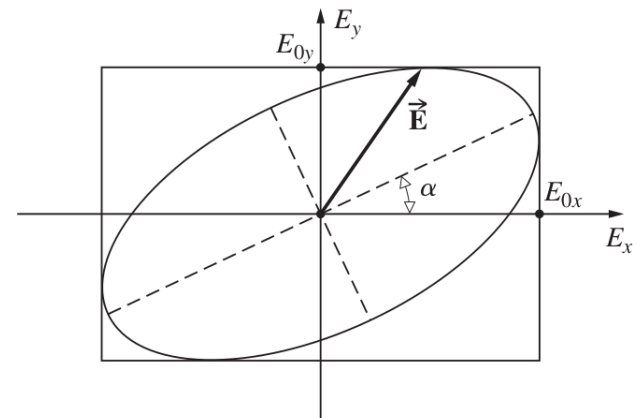
E_x

E_y

Se puede demostrar (les dejo las filmiñas al final para los que tengan ganas) que si vale la ecuación de arriba también vale la de abajo. Ecuación que relaciona E_x con E_y

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2 \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right) \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right) \cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y} \cos \varepsilon}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}$$

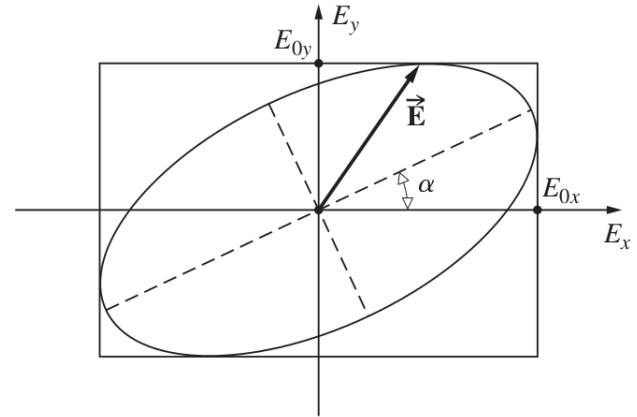


Polarización elíptica.

De lo general a lo particular

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos \varepsilon}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}$$



✓ Si $\varepsilon = \pm \frac{\pi}{2} + 2m\pi \rightarrow \alpha = 0$, la elipse queda alineada con los ejes y la ec se simplifica:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 1$$

✓ Si $\varepsilon = \pm \frac{\pi}{2} + 2m\pi$, **y además** $E_{0x} = E_{0y}$

$$E_x^2 + E_y^2 = E_{0y}^2$$

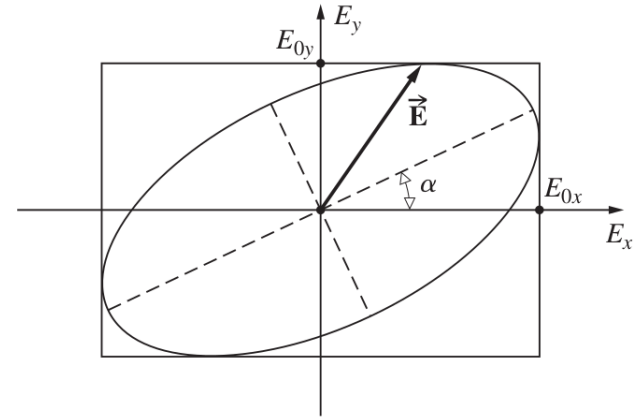
← queda polarización circular

Polarización elíptica.

De lo general a lo particular

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos \varepsilon}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}$$



- ✓ Si $\varepsilon = \pm \frac{\pi}{2} + 2m\pi \rightarrow \alpha = 0$, la elipse queda alineada con los ejes
- ✓ Si $\varepsilon = \pm \frac{\pi}{2} + 2m\pi$, **y además** $E_{0x}=E_{0y}$ ← queda polarización circular

✓ Si $\varepsilon = 0 + 2m\pi$

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right) = 0$$

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}} - \frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 0 \rightarrow E_y = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x$$

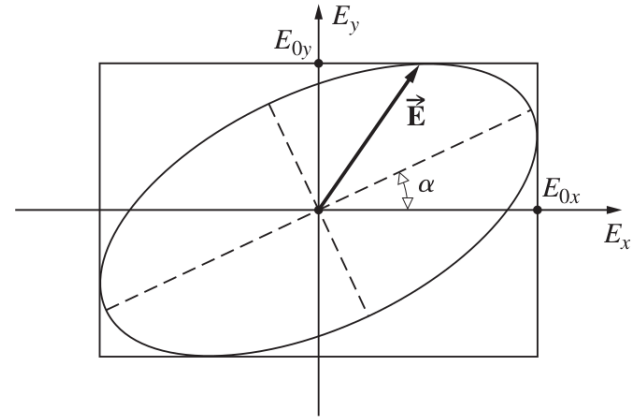
Polarización lineal

Polarización elíptica.

De lo general a lo particular

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos \varepsilon}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}$$



- ✓ Si $\varepsilon = \pm \frac{\pi}{2} + 2m\pi \rightarrow \alpha = 0$, la elipse queda alineada con los ejes
- ✓ Si $\varepsilon = \pm \frac{\pi}{2} + 2m\pi$, **y además** $E_{0x}=E_{0y}$ ← queda polarización circular

✓ Si $\varepsilon = 0 + 2m\pi$

$$E_y = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x$$

Polarización lineal

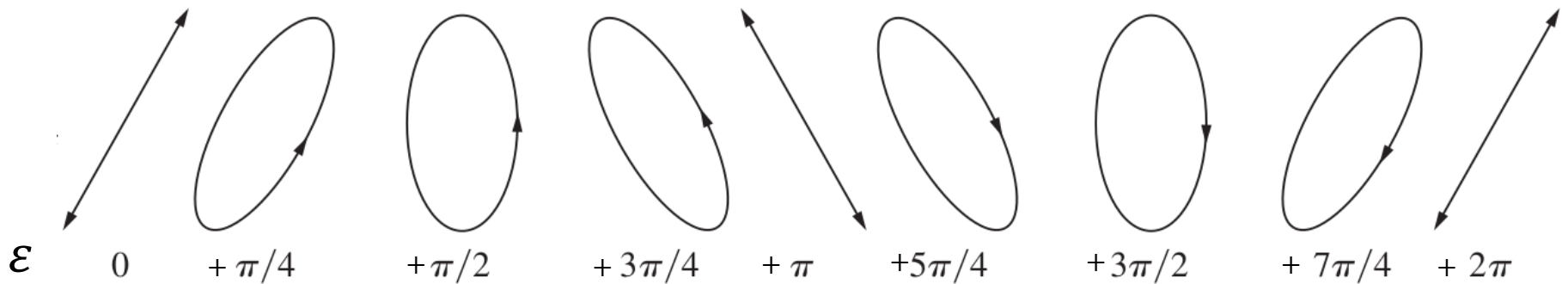
✓ Si $\varepsilon = \pm\pi + 2m\pi$

$$E_y = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x$$

Resumiendo graficamente

$$\vec{\psi}(z, t) = E_{0x} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_x\right) \hat{x} + E_{0y} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z - w t + \varphi_x + \varepsilon\right) \hat{y}$$

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2 \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right) \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right) \cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon$$



Polarización elíptica. Caso general

- En realidad los casos de polarización lineal y circular vistos hasta ahora pueden ser considerados como casos particulares de un estado de **polarización elíptica**.

$$\vec{\psi}(z, t) = \underbrace{E_{0x} \cos(kz - w t)}_{E_x} \hat{x} + \underbrace{E_{0y} \cos(kz - w t + \epsilon)}_{E_y} \hat{y}$$

Para encontrar la curva descrita en el plano (E_x, E_y) lo que vamos a hacer es tratar de sacarnos de encima la dependencia en $kz - w t$ para encontrar $E_y = E_y(E_x)$

$$\cos(kz - w t + \epsilon) = \cos(kz - w t) \cos \epsilon - \sin(kz - w t) \sin \epsilon$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos(kz - w t) \cos \epsilon - \sin(kz - w t) \sin \epsilon$$

$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - w t)$$

Polarización elíptica. Caso general

- En realidad los casos de polarización lineal y circular vistos hasta ahora pueden ser considerados como casos particulares de un estado de **polarización elíptica**.

$$\vec{\psi}(z, t) = \underbrace{E_{0x} \cos(kz - w t)}_{E_x} \hat{x} + \underbrace{E_{0y} \cos(kz - w t + \epsilon)}_{E_y} \hat{y}$$


$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos(kz - w t) \cos \epsilon - \sin(kz - w t) \sin \epsilon$$

$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - w t)$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \epsilon = -\sin(kz - w t) \sin \epsilon$$

Polarización elíptica. Caso general

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \epsilon = -\sin(kz - wt) \sin \epsilon$$

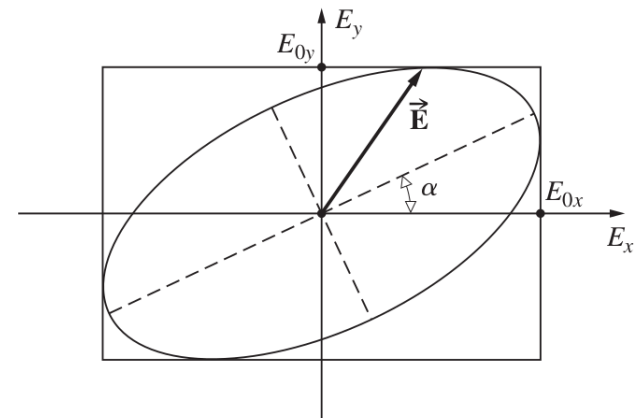
$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - wt) \xrightarrow{\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)} \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 = 1 - \sin^2(kz - wt)$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \epsilon = -\sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2} \sin \epsilon \quad \sin(kz - wt) = \sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2}$$

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos \epsilon = \sin^2 \epsilon$$

Ec de una elipse en el plano E_x, E_y

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y} \cos \epsilon}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}$$



Applets utilizados

- Ver links en Material Adicional en la pagina de la materia