Mecánica & Termodinámica - Cátedra Pablo Balenzuela
1^{er} cuatrimestre de 2018

Coordenadas polares

- Posición: $\vec{x} = r\,\hat{r}$
- Velocidad: $\vec{v} = \dot{\vec{x}} = \dot{r}\,\hat{r} + r\dot{\varphi}\,\hat{\varphi}$
- Aceleración: $\vec{a} = \ddot{\vec{x}} = (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\,\hat{r} + (\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi})\,\hat{\varphi}$

En las coordenadas polares usamos que las direcciones radial y tangencial varían en el tiempo:

- $\dot{\hat{r}} = \dot{\varphi}\,\hat{\varphi}$
- $\dot{\hat{\varphi}} = -\dot{\varphi}\,\hat{r}$

Movimiento circular uniforme

El radio de giro es constante, $r = R = cte$,
por lo tanto $\dot{r} = 0$ y $\ddot{r} = 0$.

Además, como el movimiento circular es uniforme
$\dot{\varphi} = \omega = cte$ y $\ddot{\varphi} = 0$.

En este caso las cantidades físicas resultan:

✓ Posición: $\vec{x} = R\,\hat{r}$

✓ Velocidad: $\vec{v} = R\dot{\varphi}\,\hat{\varphi} = R\omega\,\hat{\varphi}$

✓ Aceleración: $\vec{a} = -R\dot{\varphi}^2\,\hat{r} = -R\omega^2\,\hat{r}$

Tablita con algunas ecuaciones diferenciales y las soluciones

Sistema físico	Ecuación de Newton	Solución	Parámetros relevantes
Fuerza constante	$m\ddot{x} = F_0$	$x(t) = \frac{1}{2}\,a\,t^2 + v_0\,t + x_0$ $\dot{x}(t) = a\,t + v_0$	$a = \frac{F_0}{m}$ x_0 y v_0 de cond. iniciales
Oscilador armónico	$m\ddot{x} = -kx$	$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$	$\omega^2 = \frac{k}{m}$, frec. de oscilación A y ϕ de cond. iniciales
Oscilador más fuerza constante	$m\ddot{x} = -kx + F_0$	$x(t) = \frac{F_0}{k} + A\cos(\omega t + \phi)$	$x_{eq} = \frac{F_0}{k}$, pos. de equilibrio A y ϕ de cond. iniciales
Fuerza viscosa	$m\ddot{x} = -\gamma\dot{x}$	$\dot{x}(t) = v_0\,e^{-\frac{\gamma}{m}t}$	$\tau = \frac{m}{\gamma}$, tiempo característico v_0 de cond. iniciales
Fuerza viscosa más fuerza constante	$m\ddot{x} = -\gamma\dot{x} + F_0$	$\dot{x}(t) = \frac{F_0}{\gamma} + v_0\,e^{-\frac{\gamma}{m}t}$	$v_L = \frac{F_0}{\gamma}$, vel. límite v_0 de cond. iniciales
Oscilador sub-amortiguado más fuerza constante	$m\ddot{x} = -kx - \gamma\dot{x} + F_0$	$x(t) = \frac{F_0}{k} + A\,e^{-\lambda t}\,\cos(\omega' t + \phi)$	vale si $\left(\frac{k}{m}\right) > \left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2$ $\lambda = \frac{\gamma}{2m}$, $\omega' = \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right) - \left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2}$ A y ϕ de cond. iniciales
Oscilador sobre-amortiguado más fuerza constante	$m\ddot{x} = -kx - \gamma\dot{x} + F_0$	$x(t) = \frac{F_0}{k} + A\,e^{-\lambda_1 t} + B\,e^{-\lambda_2 t}$	vale si $\left(\frac{k}{m}\right) < \left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2$ $\lambda_1 = \frac{\gamma}{2m} + \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2 - \left(\frac{k}{m}\right)}$, $\lambda_2 = \frac{\gamma}{2m} - \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2 - \left(\frac{k}{m}\right)}$, A y B de cond. iniciales

En el caso de la fueza viscosa $x(t)$ se obtiene integrando directamente (en el tiempo) $\dot{x}(t)$.

★★★★★