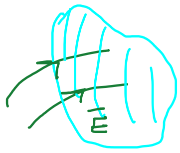
LEY DE GAUSS

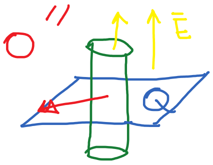
$$\oint_S \bar{E}\cdot d\bar{S} = \frac{Q_{ENC}}{\epsilon_0}$$



CAMPO

$$S = \underbrace{S^{\perp}}_{\overset{\shortparallel}{0}} + S^{\shortparallel}$$

CONTRIBUYE



LEY DE AMPERE

$$\oint_C \bar{B}\cdot d\bar{l} = \mu_0 I_c$$

PERPENDICULAR A $\bar{B}$

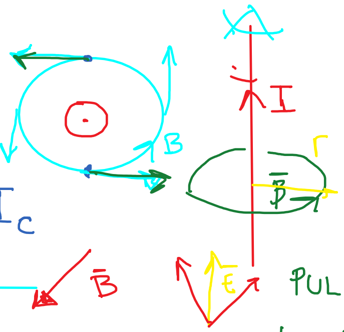
PARALELO

$$C = \underbrace{C^{\perp}}_{\overset{\shortparallel}{0}} + \underbrace{C^{\shortparallel}}_{\neq 0}$$

Ejercicio 9

Aprovechando la simetría de la distribución de corrientes y usando la ley de Ampère, determine el vector campo magnético en los siguientes casos:

(a) un cable rectilíneo infinito por el que circula una corriente I.
(b) un cilindro infinito de radio R por el que circula una densidad de corriente uniforme $\mathbf{j}$.
(c) un solenoide infinito de n vueltas por unidad de longitud y corriente I (suponga que el devanado es suficientemente denso como para despreciar la componente longitudinal de los elementos de corriente).
(d) un plano infinito con densidad superficial de corriente $\mathbf{g}$ uniforme.
(e) dos planos infinitos paralelos, separados una distancia d, con densidades de corriente uniformes $\mathbf{g}$ y $-\mathbf{g}$.
(f) una lámina infinita de caras plano-paralelas y espesor d, con densidad de corriente $\mathbf{j}$ uniforme.
(g) un toroide de radio interior a y radio exterior b, con un arrollamiento denso de N vueltas por el que circula una corriente I.



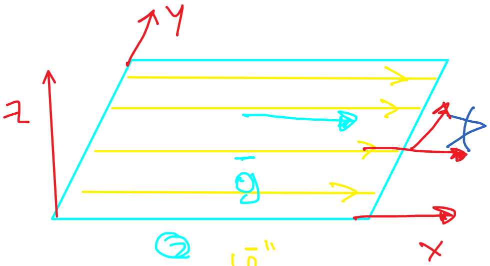
B(r)

MANO DERECHA

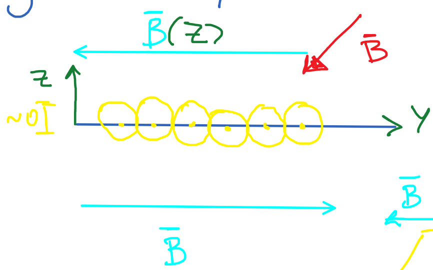
PULGAR → CORRIENTE

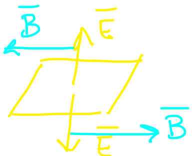
LOS RESTANTES → CAMPO $\bar{B}$

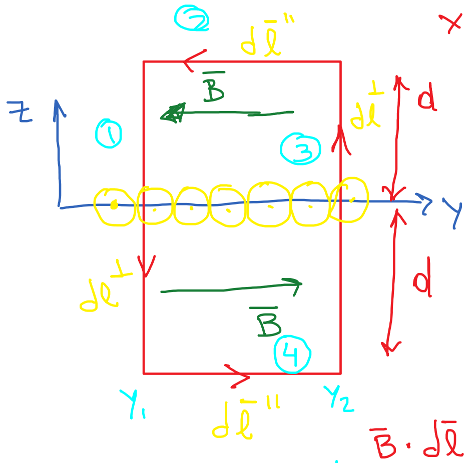
d)



$$\oint \bar{B}\cdot d\bar{l} = \mu_0 I_c$$

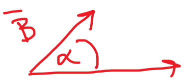






$$\oint_C \bar{B}\cdot d\bar{l} = \int_1 + \int_2 + \int_3 + \int_4 = 2\int_2 \bar{B}\cdot d\bar{l} = 2\int B\, \overset{dY}{\overset{\shortparallel}{dl}} = 2\int_{Y_1}^{Y_2} B\, dY$$

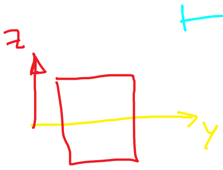
$$\bar{B}\cdot d\bar{l} = |\bar{B}|\, dl\, \underbrace{\cos(\alpha)}_{1} \qquad \overset{\shortparallel}{0} \quad \bar{B}\perp d\bar{l}$$



$$= 2B\int_{Y_1}^{Y_2} dY = 2B\overbrace{(Y_2 - Y_1)}^{L} = 2BL$$

B(z)

$$\boxed{\oint_C \bar{B}\cdot d\bar{l} = 2BL}$$



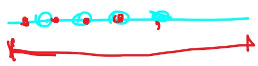
ds z₂ Y_2

$$\mu_0 I = \mu_0 \int_S g\, ds = \mu_0 \int \underbrace{g\,\delta(z)}_{\text{SOLO DEFINIDA PARA } z=0} \overbrace{dy\,dz}^{ds} = \mu_0 \underbrace{\int_{z_1}^{z_2} g\,\delta(z)\,dz}_{g} \underbrace{\int_{y_1}^{y_2} dy}_{L} = \mu_0 \underbrace{g L}_{I}$$

$g = \frac{di}{ds}$ $\qquad \underbrace{\int di}_{I} = \int g\, ds$ $\qquad g = \frac{dg}{ds}$

$$g = \frac{di}{ds} = \frac{di}{dz\,dy}$$

$$\boxed{\mu_0 I = \mu_0 g L}$$



$gL = I$

$\int g\,dz = \int \frac{di}{dy}$ $\qquad \lambda$

$\int g\,dy = \int di$

$gL = i$

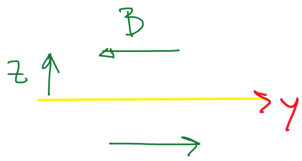
$$\oint \underbrace{\bar B \cdot d\bar l}_{2BL} = \underbrace{\mu_0 I}_{\mu_0 g L}$$

$\int j\,ds = I$

$\int g\,dl = I$

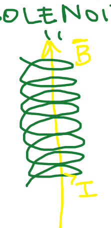
$g \underbrace{\int dl}_{L} = I \rightarrow gL = i$

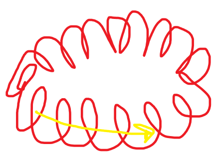
$$|B| = \frac{\mu_0 g}{2}$$

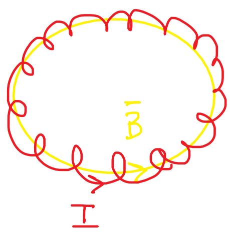


$$\boxed{\bar B = \begin{cases} \frac{\mu_0 g}{2}(-\hat y) & \text{si } z>0 \\ \frac{\mu_0 g}{2}\,\hat y & \text{si } z<0 \end{cases}}$$

TOROIDE = SOLENOIDE CIRCULAR





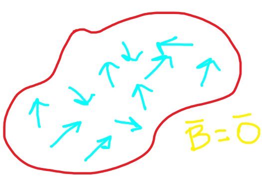


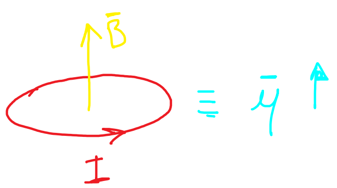
Ejercicio 11

Un cilindro infinito de radio a es circulado por una corriente volumétrica uniforme $\mathbf{j} = j_0\hat{z}$, coaxial con el cilindro. En la zona $b < r < c$ $(a < b)$, se tiene un medio magnético lineal, isótropo y homogéneo cuya permeabilidad relativa es $\mu_r = 1000$.

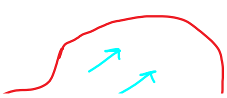
(a) Calcular los campos **H** y **B** en todo el espacio.

(b) ¿Se comporta el medio material como un blindaje magnético?



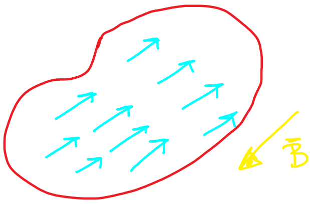


$\equiv \bar\mu$

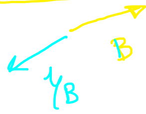


$U = -\bar\mu_B \cdot \bar B$

$\bar B_{OBTENIDO} = K_m \bar B_{APLICADO}$



$U = -\underbrace{\bar\mu_B \cdot \bar B}$



$\bar B_{OBTENIDO} = K_m \bar B_{APLICADO}$

K_m = PERMEABILIDAD MAGNÉTICA $= 1 + \chi_m$

χ_m = SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA

$\bar B_{OBTENIDO} = B_{APLICADO} + \underbrace{\chi_m B_{APLICADO}}_{\text{MATERIAL}}$

MATERIAL $= \mu_0 \bar M$

$\bar M$ = MAGNETIZACIÓN

$\bar M = \sum \bar\mu_i$ $= \bar 0$ No magnéticos (MADERA)

$\neq \bar 0$ magnéticos

$\bar B_{OBTENIDO} = B_{APLICADO} + \mu_0 \bar M$

$B_{OBTENIDO} = \bar B_0$, $B_{APLICADO} = \bar B_A$

$$\underbrace{\oint \bar B_0 \cdot d\bar l}_{\mu_0 I} = \underbrace{\oint \bar B_A \cdot d\bar l}_{\mu_0 I_{LIBRE}} + \mu_0 \underbrace{\oint \bar M \cdot d\bar l}_{I_{INDUCIDA}} = \mu_0 (I_{LIBRE} + I_{INDUCIDA})$$

DEFINIR $\bar H = \dfrac{\bar B_0}{\mu} - \bar M \rightarrow \oint \bar H \cdot d\bar l = \underbrace{\oint \dfrac{\bar B_0}{\mu_0} \cdot d\bar l}_{\frac{\mu_0 (I_{LIBRE} + I_{INDUCIDA})}{\mu_0}} - \overbrace{\oint \bar M \cdot d\bar l}^{I_{INDUCIDA}} = I_{LIBRE} + \cancel{I_{INDUCIDA}} - \cancel{I_{INDUCIDA}}$

$\rightarrow \boxed{\oint \bar H \cdot d\bar l = I_{LIBRE}}$

$\bar M = \bar 0 \rightarrow \bar H = \dfrac{\bar B_0}{\mu_0}$

Ejercicio 11

Un cilindro infinito de radio a es circulado por una corriente volumétrica uniforme $\mathbf{j} = j_0 \hat{z}$, coaxial con el cilindro. En la zona $b < r < c$ $(a < b)$, se tiene un medio magnético lineal, isótropo y homogéneo cuya permeabilidad relativa es $\mu_r = 1000$.

(a) Calcular los campos $\mathbf{H}$ y $\mathbf{B}$ en todo el espacio.

(b) ¿Se comporta el medio material como un blindaje magnético?

$\oint_c \bar H \cdot d\bar l = I_{LIBRE}$, $\quad d\bar l = \hat\theta \, r \, d\theta$

$\bar H = H(r)\,\hat\theta$

$$\int_0^{2\pi} H(r) \underbrace{\hat\theta \cdot \hat\theta}_{1} \, r \, d\theta = H(r)\, r \underbrace{\int_0^{2\pi} d\theta}_{2\pi} = 2\pi r H(r)$$

$$\oint_C \bar{H}\cdot d\bar{\ell} = 2\pi r H(r) \;;\quad I_{LIBRE} = \int j\, ds$$

$$= \int j\, r\, dr\, d\theta$$

$\underbrace{r\, d\theta}_{\text{DIFERENCIAL DE ARCO}}$

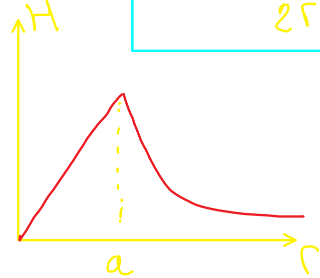
r_1 r_2

$$= j\int_0^r r\, dr \underbrace{\int_0^{2\pi} d\theta}_{2\pi} = j\,\frac{r^2}{\cancel{2}}\Big|_0^r \cancel{2}\pi \rightarrow I_{LIBRE} = j\underbrace{r^2\pi}_{\text{AREA DEL CIRCULO DE RADIO } r}$$

$$I = \int_S j\, ds = \int_{S_1} j\, ds = j a^2 \pi \qquad \int_0^{a=r}$$

$$I_L = \begin{cases} j\pi r^2 & \text{si } r<a \\ j\pi a^2 & \text{si } r\geq a \end{cases}$$

$$\underbrace{\oint \bar{H}\cdot d\bar{\ell}}_{2\pi r H} = I_L \rightarrow \boxed{\bar{H} = \begin{cases} \dfrac{j r}{2}\hat{\theta} & \text{si } r<a \\ \dfrac{j a^2}{2r}\hat{\theta} & \text{si } r>a \end{cases}}$$



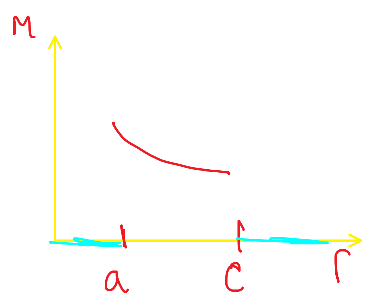
MEDIOS LINEALES

$$\bar{M} = \chi_m \bar{H}$$

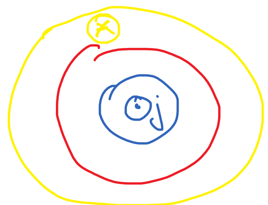
$$\bar{H} = \frac{\bar{B}}{\mu_0} - \bar{M} \rightarrow \bar{B} = \mu_0(\bar{H}+\bar{M})$$

$$= \mu_0(\bar{H} + \chi_m \bar{H}) = \underbrace{\mu_0(1+\chi_m)}_{\mu}\bar{H} = \bar{B} \rightarrow \boxed{\bar{B} = \mu \bar{H}}$$

$$\boxed{\bar{M} = \begin{cases} 0 & \text{si } r<a \\ \dfrac{\chi_m j a^2}{2r} & \text{si } b=a<r<c \\ 0 & \text{si } r>c \end{cases}}$$



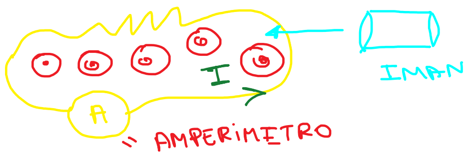
10) $\bar{H} = \bar{0}$ $\quad \bar{H} = \bar{0}$



χ

EXPERIMENTO DE FARADAY

EXPERIMENTO DE FARADAY



= AMPERIMETRO
MIDE
CORRIENTE
$(R \neq 0)$

IMAN QUIETO $I = 0$

MOVIMIENTO $I \neq 0$

ALEJABA

ACERCABA

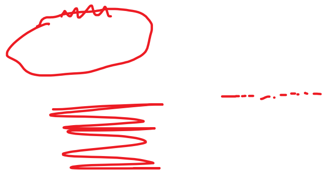
ENTRAN MAS LINEAS DE CAMPO MAGNETICO

MENOS LINEAS

$\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S}$ = flujo magnético

$\frac{d\Phi}{dt} = -\epsilon_{IND} = -V$ = LEY DE LENZ

A MAYOR CAMBIO DE FLUJO, MAYOR VOLTAJE INDUCIDO DENTRO DEL CIRCUITO



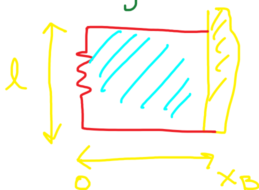
CAMBIO EN EL FLUJO DE $\vec{B}$ → CAMPO ELECTRICO

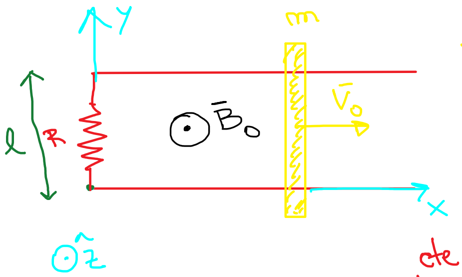
Ejercicio 2

Una barra metálica de masa m se desliza sin rozamiento sobre dos rieles conductores largos y paralelos, separados por una distancia l. Se conecta una resistencia R entre los extremos de los dos rieles. Existe un campo magnético uniforme B_0 perpendicular al plano de los rieles. En el instante $t = 0$ se comunica a la barra una velocidad v_0. ¿Qué sucede a continuación? ¿Se para la barra? ¿Cuándo y dónde? ¿Qué ocurre con la conservación de la energía?

$\frac{d\Phi}{dt} = -V_{IND}$ = VOLTAJE, ϵ_{IND}

$\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S}$





$\vec{V}(t=0) = V_0 \hat{x}$

$X(t=0) = 0$

$$\Phi = \iint B_0 \underbrace{\hat{z} \cdot \hat{z}}_{1}\, dx\, dy = B_0 \int_0^{x_B} dx \int_{y_1}^{y_2} dy = B_0\, l\, x_B$$

$y_2 - y_1 = l$

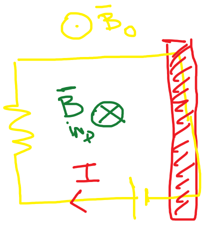
$$\boxed{\Phi = B_0\, l\, x_B}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}(B_0\, l\, X_B) = B_0\, l\, V_B$$

cte

VELOCIDAD DE LA BARRA

$$-\epsilon_{IND} = \frac{d\Phi}{dt} \rightarrow \epsilon_{IND} = -B_0\, l\, V_B(t)$$

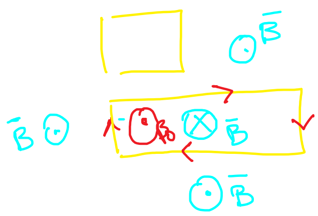


→ Φ AUMENTA CON EL TIEMPO

SI AUMENTO EL FLUJO, V NEGATIVO

DISMINUYE V POSITIVO

$\left(\frac{d\Phi}{dt} < 0\right)$ = $\Phi_{FINAL} < \Phi_{INICIAL}$



$\Phi > 0$

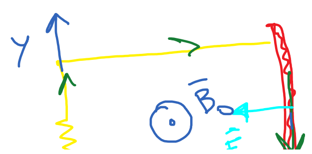
$\vec{B}_T = \vec{B}_0 + \vec{B}_{IND}$

>0

EN SENTIDO OPUESTO

EL CIRCUITO GENERA UNA CORRIENTE QUE SE OPONE (-)

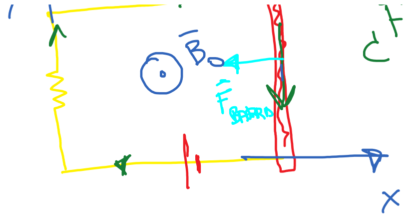
AL CAMBIO DE FLUJO



$|i| = \frac{V}{R} = \frac{B_0\, l\, V_{EL}}{R}$

¿$\vec{F}_{BARRA}$?

$= i\,\vec{l} \times \vec{B} = \ldots = i\,l(\hat{y}) \times B\hat{z} = i\,l\,B_0(-\hat{y}) \times \hat{z}$



¿$\bar{F}_{BARRA}$?

K R

$$\bar{F} = i\,\bar{L} \times \bar{B} = i\,\ell(-\hat{y}) \times B_0\hat{z} = i\ell B_0 \underbrace{(-\hat{y})\times\hat{z}}$$

$\bar{L} \to \ell(-\hat{y})$, $\bar{B} \to B_0\hat{z}$

x y z x y z

$\bar{A}\times\bar{B} = -\bar{B}\times\bar{A}$

$\bar{B} = \hat{y}$
$A = \hat{z}$

$\hat{z}\times\hat{y}$

$\hat{y}\times\hat{z} = \hat{x}$

$-\hat{y}\times\hat{z} = -\hat{x}$

$$\bar{F}_{BARRA} = i\ell B_0(-\hat{x})$$

$$= \left(\frac{B_0 \ell V}{R}\right)\ell B_0(-\hat{x}) = \frac{B_0^2\ell^2 V}{R}(-\hat{x})$$

$$\bar{a} = \bar{F}/m = \frac{B_0^2\ell^2 V}{mR}(-\hat{x})$$

Componente x de V

$$\frac{dV_x}{dt} = a_x = -\frac{B_0^2\ell^2 V_x}{mR} \longrightarrow \int_{V_0}^{V}\frac{dV_x}{V_x} = \int_0^t -\frac{B_0^2\ell^2}{mR}\,dt \longrightarrow \underbrace{\ln(V)\Big|_{V_0}^{V}} = -\frac{B_0^2\ell^2}{mR}\,t\Big|_0^t$$

$$\ln(V) - \ln(V_0) = \ln\left(\frac{V}{V_0}\right)$$

$$\ln(A) - \ln(B) = \ln(A/B)$$

$$\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) = -\frac{B_0^2\ell^2 t}{mR} \quad \text{entonces} \quad \boxed{V = V_0\, e^{-\frac{B_0^2\ell^2}{mR}t}}$$

es cero sólo en $t\to\infty$

Además, $\frac{dx}{dt} = V \to \int_{x_0=0}^{x} dt = \int_0^t V\,dt$

$$x = \int_0^t V_0\, e^{-\frac{B_0^2\ell^2}{mR}t}\,dt = V_0\left(\frac{mR}{-B_0^2\ell^2}\right) e^{-\frac{B_0^2\ell^2}{mR}t}\Big|_0^t$$

$-x_0 = x$

$$x = \frac{-V_0 mR}{B_0^2\ell^2}\left(e^{-\frac{B_0^2\ell^2}{mR}t} - 1\right)$$

en $t\to\infty$

$$X_{FINAL} = \frac{V_0\, mR}{B_0^2\,\ell^2} \quad \text{ya que} \quad e^{-\frac{B_0^2\ell^2}{mR}t} \xrightarrow[t\to\infty]{} 0$$

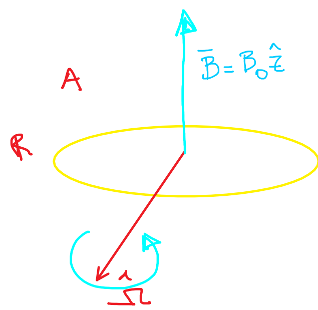
Por lo tanto, la barra se detiene en $t = \infty$ y lo hace en $X_F = \frac{V_0\, m R}{B_0^2\,\ell^2}$

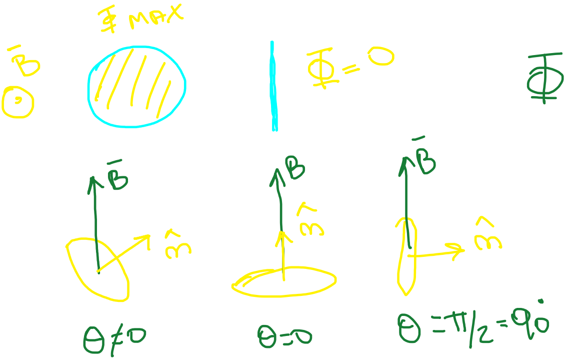
Ejercicio 3

Una espira circular de 1000 vueltas y 100 cm^2 de área está colocada en un campo magnético uniforme de 0.01 T y rota 10 veces por segundo con velocidad constante en torno de uno de sus diámetros que es normal a la dirección del campo. Calcular:

(a) la f.e.m. inducida en la espira, en función del tiempo t y, en particular, cuando su normal forma un ángulo de 45° con el campo.

(b) la f.e.m. máxima y mínima y los valores de t para que aparezcan estas f.e.m.





$$\Phi = \oint \bar{B}\cdot d\bar{s} = \int B_0\underbrace{\hat{z}\cdot\hat{m}}_{\cos(\theta)}\,ds = \int \underbrace{B_0\cos(\theta)}_{cte}\,ds$$

$d\bar{s} = \hat{m}\,ds$

$$\hat{z}\cdot\hat{m} = \cos(\theta)$$

$$= B_0\cos\theta \underbrace{\int ds}_{Area = A} = B_0\cos\theta\, A$$

DATO

DATO $= 2\pi\, 10$

DATO $= 2\pi\, 10$

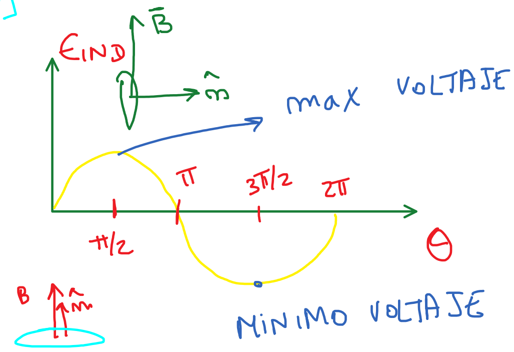
$$\Phi = B_0 \cos\theta\, A \rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = B_0 A \underbrace{\frac{d(\cos\theta)}{dt}}_{-\operatorname{sen}(\theta)\,\dot\theta} = -B_0 A \operatorname{sen}(\theta)\, \dot\theta$$

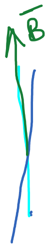
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

FRECUENCIA 10

$$\varepsilon_{IND} = -\left[-B_0 A \operatorname{sen}(\theta)\, 2\pi\, 10\right]$$

$$\varepsilon_{IND} = B_0 A \operatorname{sen}(\theta)\, 2\pi\, 10$$





$\Phi = 0$ } VARIACION

$I \neq 0$