Curso: Física 1 A | Profesor: G. Otero y Garzón

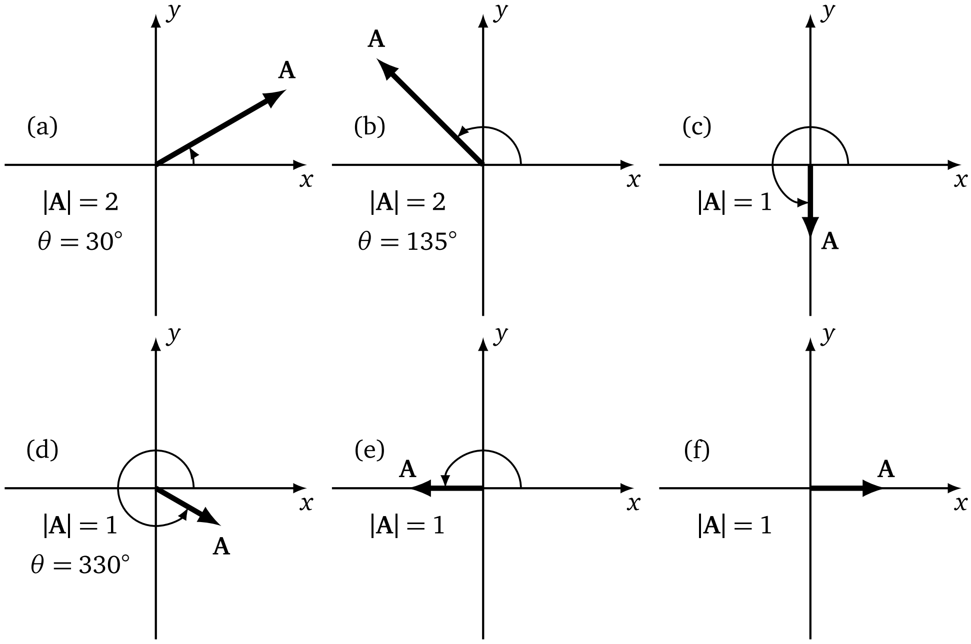
Física 1

Segundo cuatrimestre de 2024

Guía 0 – Repaso

1. Hallar el módulo del vector de origen en $(20, -5, 8)$ y extremo en $(-4, -3, 2)$.

2. Halle las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



3. Determine el módulo y la dirección de los siguientes vectores y represéntelos gráficamente.

(a) $\mathbf{A} = 3\hat{x} + 3\hat{y}$

(b) $\mathbf{B} = (-5/4, -13/6)$

(c) $\mathbf{C} = (-5/2, 13/3)$

(d) $\mathbf{D} = 5\hat{x}$

(e) $\mathbf{E} = 3\hat{y}$

(f) $\mathbf{F} = (0, -7)$

4. Dados los vectores **A** y **B**, halle gráficamente la suma.

(a) $\mathbf{A} = (-3, 2)$ y $\mathbf{B} = (-2, 5)$

(b) $|\mathbf{A}| = 2$, $\theta_A = 20°$ y $|\mathbf{B}| = 3$, $\theta_B = 135°$

(c) $\mathbf{A} = (-2, 0)$ y $\mathbf{B} = (0, 4)$

5. Sean **A** y **B** los vectores dados en el ejercicio anterior. Halle analíticamente las componentes cartesianas y polares del vector $\mathbf{A}+\mathbf{B}$ y del vector $\mathbf{A}-\mathbf{B}$. Dado el vector suma $\mathbf{C} = \mathbf{A}+\mathbf{B}$, ¿es el módulo de **C** igual a la suma de los módulos de **A** y de **B**?

6. Dados los vectores $\mathbf{A} = 3\hat{x}+2y+3z$, $\mathbf{B} = 4\hat{x}-3\hat{y}+2\hat{z}$ y $\mathbf{C} = -2\hat{y}-5\hat{z}$, efectúe las siguientes operaciones.

(a) $\frac{\mathbf{A}-\mathbf{B}}{|\mathbf{C}|}$

(b) $5\mathbf{A}-2\mathbf{C}$

(c) $-2\mathbf{A}+\mathbf{B}-\frac{\mathbf{C}}{5}$

7. Encuentre qué propiedades deben tener los vectores **A** y **B** para que cumplan las siguientes condiciones.

(a) $\mathbf{A}+\mathbf{B}=\mathbf{C}$ y $|\mathbf{A}|+|\mathbf{B}|=|\mathbf{C}|$

(b) $\mathbf{A}+\mathbf{B}=\mathbf{A}-\mathbf{B}$

(c) $\mathbf{A}+\mathbf{B}=\mathbf{C}$ y $|\mathbf{A}|^2+|\mathbf{B}|^2=|\mathbf{C}|^2$

8. El *producto escalar* entre dos vectores se define como $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=|\mathbf{A}|\,|\mathbf{B}|\cos\theta$, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores. La base canónica de la terna derecha se define con los vectores $\hat{x}=(1,0,0)$, $\hat{y}=(0,1,0)$ y $\hat{z}=(0,0,1)$. Calcule $\hat{x}\cdot\hat{x}$, $\hat{x}\cdot\hat{y}$, $\hat{x}\cdot\hat{z}$, $\hat{y}\cdot\hat{y}$, $\hat{y}\cdot\hat{z}$ y $\hat{z}\cdot\hat{z}$.

9. Usando la propiedad distributiva del producto escalar respecto a la suma, $\mathbf{C}\cdot(\mathbf{E}+\mathbf{F})=\mathbf{C}\cdot\mathbf{E}+\mathbf{C}\cdot\mathbf{F}$, y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si $\mathbf{A}=A_x\hat{x}+A_y\hat{y}+A_z\hat{z}$ y $\mathbf{B}=B_x\hat{x}+B_y\hat{y}+B_z\hat{z}$, entonces

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=A_xB_x+A_yB_y+A_zB_z.$$

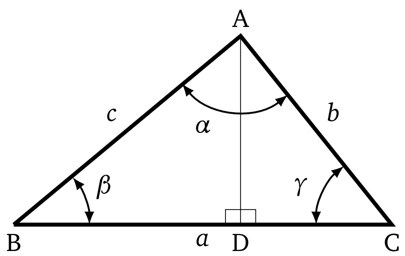
10. Utilizando la definición de las funciones trigonométricas y el teorema de Pitágoras, demuestre los siguientes teoremas en base al triángulo de la figura[1].

(a) El *teorema del coseno*, es decir,

$$b^2=c^2+a^2-2ca\cos\beta.$$

(b) El *teorema del seno*, es decir,

$$\frac{b}{\sin\beta}=\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{c}{\sin\gamma}.$$

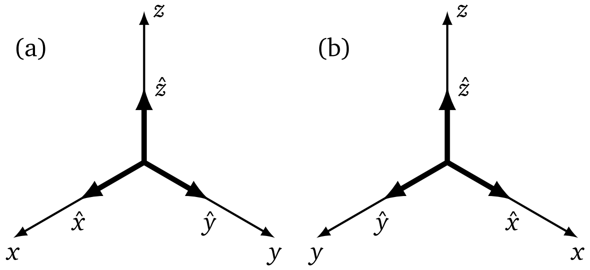


11. Utilizando la definición de el *producto vectorial* entre dos vectores, calcular:

(a) $\hat{x}\times\hat{y}$, $\hat{z}\times\hat{x}$, $\hat{y}\times\hat{z}$, $\hat{x}\times\hat{x}$, $\hat{y}\times\hat{y}$, $\hat{z}\times\hat{z}$ usando la terna de la figura (a).

(b) Repita el cálculo utilizando la terna de la figura (b) y compare.

En lo sucesivo trabajaremos con ternas análogas a las del caso (a), denominadas "ternas derechas", en las cuales $\hat{x}\times\hat{y}=\hat{z}$.



[1] En la figura, a es la longitud del lado BC, b la del lado AC y c la del lado AB.

12. Dados los vectores **A**, **B** y **C**, demostrar:

(a) Que el producto vectorial no es asociativo y se cumple que

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}).$$

(b) Que cualesquiera sean los vectores, se cumple:

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) + \mathbf{B} \times (\mathbf{C} \times \mathbf{A}) + \mathbf{C} \times (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = 0.$$

(c) Que el producto mixto es igual al volumen del paralelepípedo construido sobre los mismos una vez llevado a partir de su origen común.

(d) Que la condición necesaria y suficiente para que los tres vectores sean paralelos a un mismo plano es que su producto mixto sea nulo.

13. Hallar la expresión de los vectores posición, velocidad y aceleración en coordenadas polares y cilíndricas. Representar gráficamente.

14. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales. Es decir, encuentre la función $y(t)$. En todos los casos, y_0 es una constante.

(a) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2$, $y(0) = 0$.

(b) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = a$, $y(0) = y_0$.

(c) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = e^t$, $y(0) = y_0$.

(d) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} - \sin(3t) = 0$, $y(0) = 0$.

(e) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 2y$, $y(1) = y_0$.

(f) $t\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = 1$, $y(1) = 0$.

15. Suponga una colonia que tiene N_0 bacterias a tiempo $t = 0$. Si la colonia crece a una tasa proporcional a su población, entonces

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = kN,$$

donde k es una constante positiva.

(a) Resuelva esta ecuación para encontrar $N(t)$. Grafique cualitativamente la solución.

(b) ¿Cuánto tarda la población inicial en duplicarse? ¿Cuánto tiempo más hay que esperar para que se vuelva a duplicar?

16. Un cuerpo que en el instante $t = 0$ se encuentra en un punto A, viaja en línea recta con velocidad constante de módulo desconocido v. Cuando transcurre un tiempo T el móvil pasa por un punto B, que está a distancia d de A.

(a) Halle v.

(b) Dé dos expresiones para la posición del cuerpo en función del tiempo, considerando un sistema de coordenadas con origen en A y un sistema de coordenadas con origen en B, y grafíquelas.

17. Un automóvil viaja en línea recta con velocidad constante desde A hasta C, pasando por B. Se sabe que pasa por A a las 12:00, por B a las 13:00 y por C a las 15:00. La distancia entre A y B es 50 km.

(a) Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.

(b) Elija un instante t_0. ¿Cuánto vale x_0? Escriba la ecuación de movimiento.

(c) Elija otro instante t_0. ¿Cuánto vale x_0? Escriba la ecuación de movimiento.

(d) Calcule la velocidad del auto y la distancia BC.

18. Un móvil 1 viaja en línea recta desde A hacia B a 80 km/h y otro móvil 2 lo hace desde B hacia A a 50 km/h. La distancia entre A y B es 300 km y el móvil 2 parte 1 hora antes que el móvil 1.

(a) Elegir un origen de tiempo y un sistema de referencia.

(b) Escribir los vectores velocidad $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$ de los móviles 1 y 2, respectivamente.

(c) En un mismo gráfico, representar la posición en función del tiempo para ambos móviles. ¿Cuál es el significado del punto de intersección de ambas curvas?

(d) En un mismo gráfico, representar la velocidad en función del tiempo para ambos móviles. ¿Cómo podría encontrarse en este gráfico el tiempo de encuentro?

(e) Repetir el problema para el caso en que ambos móviles viajan desde A hacia B.

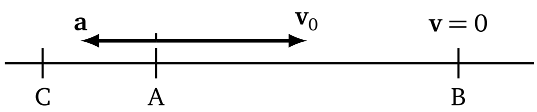
19. Un cuerpo viaja en línea recta con aceleración constante de módulo desconocido a y dirección como la de la figura. En el instante $t = 0$ el móvil pasa por el punto A con velocidad v_0 como la de la figura, en $t = t_0$ el móvil pasa por B y tiene velocidad nula y en $t = t_1$ el móvil pasa por C.

(a) Elegir un sistema de referencia y escribir las expresiones para la posición y la velocidad del móvil en función del tiempo, $x(t)$ y $v(t)$.

(b) Hallar a y la distancia AB.

(c) Calcular la distancia BC y la velocidad del móvil cuando pasa por C, ¿se pueden usar para este cálculo las expresiones $x(t)$ y $v(t)$ del inciso (a)?

(d) Hallar la velocidad media entre A y B y entre A y C. ¿Coinciden estas dos velocidades medias? ¿Por qué?



20. Un auto viaja por una ruta a 20 m/s cuando un perro se cruza a 50 m.

(a) ¿Cómo deben ser los sentidos de los vectores aceleración y velocidad para que el auto frene?

(b) ¿Cuál es la desaceleración mínima que debe imprimirse al automóvil para no chocar al perro?

(c) Calcule la desaceleración mínima teniendo en cuenta que el tiempo de respuesta del chofer es 0.3 s.

(d) Mostrar las situaciones anteriores en un gráfico de posición en función del tiempo.

21. Un cuerpo se deja caer desde un globo aerostático que desciende a 12 m/s.

(a) Elegir un sistema de referencia y escribir las ecuaciones que describen el movimiento del cuerpo.

(b) Calcular la velocidad y la distancia recorrida por el cuerpo al cabo de 10 s.

(c) Resolver los incisos (a) y (b) considerando que el globo asciende a 12 m/s.

22. Una piedra en caída libre recorre 67 m en el último segundo de su movimiento antes de tocar el piso. Suponiendo que partió del reposo, determinar la altura desde la cual cayó, el tiempo que tarda en llegar al piso y la velocidad de llegada.

23. Desde una terraza a 40 m del suelo se lanza hacia arriba una piedra con velocidad 15 m/s.

(a) ¿Con qué velocidad vuelve a pasar por el nivel de la terraza?

(b) ¿Cuándo llega al suelo?

(c) ¿Cuándo y dónde se encuentra con una piedra arrojada desde el suelo hacia arriba con una velocidad de 55 m/s y que parte desde el suelo en el mismo instante que la anterior?

(d) Representar gráficamente.

24. Un automóvil cuya velocidad es 90 km/h pasa ante un control policial. En ese instante sale en su persecución un patrullero que parte del reposo y acelera uniformemente de modo que alcanza una velocidad de 90 km/h en 10 s. Hallar:

(a) El tiempo que dura la persecución.

(b) El punto en que el patrullero alcanza el automóvil.

(c) La velocidad del patrullero en el punto de alcance.

25. El sistema de la figura, formado por dos partículas de masas m_1 y m_2, parte del reposo y se mueve de tal forma que la masa m_1 sube recorriendo todo el plano inclinado en un tiempo τ. Intercambiando las partículas, m_2 recorre todo el plano subiendo en un tiempo $\tau/4$. Sabiendo que $m_1/m_2 = 9$, hallar α.