Física 2 para ciencias químicas a distancia

FCEN – UBA - 1 Cuatrimestre 2020

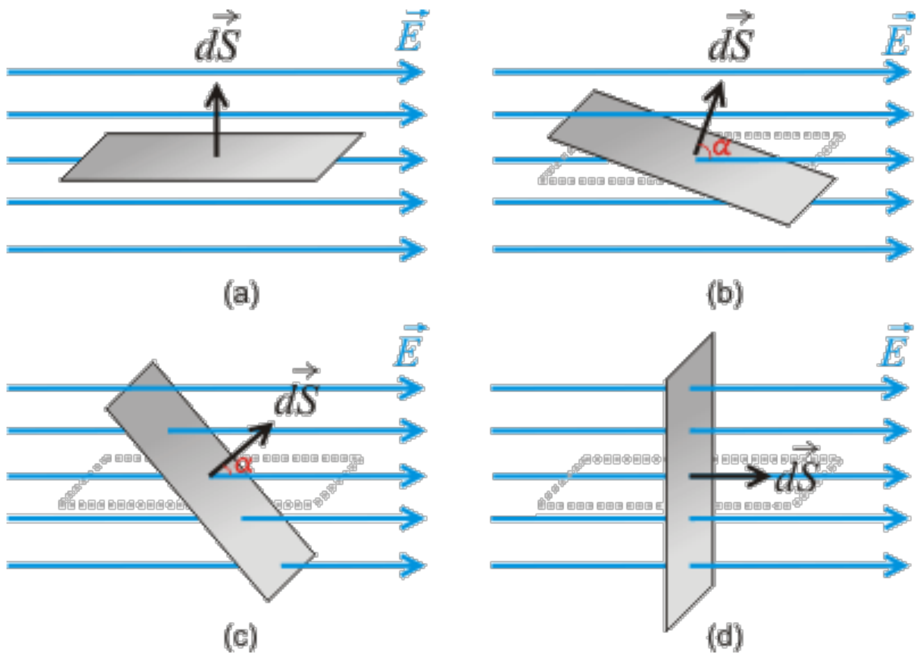
Algunos pedidos y anuncios

- Les pedimos que se inscriban en el campus virtual de Exactas (ver mail de Yamila)
- Estaremos organizando algunas encuestas para ver cómo están aprendiendo y en qué podemos mejorar.
- Les pedimos que nos digan si tienen problemas en aparecer en el video.
- Clases ya están en la página de la materia (en www.df.uba.ar) y en el Campus de Exactas.
- Cuídense, quédense en casa.

Electrostática

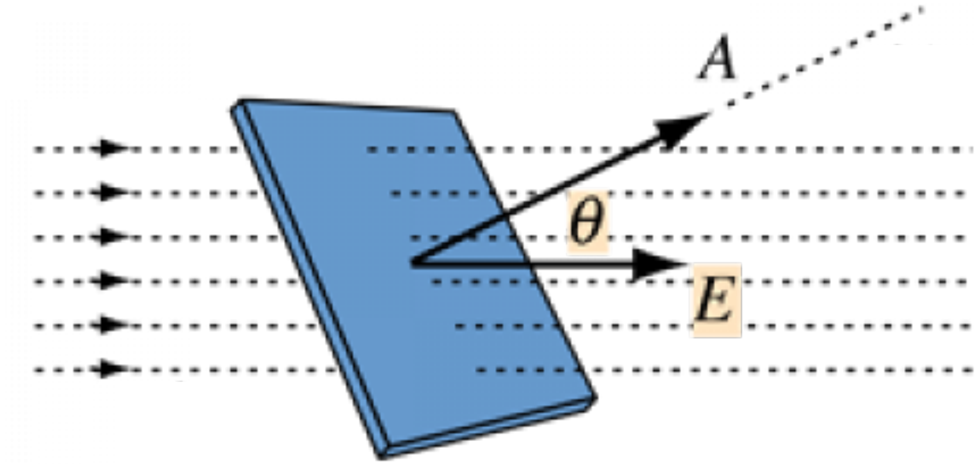
Ley de Gauss

Flujo de campo eléctrico



Superficie plana de área A, $\vec{E}$ constante

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \ \cos\theta$$



Flujo de campo eléctrico

- Superficie compuestas de facetas de área $\overrightarrow{A_i}$ atravesadas por campos $\overrightarrow{E_i}$.

$$\Phi = \sum_{todos\ los\ i} \overrightarrow{E_i} \cdot \overrightarrow{A_i} = \sum_{todos\ los\ i} E_i A_i \cos\theta_i$$

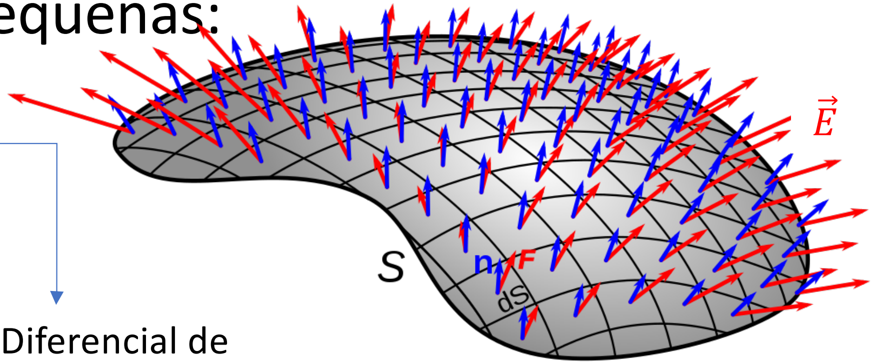
- Si las facetas son infinitesimalmente pequeñas:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \int_S \vec{E} \cdot \vec{n}\, ds$$

Campo en la faceta infinitesimal

Normal a la faceta infinitesimal

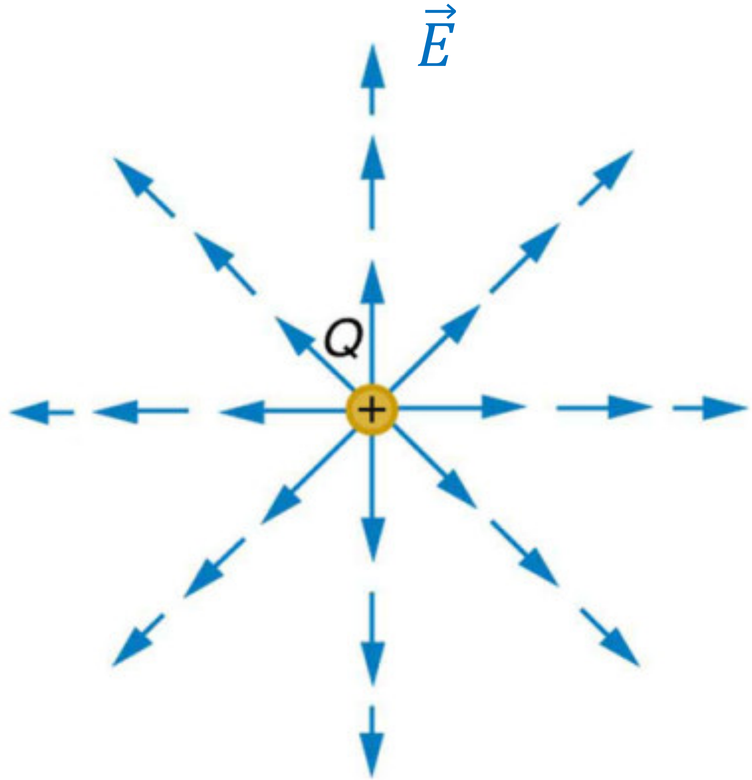
Diferencial de área



Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- En coordenadas esféricas, el campo generado a una distancia r es siempre radial y vale:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

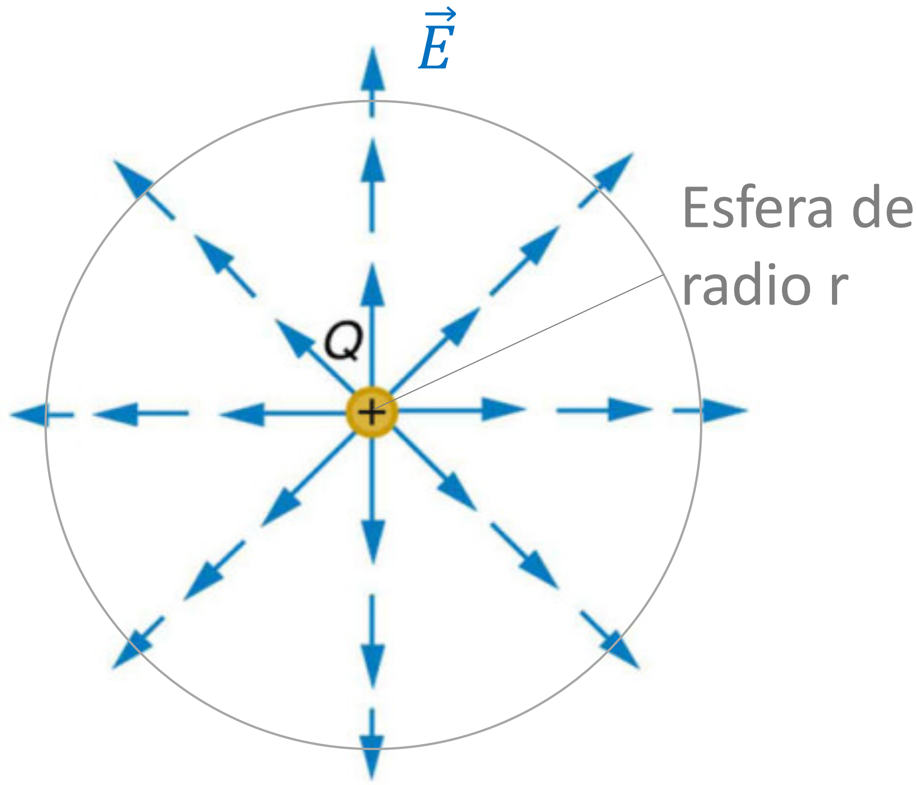


Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- El flujo del campo eléctrico a través de una esfera de radio r vale:

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$

Superficie de la esfera

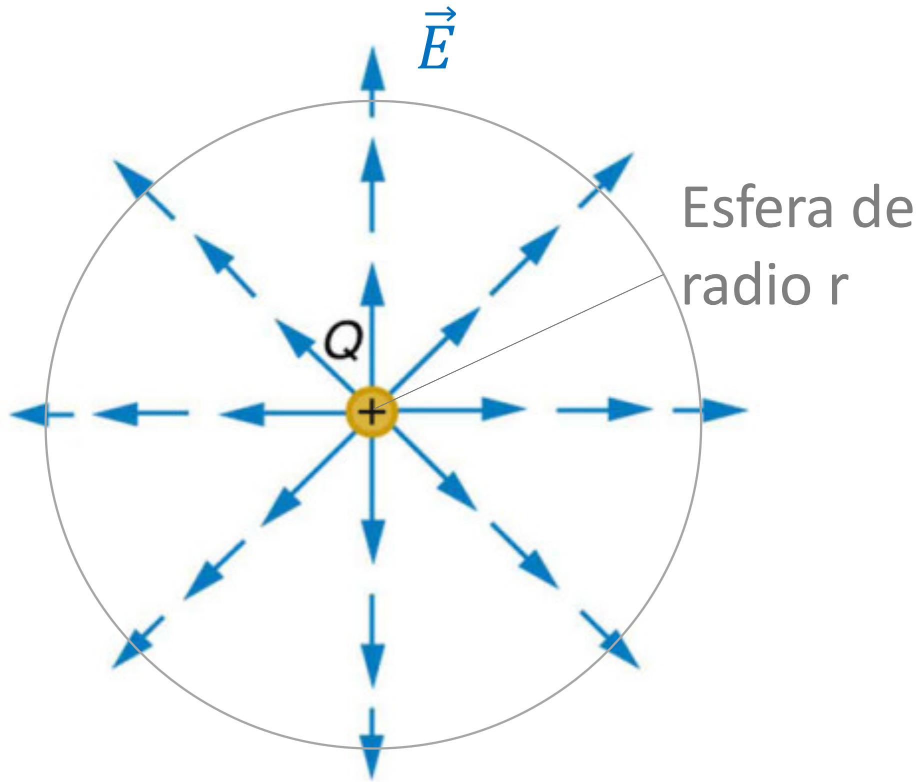


Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- Sobre la esfera, $\vec{E}$ apunta siempre radialmente y vale lo mismo

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot \overrightarrow{ds}$$

Superficie de
la esfera

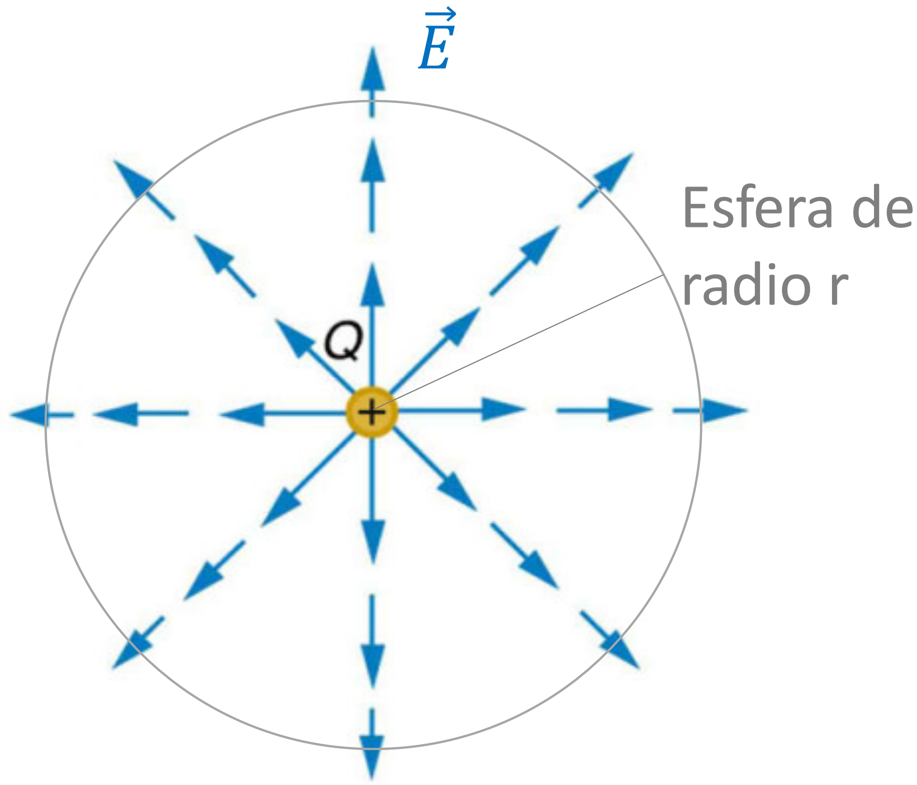


Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- El diferencial de área en la esfera apunta radialmente y vale $r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, \hat{r}$$

Superficie de la esfera



Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- Partiendo de:

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, \hat{r}$$

Superficie de
la esfera

- Reorganizamos los factores y tachamos los r^2

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\cancel{r^2}} \cancel{r^2} \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, \hat{r} \cdot \hat{r}$$

Superficie de
la esfera

Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- Luego, sabemos que por definición $\hat{r} \cdot \hat{r} = 1$

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

Superficie de
la esfera

- Ponemos ahora los límites de integración y Q sale afuera

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera

- La primera integral da 2, mientras que la segunda vale 2π, entonces

$$\Phi = \frac{1}{\cancel{4\pi}\epsilon_0} Q \, \cancel{4\pi} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

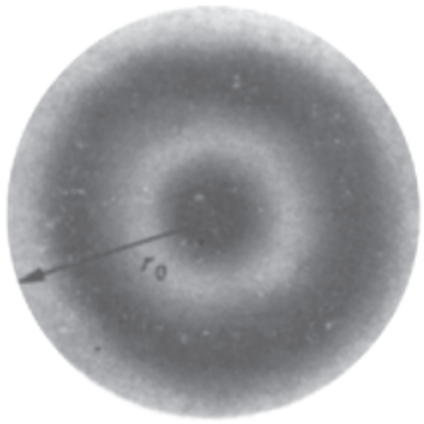
- Vemos que el resultado no depende del radio de la esfera, o sea que es <u>el mismo para cualquier valor de r</u>.

Ley de Gauss

Se verifica (ver A2) que en general, para toda superficie cerrada S que encierra un volumen V, El flujo del campo eléctrico $\vec{E}$ a través de S es proporcional a la carga total encerrada

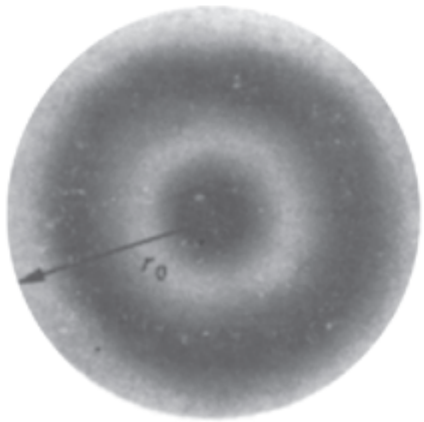
$$\int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \, dv$$

Campo de una distribución esférica de carga



- Supongamos una distribución de carga ρ como la de la figura.

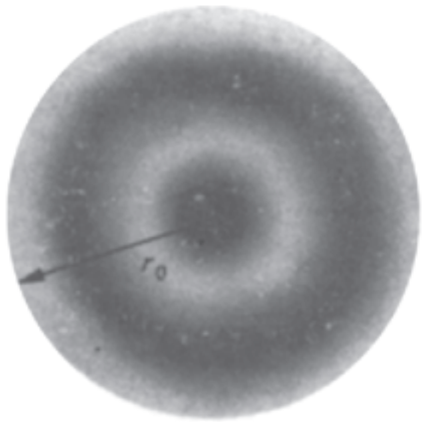
Campo de una distribución esférica de carga



- Supongamos una distribución de carga ρ como la de la figura.

- La carga varía solamente con distancia radial y termina en $r = r_0$.

Campo de una distribución esférica de carga

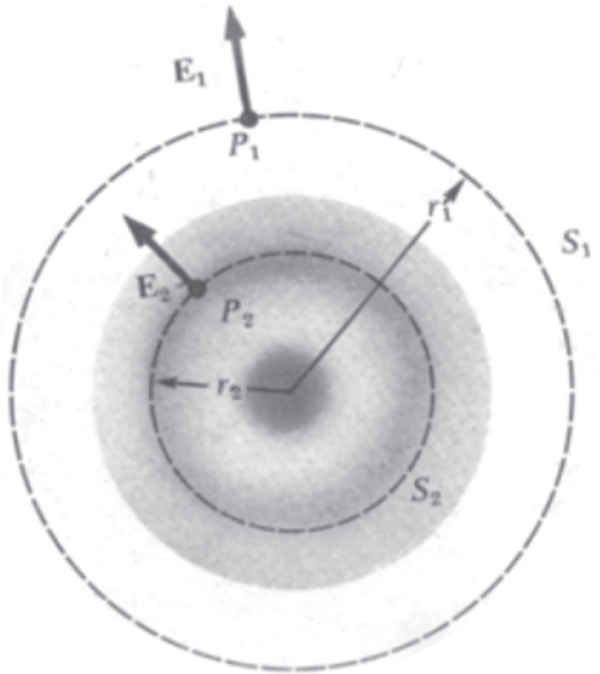


- Supongamos una distribución de carga ρ como la de la figura.

- La carga varía solamente con distancia radial y termina en $r = r_0$.

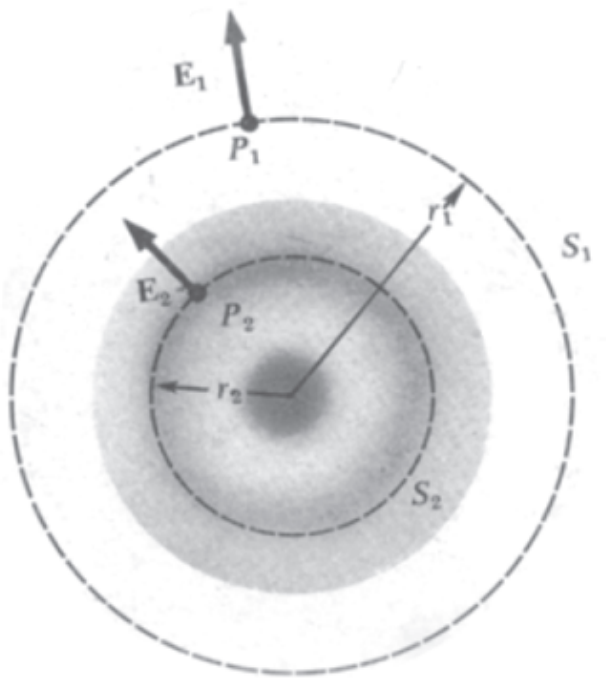
- Calculemos el campo en todo el espacio aprovechando la Ley de Gauss y la simetría del sistema.

Campo de una distribución esférica de carga



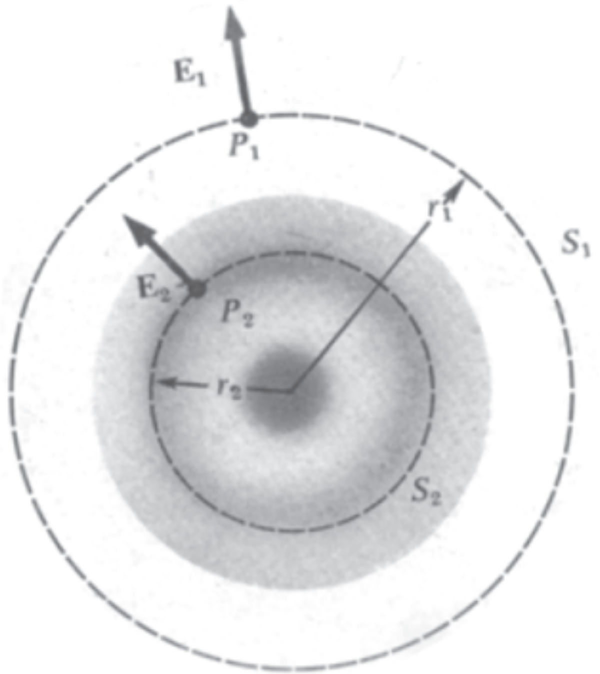
- El sistema tiene simetría esférica (rotar la carga alrededor del origen no cambia nada).

Campo de una distribución esférica de carga



- El sistema tiene simetría esférica (rotar la carga alrededor del origen no cambia nada).
- El campo debe ser radial y depender sólo de la distancia r.

Campo de una distribución esférica de carga

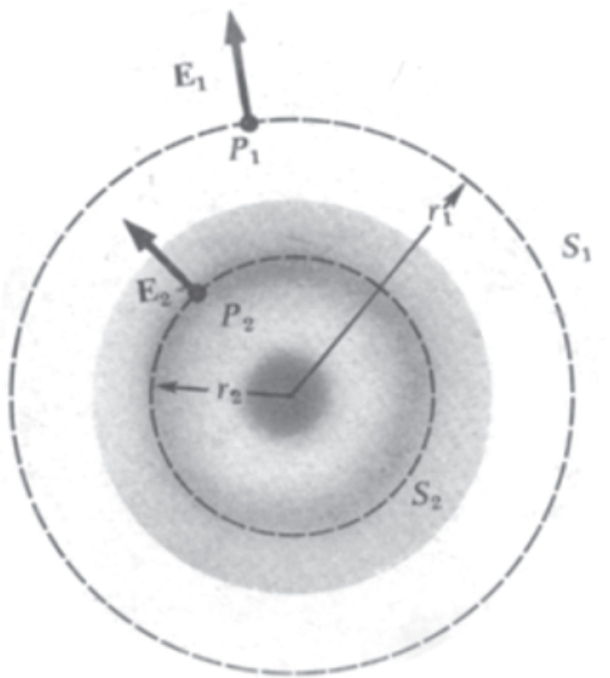


- El sistema tiene simetría esférica (rotar la carga alrededor del origen no cambia nada).

- El campo debe ser radial y depender sólo de la distancia r.

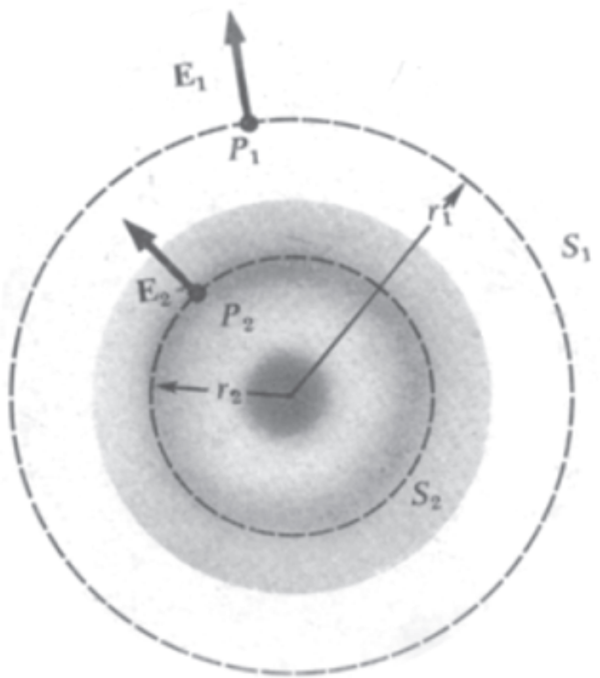
$$\vec{E} = E(r)\,\hat{r}$$

Campo de una distribución esférica de carga



- Sobre cualquier esfera centrada en el origen el módulo de E vale siempre lo mismo.

Campo de una distribución esférica de carga

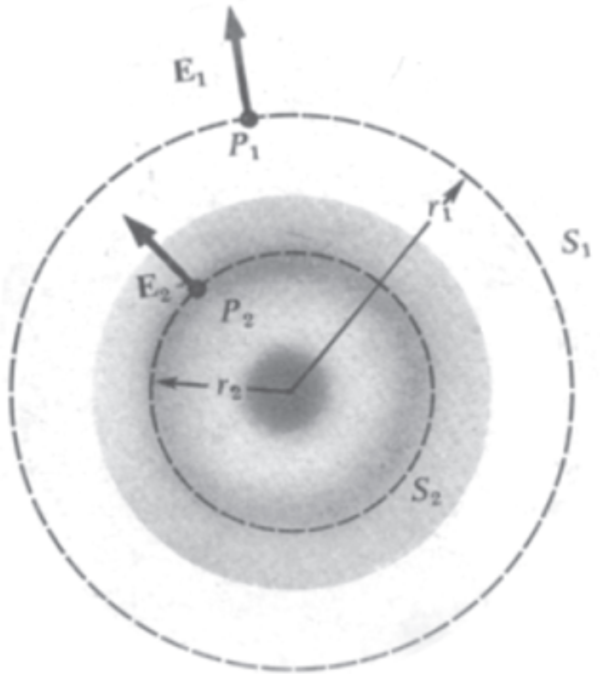


- Sobre cualquier esfera centrada en el origen el módulo de E vale siempre lo mismo.

- Si E_1 es el módulo del campo sobre la esfera S_1de radio r_1 , el flujo será:

$$\Phi = \int_{S_1} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = E_1 \int_{S_1} \hat{r} \cdot \hat{r}\ ds = 4\pi r_1^2 E_1$$

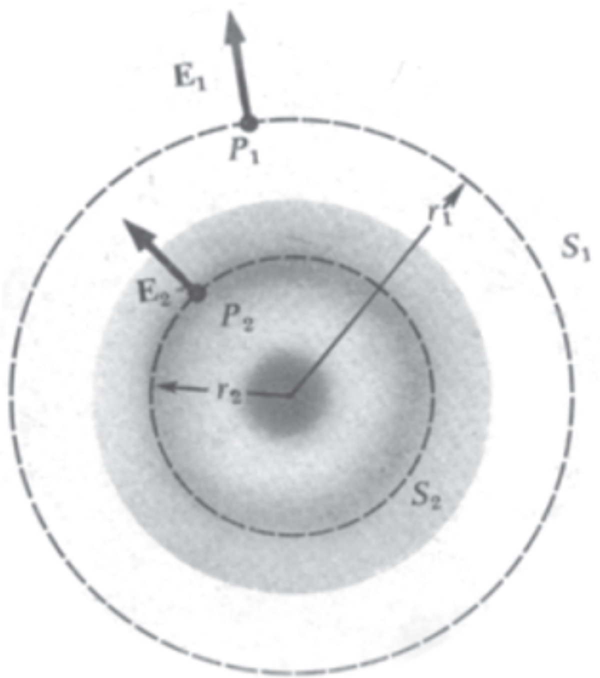
Campo de una distribución esférica de carga



- Por la Ley de Gauss

$$\Phi = 4\pi r_1^2 E_1 = \frac{carga\ encerrada\ por\ S_1}{\epsilon_0}$$

Campo de una distribución esférica de carga



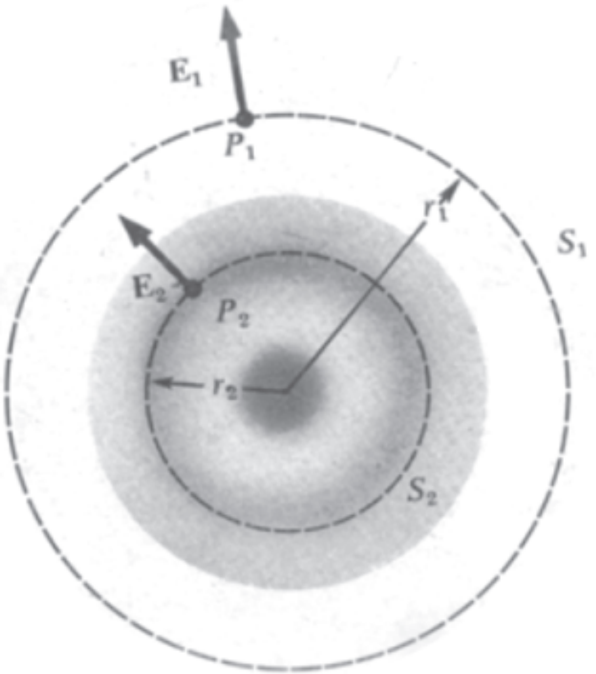
- Por la Ley de Gauss

$$\Phi = 4\pi r_1^2 E_1 = \frac{carga\ encerrada\ por\ S_1}{\epsilon_0}$$

- Por lo tanto

$$E_1 = \frac{carga\ encerrada\ por\ S_1}{4\pi r_1^2 \epsilon_0}$$

Campo de una distribución esférica de carga



- Por la Ley de Gauss

$$\Phi = 4\pi r_1^2 E_1 = \frac{carga\ encerrada\ por\ S_1}{\epsilon_0}$$

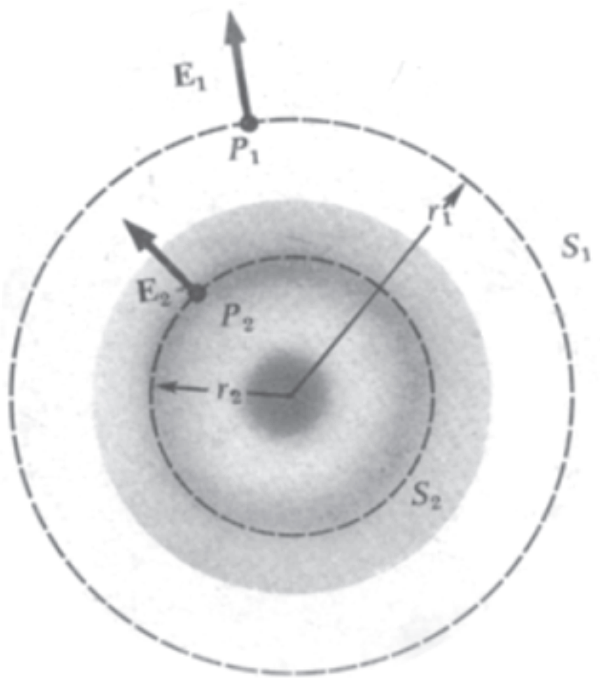
- Por lo tanto

$$E_1 = \frac{carga\ encerrada\ por\ S_1}{4\pi r_1^2 \epsilon_0}$$

Sirve para todo $r_1 > r_0$

Es como si toda la carga dentro de S_1 estuviese concentrada en el origen

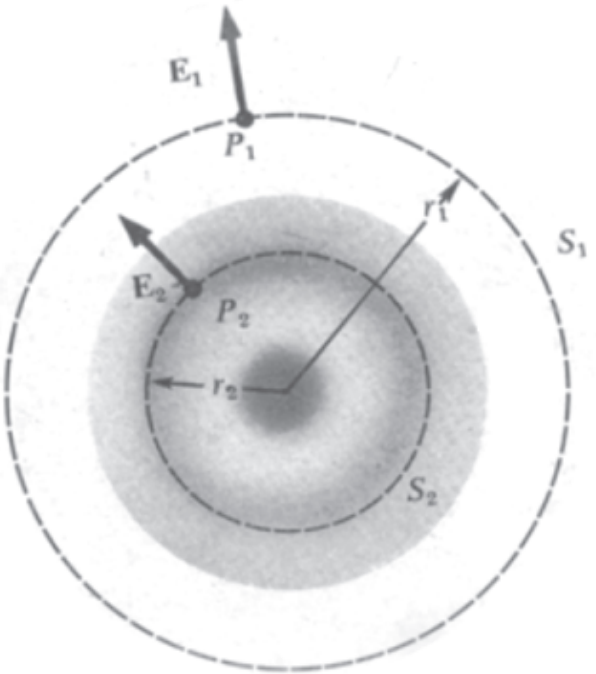
Campo de una distribución esférica de carga



- Análogamente, si E_2 es el módulo del campo sobre la esfera S_2 de radio r_2

$$E_2 = \frac{carga\ encerrada\ por\ S_2}{4\pi r_2^2 \epsilon_0}$$

Campo de una distribución esférica de carga



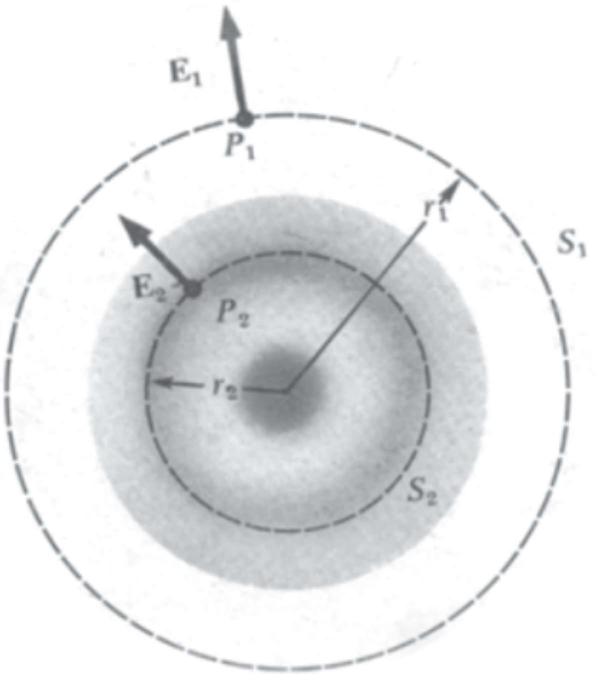
- Análogamente, si E_2 es el módulo del campo sobre la esfera S_2 de radio r_2

$$E_2 = \frac{carga\ encerrada\ por\ S_2}{4\pi r_2^2 \epsilon_0}$$

- Depende de cuánta carga encierre S_2

$$Carga\ encerrada\ por\ S_2 = \int_{\substack{\text{Volumen}\\ \text{encerrado}\\ \text{Por } S_2}} \rho\, dV$$

Campo de una distribución esférica de carga



- Análogamente, si E_2 es el módulo del campo sobre la esfera S_2 de radio r_2

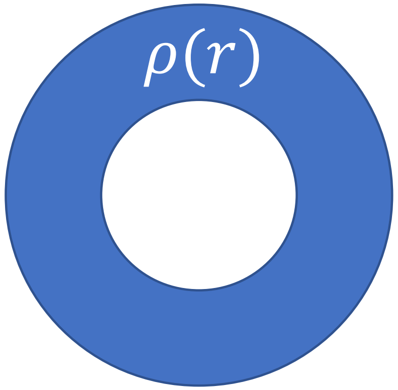
$$E_2 = \frac{carga\ encerrada\ por\ S_2}{4\pi r_2^2 \epsilon_0}$$

- Depende de cuánta carga encierre S_2

$$Carga\ encerrada\ por\ S_2 = \int_{\substack{\text{Volumen} \\ \text{encerrado} \\ \text{Por } S_2}} \rho\ dV$$

- No depende de la carga fuera de S_2 !

Pregunta 4

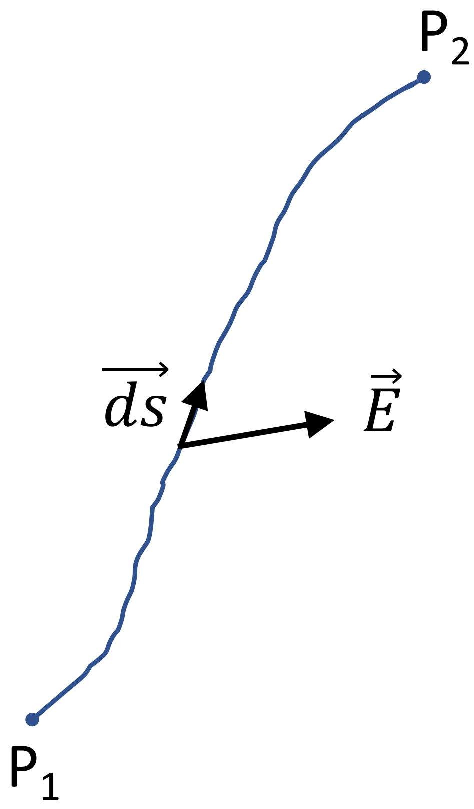


- Se tiene una distribución de carga en forma de cáscara con simetría esférica $\rho(r)$.

- ¿Cuánto vale el campo eléctrico en el interior de la cáscara?

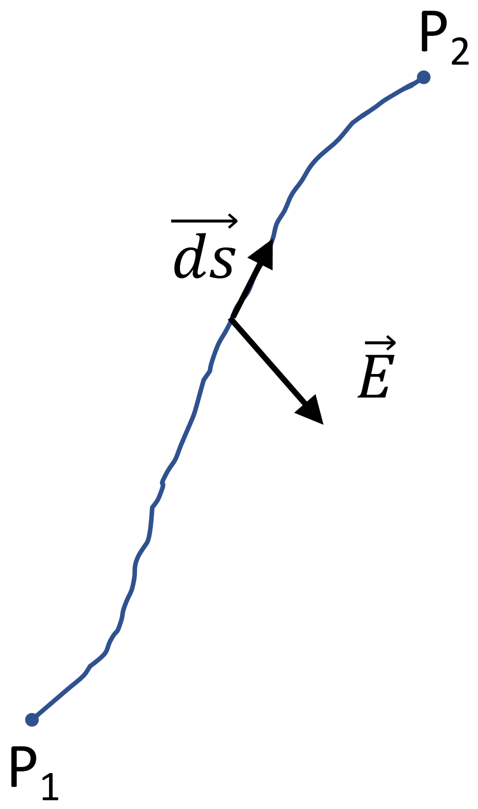
Potencial electrostático

Integral de línea del campo



- Vimos antes el trabajo de la fuerza electrostática.

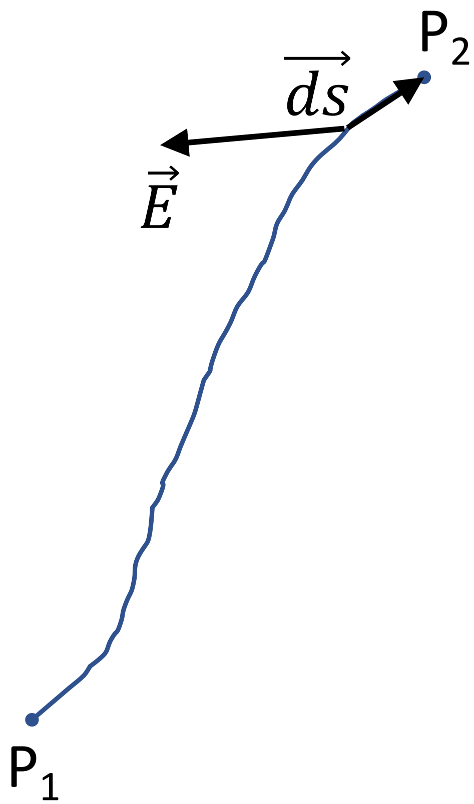
Integral de línea del campo



- Vimos antes el trabajo de la fuerza electrostática.

- Ahora nos interesa ver la integral de camino de un campo $\vec{E}$ entre dos puntos P_1 y P_2.

Integral de línea del campo

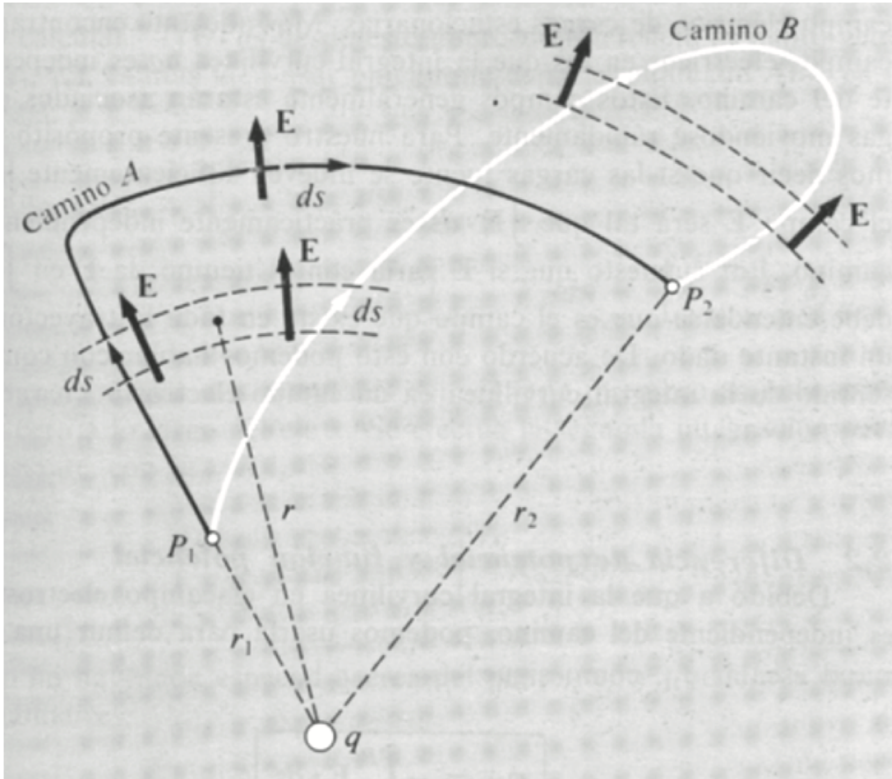


- Vimos antes el trabajo de la fuerza electrostática.

- Ahora nos interesa ver la integral de camino de un campo $\vec{E}$ entre dos puntos P_1 y P_2.

$$\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$

Diferencia de potencial en carga puntual



- Supongamos que el campo viene de una carga puntual q.

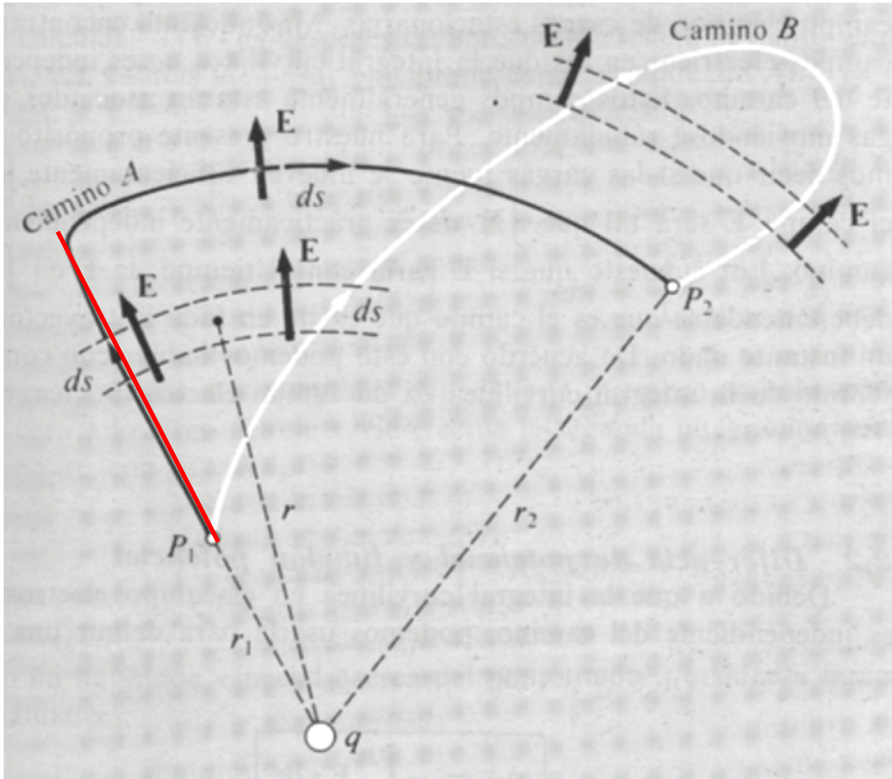
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

- Por el Camino A (camino radial desde r_1 a r_2 + un arco a r_2) la integral entre P_1 y P_2 da:

- $\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} =$

Camino A

Diferencia de potencial en carga puntual



- Supongamos que el campo viene de una carga puntual q.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

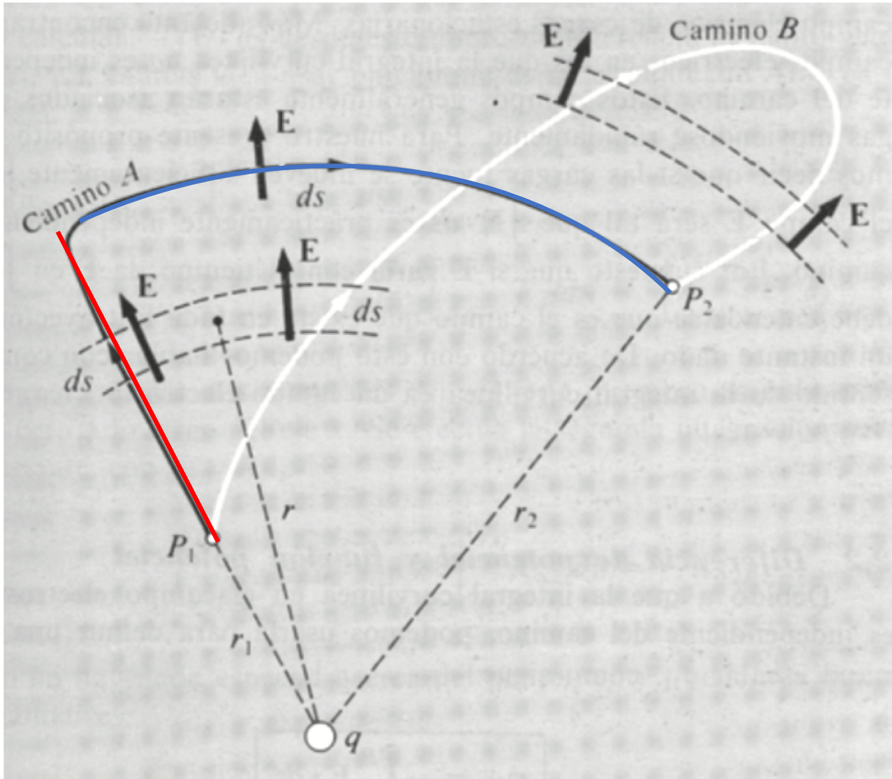
- Por el Camino A (camino radial desde r_1 a r_2 + un arco a r_2) la integral entre P_1 y P_2 da:

- $\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \int \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} +$

Camino A

Camino radial

Diferencia de potencial en carga puntual



- Supongamos que el campo viene de una carga puntual q.

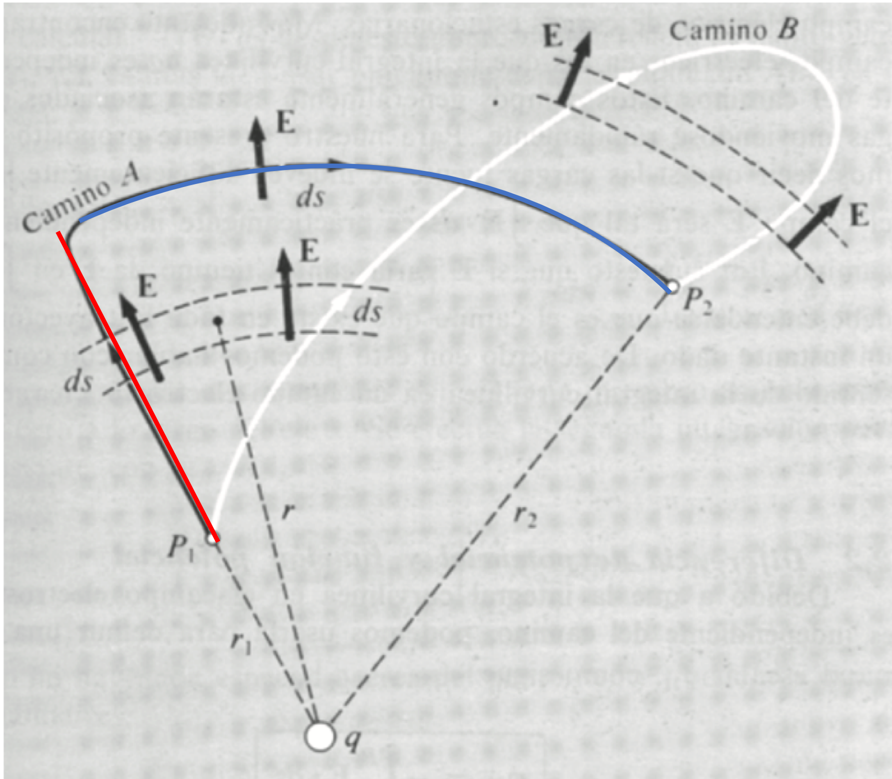
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

- Por el Camino A (camino radial desde r_1 a r_2 + un arco a r_2) la integral entre P_1 y P_2 da:

- $\int_{P_1}^{P_2} \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds} = \int \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds} + \int \vec{E}\cdot\overrightarrow{ds}$

Camino A — Camino radial — Arco

Diferencia de potencial en carga puntual



- Supongamos que el campo viene de una carga puntual q.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

- Por el Camino A (camino radial desde r_1 a r_2 + un arco a r_2) la integral entre P_1 y P_2 da:

- $\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \int \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} + \cancel{\int \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}}$

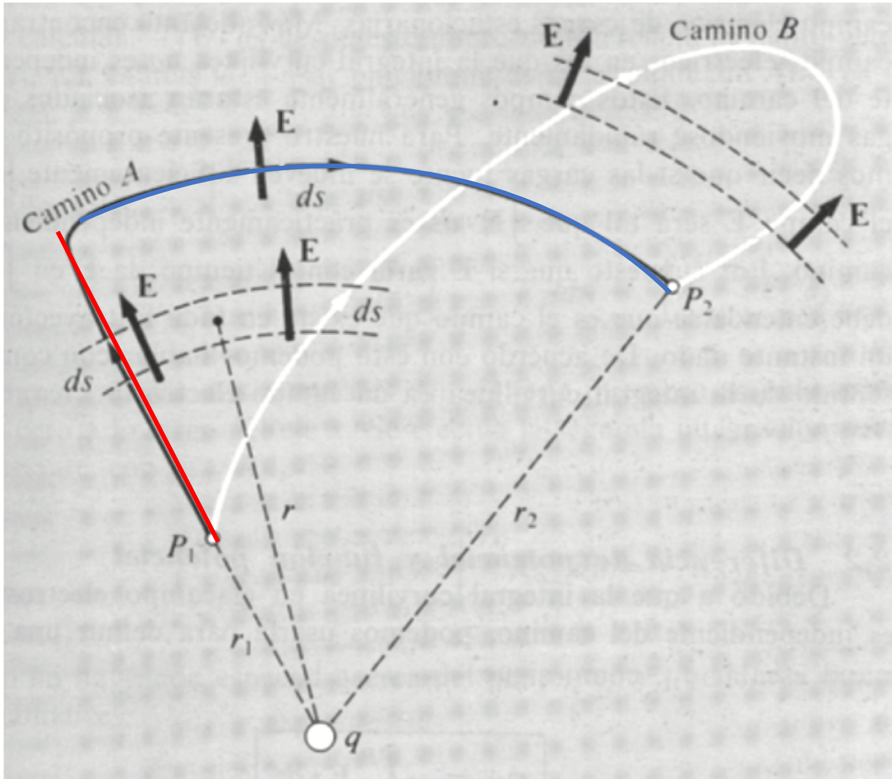
Camino A

Camino radial

Arco

Son perpendiculares!

Diferencia de potencial en carga puntual



- Por el Camino A (camino radial desde r_1 a r_2 + un arco a r_2) la integral entre P_1 y P_2 da $\overrightarrow{ds} = dr\,\hat{r}$:

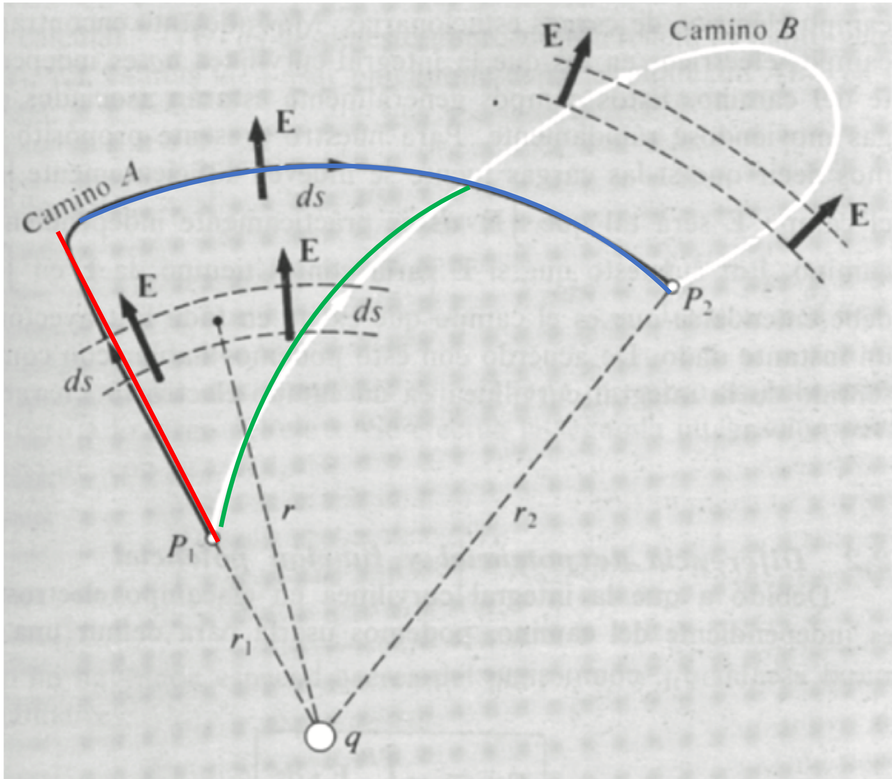
$$\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr$$

Camino A

$$\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

Camino A

Diferencia de potencial en carga puntual

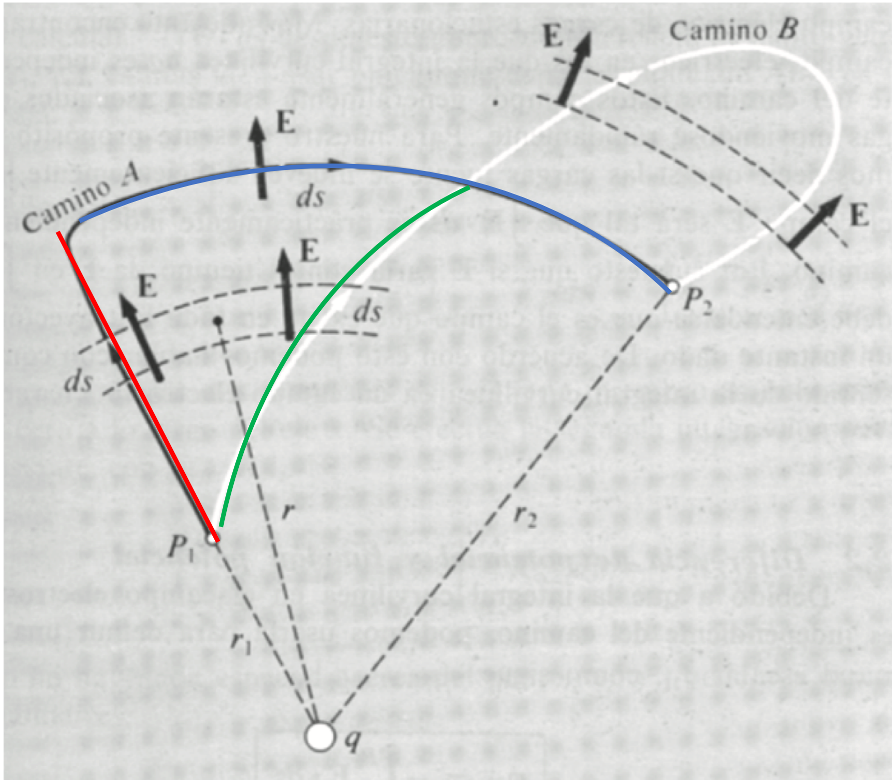


- Al ser $\vec{E}$ radial, la integral por el tramo verde del Camino B vale lo mismo que la integral del camino A.

$$\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

Camino B
Tramo verde

Diferencia de potencial en carga puntual



- Al ser $\vec{E}$ radial, la integral por el tramo verde del Camino B vale lo mismo que la integral del camino A.

$$\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

Camino B
Tramo verde

- Mientras que el lazo blanco no contribuye.

Diferencia de potencial en carga puntual

- Como el camino B no tiene nada especial, **la integral no depende del camino y para P_1 y P_2 fijos siempre vale:**

$$\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

Diferencia de potencial en muchas cargas

- De manera análoga, para un sistema de N cargas $q_1 \ldots q_N$ y por el principio de superposición.

$$\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \int_{P_1}^{P_2} (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_N) \cdot \overrightarrow{ds}$$

$$= \int_{P_1}^{P_2} \vec{E}_1 \cdot \overrightarrow{ds} + \int_{P_1}^{P_2} \vec{E}_2 \cdot \overrightarrow{ds} + \cdots + \int_{P_1}^{P_2} \vec{E}_N \cdot \overrightarrow{ds}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{N} q_i \left[\frac{1}{r_{1i}} - \frac{1}{r_{2i}}\right]$$

r_{1i}: distancia de q_i a P_1
r_{2i}: distancia de q_i a P_2

Como cualquier campo ELECTROSTÁTICO puede considerarse como la suma de campos de cargas puntiformes, la INTEGRAL $\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$ para CUALQUIER CAMPO TENDRÁ EL MISMO VALOR PARA TODOS LOS CAMINOS ENTRE P_1 y P_2

Pregunta 5

- ¿Cuánto vale la integral $\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$ para un conjunto de cargas puntuales para un camino cerrado (P_1=P_2)?

Diferencia de potencial y Potencial

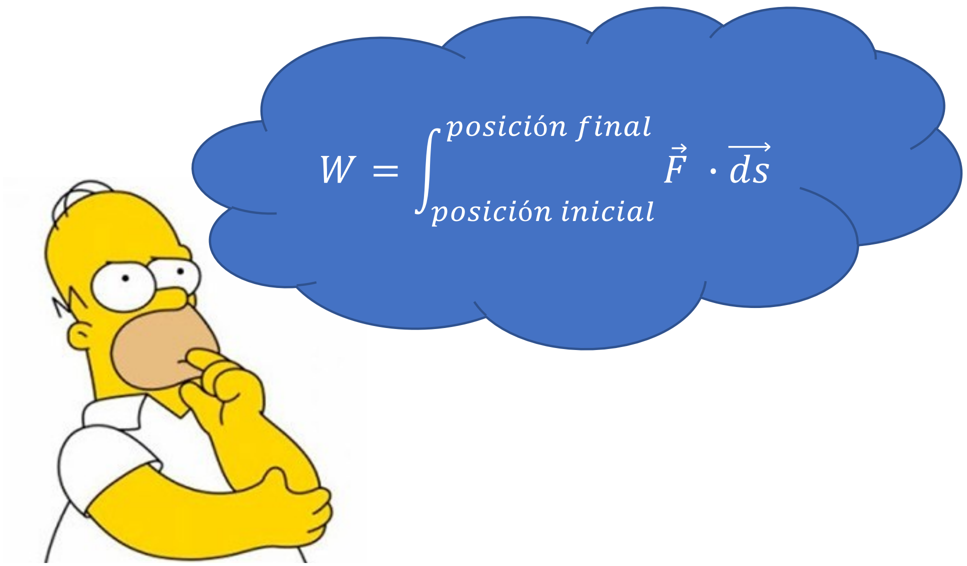
Como $\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$ no depende del camino, la **diferencia de potencial entre $\mathbf{P_1}$ y $\mathbf{P_2}$** definida por:

$$\phi_{21} = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$ es una función de P_1 y P_2.

Diferencia de potencial y Potencial

Como $\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$ no depende del camino, la **diferencia de potencial entre P_1 y P_2** definida por:

$$\phi_{21} = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$ es una función de P_1 y P_2.



Diferencia de potencial y Potencial

Como $\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$ no depende del camino, la **diferencia de potencial entre P_1 y P_2** definida por:

$$\phi_{21} = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$ es una función de P_1 y P_2.

$$W = \int_{posición\ inicial}^{posición\ final} \vec{F} \cdot \overrightarrow{ds}$$

¡ Si !

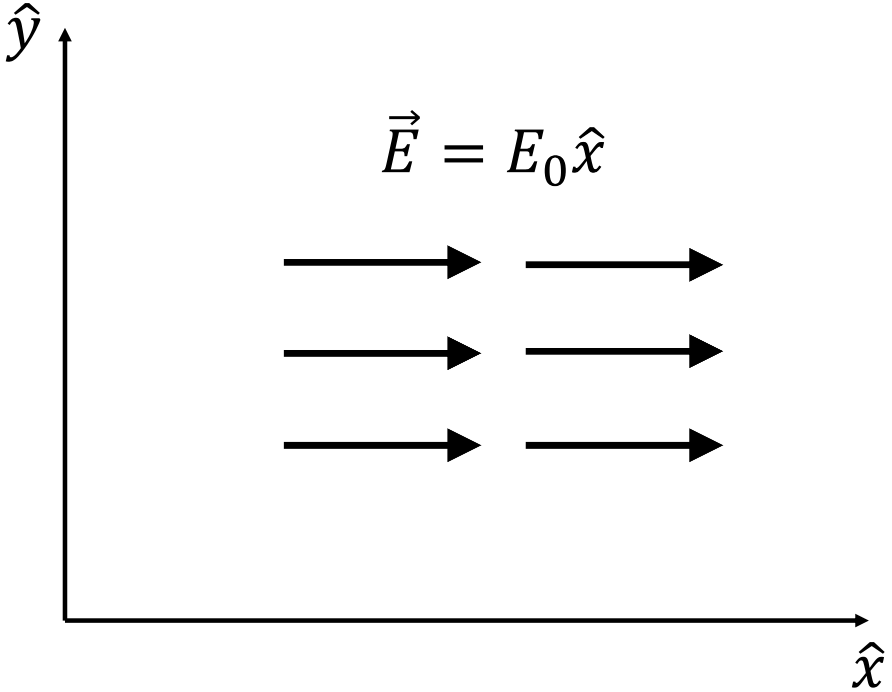
$-\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$ es el trabajo por unidad de carga efectuado al mover una carga positiva de P_1 a P_2 en un campo $\vec{E}$

Diferencia de potencial y Función potencial

- La diferencia de potencial se mide en *Volts* (V)

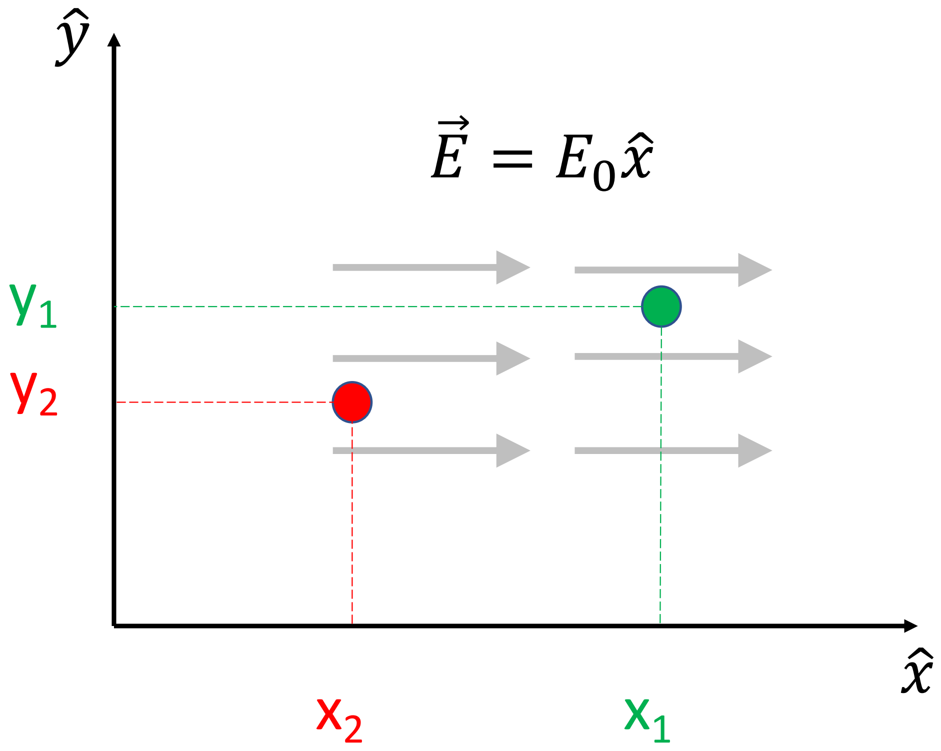
- Función potencial
  - Si dejo fijo P_1, ahora $\phi_{21} = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$ es sólo una función de P_2.
  - $\phi_{21} = \phi_{21}(P_2)$ es entonces el potencial en P_2 referido a P_1.
  - $\phi_{21}(P_2)$ es la primitiva de $-\vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$ evaluada en P_2 menos la primitiva de $-\vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$ evaluada en P_1

Diferencia de potencial en un campo uniforme



- Tenemos un campo eléctrico constante de módulo E_0 sobre el eje $\hat{x}$.

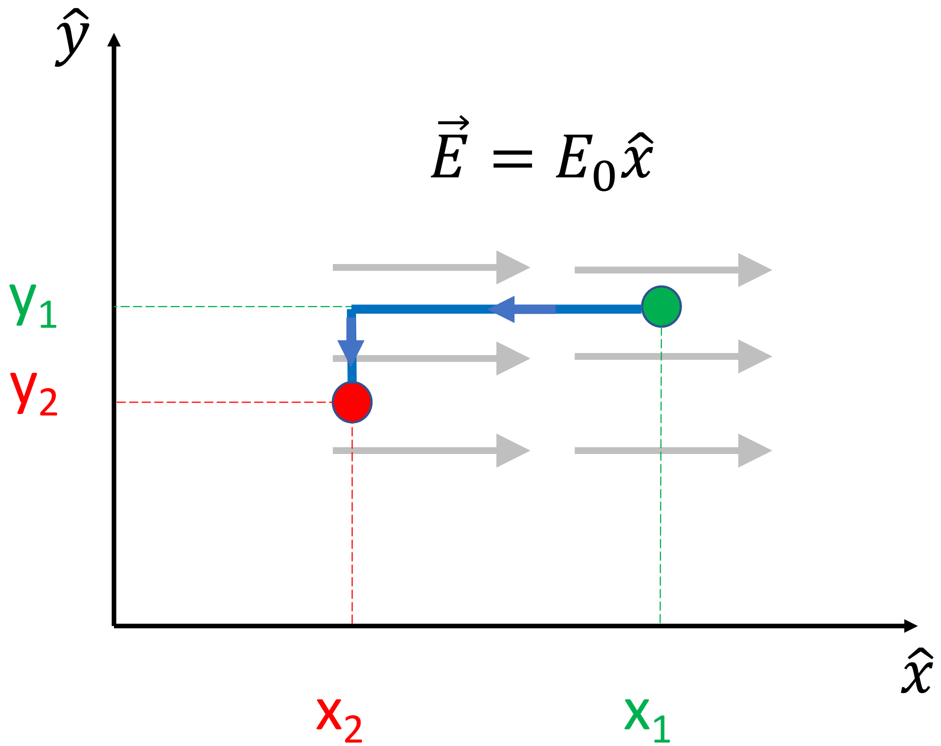
Diferencia de potencial en un campo uniforme



- Tenemos un campo eléctrico constante de módulo E_0 sobre el eje $\hat{x}$.
- Calculemos la diferencia de potencial entre P_1 (x_1, y_1) y P_2 (x_2, y_2)

$$\phi_{21} = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$

Diferencia de potencial en un campo uniforme



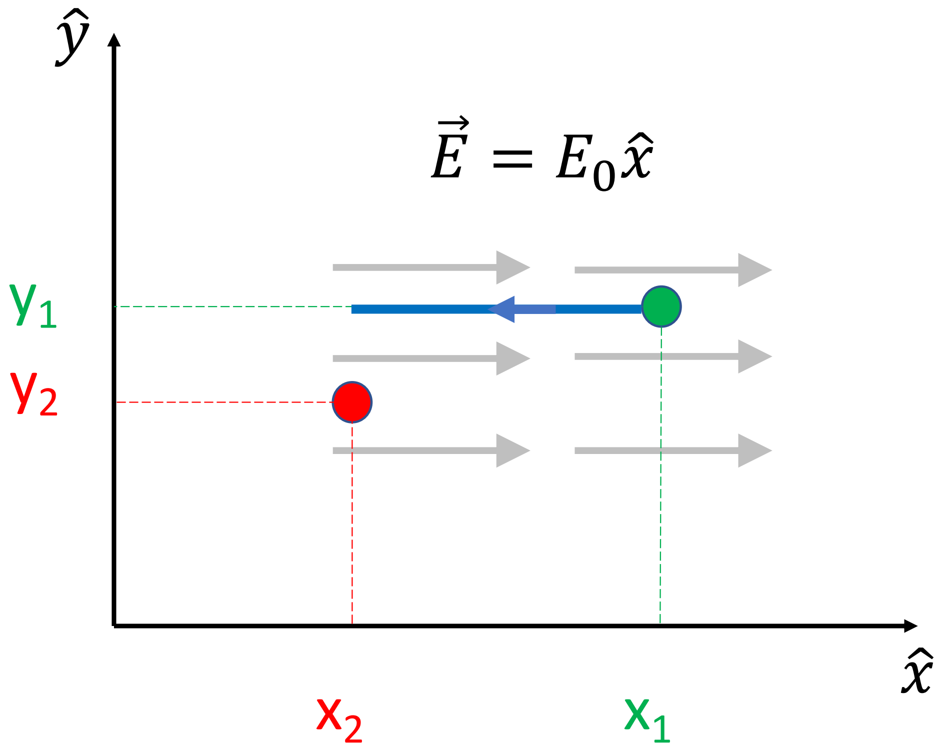
- Tenemos un campo eléctrico constante de módulo E_0 sobre el eje $\hat{x}$.

- Calculemos la diferencia de potencial entre P_1 (x_1, y_1) y P_2 (x_2, y_2).

$$\phi_{21} = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$

- Elegimos el camino en azul.

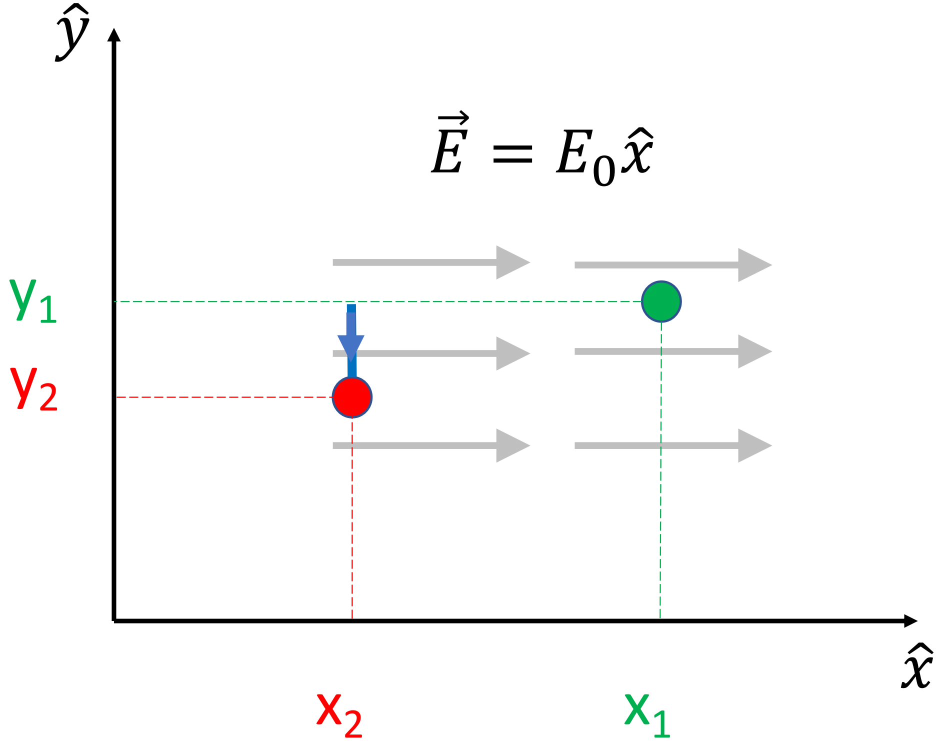
Diferencia de potencial en un campo uniforme



$$\phi_{21} = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$

- En el primer tramo $\overrightarrow{ds}$ es antiparalelo a $\vec{E}$.

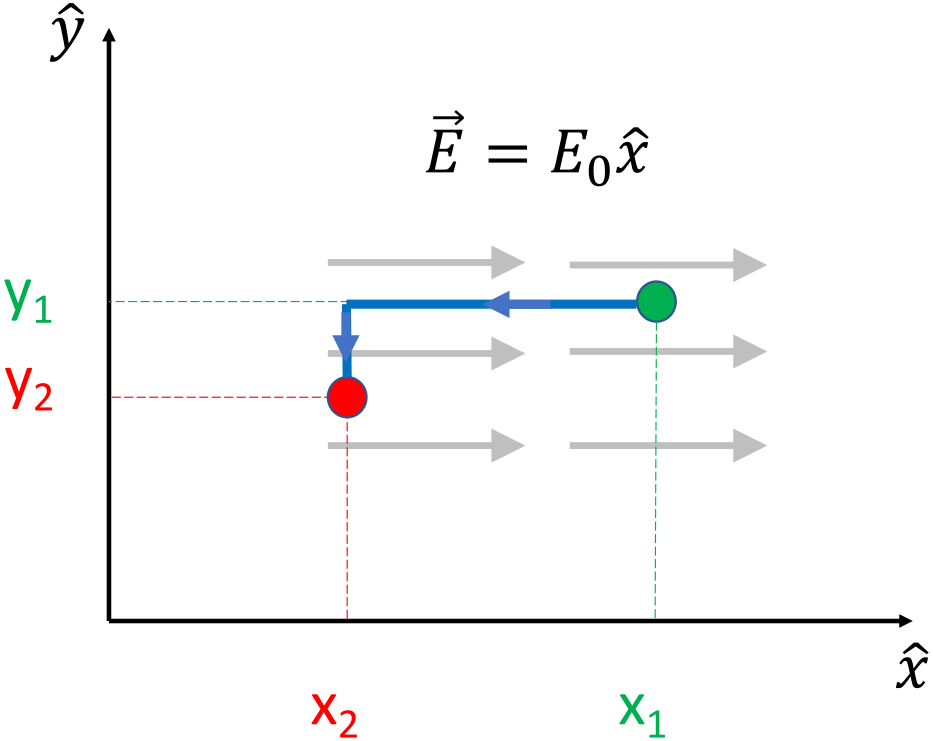
Diferencia de potencial en un campo uniforme



$$\phi_{21} = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$

- En el primer tramo $\overrightarrow{ds}$ es antiparalelo a $\vec{E}$.
- En el segundo tramo $\overrightarrow{ds}$ es perpendicular a $\vec{E}$.

Diferencia de potencial en un campo uniforme

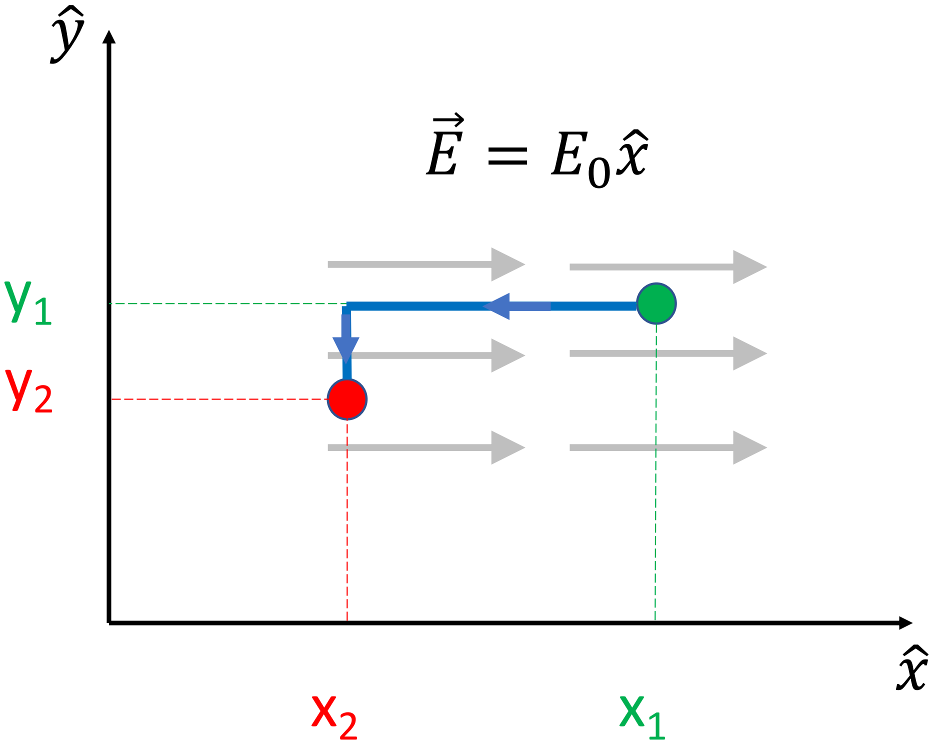


$$\phi_{21} = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$

- En el primer tramo $\overrightarrow{ds}$ es antiparalelo a $\vec{E}$.
- En el segundo tramo $\overrightarrow{ds}$ es perpendicular a $\vec{E}$.

$$\phi_{21} = -\int_{(x_1,y_1)}^{(x_2,y_1)} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} - \int_{(x_2,y_1)}^{(x_2,y_2)} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$

Diferencia de potencial en un campo uniforme

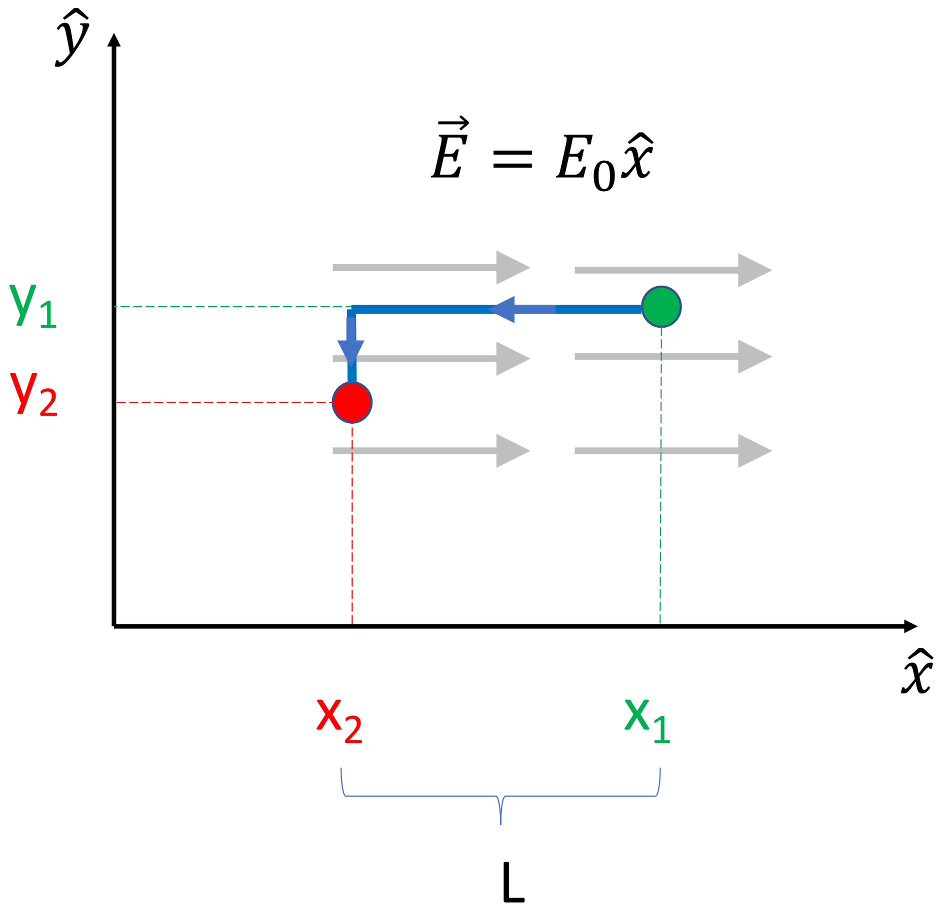


$$\phi_{21} = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$

- En el primer tramo $\overrightarrow{ds}$ es antiparalelo a $\vec{E}$.
- En el segundo tramo $\overrightarrow{ds}$ es perpendicular a $\vec{E}$.

$$\phi_{21} = -\int_{(x_1,y_1)}^{(x_2,y_1)} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} - \cancel{\int_{(x_2,y_1)}^{(x_2,y_2)} \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}}$$

Diferencia de potencial en un campo uniforme



$$\phi_{21} = -\int_{(x_1,y_1)}^{(x_2,y_1)} -E_0\, ds$$

Integral de línea !

$$\varphi_{21} = E_0 \int_{(x_1,y_1)}^{(x_2,y_1)} ds = E_0\, L$$

$$= E_0(x_1 - x_2) > 0$$

P_2 está a un potencial más alto que P_1